عالم المعرفة
251

العـــدد

● من الحضارات القديمة حتى عصر الكمبيوتر

تأليف: جون ماكليش
ترجمة: د. خضر الأحمد
د. موفق دعبول
مراجعة: د. عطية عاشور

سلسلة كتب ثقافية شهرية يصدرها المجلس الوطني للثقافة والفنون والآداب - الكويت



سلسلة كتب ثقافية شهرية يصدرها المجلس الوطني للثقافة والفنون والآداب ـ الكويت

صدرت السلسلة في يناير 1978 بإشراف أحمد مشاري العدواني 1923 ـ 1990

251

العـــدد

من الحضارات القديمة حتى عصر الكومبيوتر

تأليف: جون ماكليش

ترجمة: د. خضر الأحمد

د. موفق دعبول

مراجعة: د. عطية عاشور



يناير 1999

المحتوى

المحتوى

المحتوى
المحتوى
المحتوى

«إذا كان عقل إنسان في حالة تيه، فليدرس علم الرياضيات»

من مقالة لفرنسيس بيكون كتبها عام 1925

مقدمه

العدد: لغة العلوم الدقيقة

إن فرضية الثنائية، التي تفيد في علوم الحاسوب أن «المفاتيح» Switches يمكن أن تدار إلى «افتح» ON أو «اقفل» OFF فقط، توحي بأن الناس أيضا قد يكونون مقسمين إلى نوعين: نوع تثيره الأعداد، وآخر تسبب له الإحباط. والنوع الثاني هو الذي يؤلف الأغلبية الساحقة من الناس. وقد لخص استجابتهم تلميذٌ شابٌّ درس في الجامعة إذ أخبرني، بعد أن حَاوَلْتُ حل مسألة على السبورة فيها أعداد تقل جميعها عن العدد تسعة، أنه حالما أكتب عددا ـ أيَّ عددٍ ـ على السبورة فإنه يصاب بشعورٍ بالغثيان لا يستطيع بعده أن يقوم بمزيد من التفكير.

وأرى لزاما القول منذ البداية إنه لا وجود لشيء سادي متأصل في الأعداد، أو في أولئك الذين يستعملونها عادة أو يقومون بتعليمها. فعلى الرغم من فرضية الثنائية، ليس صحيحا أنك إمّا أن تكون موهوبا في علم الرياضيات، وإما ألا تكون كذلك. والتفريق الحقيقي الوحيد الذي يجب هنا إدخاله في الحسبان هو التمييز بين أولئك الذي عُلِّمُوا الأعداد تعليما سيئا وأولئك الذين وعى معلموهم أن المقدرة الرياضياتية لا تتعلق بهبة سماوية وإنما

تُرى، ما الأغاني التي غنتها عرائس البحر للبحارة بغية إغوائهم؟ وما الاسم الذي انتحله أخيل حين اختبأ بين النساء؟ إن هذه الأسئلة، برغم ما تثيره من حيرة وإرباك، لا تستعصي على التخمين.

«سير توماس براون»

هي تنمو (أو لا تنمو) نتيجة للعملية التعليمية.

من الممكن وصف تاريخ العدد على أفضل نحو ممكن بأنه التطور الذي طرأ خلال آلاف السنين على أسلوب خاص في معالجة أنماط معينة من المسائل والاهتمامِ بها والحديث عنها. وتساعد هذه المسائل وحلولُها البشرَ - وهم المخلوقات الوحيدة على كوكبنا القادرة على التعامل مع الرياضيات - للتغلب على القيود التي تفرضها على نشاطاتهم البيئة الاجتماعية والفيزيائيةُ والعضويةُ.

لقد أُطلق على الرياضيات اسم «لغة العلوم (الدقيقة)». وكغيرها من اللغات كان يجري باستمرار اختبارُها بالتجربة وتغييرُها لجعلها بسيطةً ودقيقةً قدر المستطاع. وسنبتدئ بالأعداد المنطوقة. فكل كلمة عددية تدل على شيء واحد أو على زمرة من الأشياء، وتستبعد الأشياءَ الأخرى جميعا. هذا وإن متتالية الأعداد تشير بالضبط إلى العلاقات بين الأعداد الكبيرة والصغيرة. كذلك لدينا موضوع التدوين. أي إيجاد رموز مكتوبة لكل عدد وللعمليات التي نجريها على الأعداد. وتوفير رموز ملائمة يشكل خطوة حاسمة في سبيل التوصل إلى نظام عددي قابل للتطوير. والتدوير الجيد يختصر من زمن التفكير اللازم لحل المسائل العددية. فهو يهيئ لنا، أولا، توفير تمثيل مجرد واضح بكلمات ورسوم لكل مسألة، وثانيا، فإنه يمكننا من استنباط روتين آلي (خوارزمية) للتعامل مع المسألة.

العدد والمجتمع

الأعداد والحسابات شواهد على العبقرية الإبداعية لدى الجنس البشري. إن أحد الأهداف المتوخاة من هذا الكتاب يتمثل في شرح كيفية نشوء أنظمة عددية مختلفة في مجتمعات مختلفة، والكيفية التي ساعد بها كل نظام على تشكيل المجتمع الذي ابتكر هذا النظام. إن المعرفة الرياضية، سواء كانت مرتبطة بالمخططات المعمارية الضخمة، أو بطرق القوافل التجارية أو العسكرية، أو بوضع التقويم، أو بنوع المحاكمة المستعملة في حل المشكلات القانونية العويصة، ليست شيئا مستقلا وقائما بذاته، بل هي جزء من مجموع التفاعلات البشرية.

ينظر أحيانا إلى علماء الرياضيات، وعلماء آخرين في التراث الغربي،

كأنهم طائفة من الناس المنغلقين على أنفسهم. هذا صحيح في حدود كونهم زمرة متخصصة. ولكن هذا لا يقتضي أن يكونوا أكثر انعزالا عن التأثيرات الاجتماعية، بما فيها تيارات الآراء والأخلاق والإبداع، من أي مجموعة أخرى من المتخصصين، مثل السياسيين أو السباكين مثلا. كذلك فإن التعليل «النجومي» للتطور البشري (أي أنّ كلَّ تقدُّمٍ هو نتيجةٌ لبريقِ إلهامٍ فرديٍّ وعبقريةٍ خلاقةٍ «لنجم» بشري) يجانب الحقيقة. ففي الرياضيات، غالبا ما قام نجوم مثل فيثاغورس وإقليدس بطرح مشكلات أكثر من تلك التي تمكنوا من حلها. ويُظهِر تاريخ العدد أن معظم التطورات في نظرية الأعداد أنجزها علماء رياضيات يعملون في حل مشكلات ترتبط بالحاجات السائدة في أزمانهم (كمشكلات إيجاد طريقة للتنبؤ بفيضان نهر النيل، أو إجراء تقديرات دقيقة للضرائب، أو حل شفرة العدوّ في أوقات الحروب).

العدد في أزمان ما قبل التاريخ

قال كولريدج Coleridge ذات مرة إنه لو كان بمقدورنا تذكر الأشهر التسعة التي كنّا فيها في أرحام أمهاتنا، لوجدنا من الإثارة ما يتجاوز كثيرا أي شيء حدث لنا بعد ذلك. وثمة شيء من هذا القبيل صحيحٌ في التاريخ الاجتماعي. فلو عَرَفْنَا التاريخ غير المكتوب لماضينا، وخاصة في حقبة ما قبل التاريخ، لوجدنا أن سحره سيطغى على تاريخ الملوك والملكات والحروب والبرلمانات، ويضفي على هذه الأمور حجما أصغر من حجمها الذي نعهده.

شهدت السنوات المائتان الأخيرة انفجارا في الاكتشافات المتعلقة بحقبة يمكن أن يطلق عليها اسم الحقبة «الجنينيَّة» للتاريخ الإنساني - أو بالأحرى ذلك الجزء من تلك الحقبة التي أعقبت اختراع الكتابة. وبحلّ رموز اللغات القديمة (مثل الهيروغليفية المصرية أو المسمارية السومرية المدونة على ألواح من الطين، واللتين حُلَّتْ رموزهما في أوائل القرن التاسع عشر)، فإننا لم نصبح قادرين على فهم الحياة العامة والدينية للشعوب القديمة فحسب، بل غدا بمقدورنا أيضا الإحاطة بطرائق تفكيرها. وأصبح بإمكان القارئ في الغرب فهم التفكير الهندوسي، وذلك لأن الكتابات السنسكريتية المقدّسة تُرجمت مثلا، من قِبل (ماكس. مولر) (Max Muller) في أواخر القرن التاسع

عشر. كذلك فإن المعارف الصينية القديمة، التي كانت متاحة للأجانب طوال قرون دون إيلائها اهتماما يذكر، دُرِسَتْ دراسةً عميقة وجرى استيعابها من قبل (جوزيف نيدهام) (Needham Joseph) من جامعة كامبردج في السنين الثلاثين الأخيرة.

بيد أننا إذا عزمنا على الرجوع إلى ما قبل اختراع الكتابة (ويُحتمل أن يكون هذا قد حدث في سومر قبل قرابة 6000 سنة)، فإننا نجد أنفسنا في ظلام دامس. فالروابط الغامضة للتاريخ غير المدوّن ما زالت خافية علينا، وليس لدينا مرشد يساعدنا في اجتياز متاهات الثقافات التي كانت تجهل الكتابة. ومع أن علم الآثار يزودنا بمعلومات مفصّلة عن الحياة المادية للأقوام في مرحلة ما قبل التاريخ، إلاّ أنه في غياب سجلٍ مكتوب، ليس لدينا في واقع الحال ما يمكّننا من الإحاطة بحياتهم الداخلية وطرق تفكيرهم.

وبوجه خاص، ثمة فجوات واسعة في معارفنا حول أصول مفاهيم العدد وحول انتقال طرق حلّ المسائل (الخوارزميات) من مجموعةٍ بشرية إلى أخرى. وكما هي الحال دائما في مثل هذه المواقف، حيث توجد مشكلة دون توافر دليل يُذْكَر، فإن الناس يقدّمون تفسيرات غير مدروسة تماما، وغالبا ما تنتمي إلى ظواهر خارقة للطبيعة. وفي هذه الحالة، فقد جرى الكلام عن أن مخلوقات زارت الأرض من مجرّات أخرى وأقامت عليها ردحا طويلا من الزمان كان كافيا لتزويد نخبة من الناس بمجموعة معينة من المعارف والتقاليد تطلّبت من أهل الأرض كلّ الزمن الممتدّ منذ ذلك الحين إلى الآن لاستيعابها - إذا كنا استوعبناها حقّا.

ثمة اقتراح غامضٌ أيضا، لكنه مُوثّق على نحو أفضل وأكثر قبولا، وهو يقارن انتشار الثقافة العددية في حقب ما قبل التاريخ بظاهرة حديثة مألوفة، ألا وهي لعبة (تلغراف الشجيرة) Bush Telegraph التي يُستثنى منها عادةً بالغو سنّ الرشد. فقد سجل المؤرخان بيتر وأيونا أوبي (Peter and Iona Opie) كيف كانت تنتقل في بريطانيا آنذاك أناشيد الأطفال وأحجياتهم وتعليقاتهم على بعض مئاتٍ من الأميال في أزمان قصيرة (لا تزيد على أيام، لا بل ساعات) على طول هذه الشبكة التي غالبا ما كان وجودها غير مشكوك فيه من قِبَلِ صغار السن الذين شاركوا فيها، وكذلك من قِبَلِ

اليافعين الذين يراقبون نتائجها.

وبالطريقة ذاتها، فإن الدراسات العلمية تبيّن أن المجتمعات الأميّة في جميع أرجاء المعمورة، وعبر التاريخ، انطلقت من قاعدة عامة. من القيم والخرافات والحكايات الشعبية وبعض أنماط السلوك والعادات المرتبطة بالتقاويم، لم تؤثر فيها الحدود الجغرافية والاجتماعية والتاريخية. فإذا كانت المعتقدات والطقوس الخرافية تنتقل بهذا الأسلوب، فَلِمَ لا تنتقل المعلومات الحقيقية والصحيحة، بل حتى المعارف العلمية المتقدمة، بوسائل غير مرئية مماثلة؟

إنّ المعلومات القليلة التي توافرت لدينا عن المعرفة الرياضياتية في حقب ما قبل التاريخ كان مصدرها الرسوم داخل الكهوف، وبعض المصنوعات اليدوية المحلية، وبعض المنشآت العمرانية مثل التماثيل والقبور وأكداس الحجارة المنصوبة للذكرى أو كمعالم. وهذه المنشآت في حدّ ذاتها تشير إلى وجود رياضيات متطورة إلى حدٍّ ما في حقب ما قبل التاريخ. وكحدٍّ أدنى، فلا بد أن يكون لدى بناة هذه المنشآت «إحساس» بالهندسة العمليّة، بما في ذلك اهتمام بالخطوط المستقيمة والدوائر والقطوع الناقصة. كذلك فلا بد من أنه كان عليهم أن يعرفوا، أو على الأقل، أن يكونوا قادرين على استعمال مبدأ المُخْلِ (الرافعة) والفيزياء العامة للأجسام الثقيلة.

لقد قام عالمِ اسكوتلنديان، هما الأستاذ (ألكسندر توم) Alexander Thom وابنه الذي يحمل نفس الاسم واللقب العلمي، بدراسة وقياس مئات من أكداس الحجارة المنصوبة كمعالم في بريطانيا، وخاصة في اسكوتلندا. وقد أثبت التحليل الترددي frequency (الإحصائي) استخدام وحدتي قياس عامّتين (الياردة المغليثيّة) megalithic yard (التي تساوي 72, 2 قدم) و(الإنش المغليثي) megalithic inch (جزء من أربعين جزءا من الياردة المغليثية). وقد وجد هذان الباحثان أن الياردة، على الأقل، لم تكن تُستخدم في قياس الطول فحسب، بل أيضا في قياس أقطار الدوائر الحجرية التي كان قرابة 67 في المائة منها دوائر حقيقية تستند الحجارة إليها. كذلك، فإنهما أثبتا أن مستعملي المغليث(*) كانوا يفهمون ما يُعرف الآن بمبرهنة فيثاغورس

(*) المغليث Megalith هو الحجر الكبير المستخدم كنصب أو كجزء من نصب في الحضارات القديمة

القديمة قبل قدماء اليونان وقدماء الصينيين وقدماء المصريين بآلاف السنين.

كذلك، فمن المعروف أن أجدادنا في حقب ما قبل التاريخ وفي جميع أنحاء الأرض درسوا الحركات الكوكبية وحوادث الخسوف والكسوف ووقوع النجوم على استقامة واحدة. هذا وقد استُعملت «مستقيمات لتحديد المواقع» مؤلفة من قطع صخرية مصفوفة على استقامة واحدة وتستخدم كمقاريب «قبل تاريخية» prehistoric (بقوة تكبير صفرية)، وقد اكتشفت في أمريكا الشمالية. وكانت المعتقدات السماوية والكهنة والسحرة وأولئك الذين يفسرون السحر يشغلون موقعا مركزيا في حياة معظم المجتمعات. وفضلا على ذلك، فإن الملاحين في الحقب التي سبقت معرفة الكتابة ـ كما بين ثور هيردال (Thor Heyerdahl) وآخرون غيره ـ وضعوا خرائط تستعمل أغصانا وعصيا لتمثيل تيارات المحيط، وحددوا اتجاهاتهم بالاهتداء بمواقع بالنجوم وقطعوا مسافات طويلة في عرض البحار.

الحضارة والعدد

بدأت المرحلة التالية من مراحل غزو الجنس البشري لمحيطه البيئي، والتي تمثلت في حضارة المدن قبل قرابة 6000 عام وما تزال موجودة حتى الآن. وهي تتسم بظاهرة لم تكن معروفة سابقا، ألا وهي نموُّ المراكز السكانية ومخزونات الثروة الضخمة والمنتجات الزراعية الهائلة، وبروزٌ قويٌّ للدولة. وتطور بعض المجالات، كالتجارة والملاحة وقياس الزمن وتخطيط المدن والحروب، إنما يسفر عن متطلبات ملحة للتقانيين والعلماء، إذ تغدو المهارات الرياضياتية المتطورة مثل الحساب المعقد والجبر والهندسة وعلم المثلثات أمورا ضرورية. وفي هذه الظروف تشغل الأعداد واستخدامها اهتمامات مركزية.

وفي الوقت نفسه تقريبا، سمح اختراع الكتابة للأنظمة العددية المعقدة بأن تتطور وتُستَعْمَلَ، وأن تُسجَّلَ النتائج بأشكال ما تزال موجودة، إمّا منقوشة على ألواح من الطين، وإما مطلية أو محفورة على التماثيل. وسوف يفصِّل هذا الكتاب بعض تلك الأنظمة مبينا العلاقة بينها وبين الثقافة التي ترعرعت فيها. وتسمح لنا السجلات بأن نمعن النظر في الأسلوب الذي

يسلكه أحد النساخ المصريين القدماء، مثلا، وهو يقوم بتقسيم مؤونة اليوم من الخبز والجعة بين العاملين في أحد المعابد. ولا نملك إلا أن نتعاطف مع موظف صيني وهو يجابه مشكلة تنظيم جدول زمني للقاءات الحميمة بين الإمبراطور وحريمه - وهنّ إمبراطورة، وثلاث زوجات رئيسيات، وتسع زوجات، وسبع وعشرون محظية، وإحدى وثمانون أمةً. وهذه الأعداد تؤلف متتالية هندسية واضحة (انظر الفصل الخامس). ويمكننا فحص خطط تشييد معبد الملك سليمان، أو مقارنة أفكار اليونان القدماء حول العدد بأفكار الصينيين (انظر الفصلين الخامس والسادس، أو متابعة أفكار الشاعر والعالم الفارسي عمر الخيام حول العدد (انظر الفصل العاشر).

إن مثل هذه المعلومات تُظْهِرُ جانبا مظلما، إذ إننا لن نبالغ إذ نقول بأن خط التطور بأكمله كان موجودا خارج أوروبا: في سومر وبابل والصين والهند وشبه الجزيرة العربية. ففيما كان العرب يتبوأون مركز الصدارة في النهضة العلمية بين القرنين السابع والخامس عشر (الفصل العاشر)، كانت أوروبا متخلفة جدا في علم الرياضيات، والسبب في ذلك هو التراث المشؤوم الذي خلّفه اليونانيين. فبتعاملهم مع الأعداد وكأنها كائنات شبه مقدسة تكمن في أساس عملية الخلق نفسها، فإنهم أبعدوها عن المعاملات والتحليلات اليومية، وأحاطوها بهالة من الدين والفلسفة. وهكذا أضحت الرياضيات موضوعا مقصورا على فئة قليلة من الناس (أسماها أفلاطون «الأرواح الذهبية»)، وعدّها معظم اليونانيون رعبا خرافيّا - وهذا وضْعٌ استمر في أوروبا طوال ألفي سنة، كما أن آثاره ما زالت باقية حتى أيامنا هذه.

وبفضل النهضة العلمية العربية، غدت المعرفة العددية في الشرق، وخاصة في الهند والبلاد العربية، في متناول العلماء الغربيين، كما أنها حظيت باحترامهم. وانطلاقا من هذه النقطة، صار يقود مسيرة المعرفة الرياضياتية، ولأول مرة في التاريخ، نجومٌ من العباقرة أمثال «نيبير» Napier و«بُول» Boole و«تورينج» Turing (وهؤلاء نجوم بريطانيون من مجرّة العلماء العالمية). وهذه المسيرة تؤدي بالضرورة أيضا إلى الاستعاضة عن الأفكار والأنظمة اليونانية برموز وخوارزميات «جديدة» (قديمة في الواقع)، وإلى ابتكار الحاسوب والخوارزميّات التي تمكّن من استعماله. وهذه الآلة لم تقم

بإحداث انعطاف في الرياضيات والعلوم بعامة فحسب، بل إنها كذلك الأداة التقانية الوحيدة التي تحدّد عصرنا على أفضل وجه ممكن. إنها تتويج لتاريخ العدد الذي يعود إلى زمن بعيد.

إن للرياضيات، مثلها مثل معظم الفعاليات الإنسانية، ذُرىً وأغوارا، وهذه لم تحدث وفق تسلسل زمني محدّد أو وفق نموذج جغرافي معيّن، إذ يبدو أنها حدثت على نحو عشوائي من خلال سلسلة متواصلة من الخبرات الإنسانية. ويركِّز هذا الكتاب على تلك اللحظات التي تبدو مهمة أو مثيرة جدا، أو مثيرة ومهمة في آن واحد. وتجدر الإشارة إلى أنني تجاوزت ذكر العديد من «الأسماء اللامعة» من المكتشفين ومن الأفكار والحوادث. ولا يعود هذا إلى أن علم القذائف الأرخميدي، مثلا، أو التقويم الأزتكيّ أو مبرهنات «غودل» Godel ليست مهمة، وإنما فعَلْتُ هذا لسببين: أولهما أنه نظرا لصغر الكتاب فإنني حدَّدْتُ فُسحةً لمواضيع وقضايا أهم عالجها غيرهم؛ وثانيا أن الفضل غالبا ما يُعزى إلى أفراد لاكتشافات فشلوا في أن يجدوها هم أنفسهم. فالشوفينية الوطنية تمثل سببا وجيها للتزوير المستمر للسجّل التاريخي لمصلحة هؤلاء الفاشلين.

1 لغة العدد

العد

للحيوانات إحساس فطري بالعدد، وهذا يعني أنهم يعرفون من الخبرة، دون تحليل وعلى نحو مباشر، الفرق بين عدد من الأشياء وعدد أصغر منه. ففي كتاب The Natural History of Selborne (1986) يذكر مؤلفه، عالم التاريخ الطبيعي غيلبرت وايت Gilbert White، أنه كان يأخذ سرا بيضة كل يوم من عش طائر الزقزاق، وأن الأم أصرت على أن تبيض كل يوم بيضة إضافية ليعود عدد البيض إلى ما كان عليه. وقد بيّن البحث بعد ذلك أن الحيوانات ـ الدجاج، مثلا ـ يمكن أن تدرَّب للتمييز بين ما نسميه أعدادا فردية وأعدادا زوجية من قطع الطعام.

بيد أن هناك قيودا تحدّ من هذا الإدراك. فلا يمكن للحيوانات أن تتجاوب مع موقف عددي إلا عندما يكون متصلا بنوعها وبضرورات بقائها ـ مثل البيض في العش أو الطعام .. فليس بمقدورها الانتقال إلى مواقف أخرى، أي من حقيقة ملموسة إلى مفهوم مجرد للعدد. فالحيوانات يمكن أن تعدّ في تلك الحالة فقط التي تكون فيها الأشياء موجودة ومرئية، وعندما يكون العدد صغيرا (لا يتجاوز

«شخص واحد يكفي، اثنان شراكة، ثلاثة شعب»
(حكمة شعبية)

الخمسة أو الستة). وفي التجارب المخبرية، لو أنك دربت حيوانا على العدّ باستعمال نوع واحد من الأشياء، ثم اختبرته باستخدام نوع آخر، فإنه يغدو عاجزا تماما عن إجراء صلة بينهما: فالأشياء، وليس الأعداد، هي التي تعنيه.

إن سبب عجز الحيوانات عن فصل الأعداد عن موقف محدد يعود إلى أنها غير قادرة إطلاقا على التفكير المجرد. وحتى لو كانت قادرة عليه، فإنه تعوزها اللغة التي تمكنها من التعبير عن أفكار مجردة مثل «ستة» أو «قطيع». لكن بعض من يربون حيوانات أليفة لا يوافقون على ذلك مدّعين بأن قططهم وكلابهم وخيولهم تفهم الكلمات مثلما يفهمها الناس. وقد بينت التجارب خطأ ذلك الرأي. وثمة مثال نموذجي من القرن التاسع عشر يحذرنا من مثل هذه السذاجة المفرطة. كان «هانز الذكي» حصانا جرى تعليمه كي «يفكر» و«يعد» طوال عدة سنوات من التدريب على يدي مدرب ماهر هدفه إثبات أن الخيل أذكى من البشر. بيد أن الاختبارات التي أجرتها جمعية علم النفس الألمانية في وقت لاحق بينت أن الحصان لم يكن يفكر مليا في الأسئلة التي طرحت عليه (مثل قيامه بإجراء عمليات جمع وإعطاء المجموع بضربات حافره)، وأن «هانز» لم يكن يفعل أكثر من الاستجابة لبعض الإشارات البصرية (كي يبدأ بالضرب بحافره، أو كي يتوقف عن ذلك) والتي كان يرسلها مدربه.

وحتى المخلوقات البشرية، التي يبدو لها أن عملية العد المجردة هي من أكثر الأمور الطبيعية في الدنيا، فإنها ترى أن تعلُّم هذه العملية هو من الصعوبة بمكان. إن أحد اكتشافات علماء القرن العشرين (الذي توصل إليه كل على حدة مونتيسوري Montessori وبياجيه Piaget وفيكوتسكي Vygotsky) يتمثل في أن البالغين ينسون التدرج واستهلاك الزمن اللذين تتسم بهما عملية التعلم على التفكير المجرد: كأن تقوم، مثلا، بإيجاد الصلة بين سلسلة من الأشياء التي يبدو ظاهريا أن لا صلة بينها، مثل «السفن والأحذية والشمع الأحمر الذي يستعمل للختم والملفوف والملوك». (وكي لا نسبب لك أي إزعاج، فإن الصلة هي أنها تمثل مجموعة من «الأشياء المتنوعة»).

وما يحدث هو أن الأطفال الصغار جدا يتعلمون من غيرهم من الناس،

في مواقف طبيعية، أو في المدرسة، كيفية تجزيء مجموعة من الأشياء إلى الوحدات التي تكونها، وكيفية عدها واحدة تلو الأخرى، وذلك بذكر المتتالية العددية بصوت عال كما يحدث في المدارس عادة. وهذه القدرة تبنى جزئيا على الحدس الأولي الذي يشترك فيه البشر مع الحيوانات لكنها تعتمد بصورة أساسية على ما نتعلمه من الناس الآخرين، مثل تخصيص كلمة محددة لكل عدد. إن الطفل يتعلم أن يفكر في الأعداد المجردة (أي دون ربطها بأشياء أو أشخاص)، وأن يفكر فيها في الماضي والمستقبل، وأن يتعامل مع السمات العددية لأماكن بعيدة لم يرها قط. أما الناس الأكبر سنا فإنه يمكنهم حتى أن يتعلموا التفكير في الأعداد التخليلية (مثل اللانهاية أو الجذر التربيعي للعدد ناقص واحد)، التي لا يمكن أن يعدها أحد بتاتا. ولا يوجد لهذه الأعداد أي معنى فيزيائي ما لم نعطها أحد المعاني.

وعندما تحدث لويس كارول Lewis Carroll عن الملوك والملفوف، فإنه كان يحدد «مجموعة»، أي جملة من الأشياء من نوع ما. وإذا لم تكن هذه المجموعة كبيرة جدا، فلا توجد مشكلة في عد عناصرها. فيمكننا أن نقول، مثلا، «هذه مجموعة من الكلمات التي تصف أشياء متنوعة: واحد، سفنا؛ اثنان، أحذية؛ ثلاثة، شمعا أحمر للختم؛ أربعة، ملفوفا؛ خمسة، ملوكا». بعد ذلك يمكننا أن نتابع ونقول: «وهكذا ولدنا مجموعة من خمسة أشياء، وهي الكلمات العددية واحد، اثنان، ثلاثة، أربعة، خمسة». وبتوليدنا لهاتين المجموعتين، اللتين تتكون كل منهما من خمسة عناصر، فإننا نكون قد أقمنا تقابلا واحدا إلى واحد (كما يقال عادة) هو:

واحد	إثنان	ثلاثة	أربعة	خمسة
سفن	أحذية	شمع أحمر	ملفوف	ملوك

ولإنجاز هذا التقابل بين مجموعة من الأشياء (التي قد تكون مرتبطة بعضها ببعض أو لا تكون) والأعداد المتزايدة - أي لقيامنا بعملية العد - فإننا بحاجة إلى مجموعة من الكلمات العددية يرتبط بعضها ببعض بطرق محددة. والأهم من ذلك هو أن كلا منها يجب أن يكون مختلفا عن غيره. ويجب أن تبتدئ بالعدد «واحد»، كما يجب أن تتبع هذه الأعداد بعضها بعضا بترتيب محدد، واحد تلو الآخر بإضافة عنصر واحد من المجموعة كل مرة. ويتعين أن يكون كل منها مرتبطا بشيء واحد فقط من مجموعة الأشياء التي نقوم

بعدها. والعدد المرتبط بالعنصر الأخير في المجموعة هو حجم المجموعة أو «العدد الكاردينالي» cardinality لها. وفي المثال الذي أوردناه قبل قليل، فإن العدد الكاردينالي هو «خمسة»؛ ومجموعتنا المتنوعة مكونة من خمسة أنواع من الأشياء. ونظرا لكونها مرتبة، أو لأننا أسندنا إليها أعدادا، فإنه يمكننا أيضا أن نعطي لكل شيء فيها هوية (مجردة) أخرى، وهي موقعها في الترتيب الذي حددناه لها. فالشيء الأول هو السفن، والثاني الأحذية، والثالث الشمع الأحمر، وهكذا.

واختصارا، فإنه يمكننا استعمال مجموعة الكلمات العددية، خالية من أي محتوى أو مرجع محدد لوصف مجموعة الأشياء المتنوعة، ويمكننا الإشارة إلى كل شيء في المجموعة وذلك بتحديده بطريقة وحيدة. إن معظم الناس تعلم هذه القواعد المتعلقة بالعد قبل سن الخامسة، ومن المحتمل ألا يكونوا فكروا البتة في هذا الموضوع منذ ذلك الحين. هذا وإننا بحاجة إلى قرابة عشر سنين من التعلم المدرسي المكثف قبل أن نتمكن من متابعة هذا الوصف المجرد لهذه العملية. ولن نفاجأ إذا علمنا بأن ثمة العديد من التفسيرات الغريبة التي ظهرت حول المكان الذي انطلقت منه هذه القدرات.

لقد قضت البشرية عدة آلاف من السنين قبل إنجاز القواعد والأساليب (الخوارزميات) للعد. وثمة حين من الدهر، لا يفصلنا عنه الكثير من القرون، كانت فيه هذه المهارات مقصورة على نخبة من الناس. وفي أيامنا هذه، فهناك القليل من الأميين، كما أن قليلا من القبائل البدائية مازالت موجودة. بيد أنه حتى عام 1950، وفي بقاع نائية من العالم، كان هناك مجموعات من البشر لم يتجاوز فهمهم للعدد مرحلة «واحد.. اثنان.. كثير»، وهذا يتفق مع المثل الشعبي الذي قدمناه في بداية هذا الفصل. وحين كان هؤلاء يجرون اتصالات مع تجار «متمدنين»، فإن النتيجة لم تكن في مصلحتهم لأنه لم يكن في جعبتهم كلمات عددية أكثر من ثلاث. وكان يتعين عليهم أن يجروا تقابلا بين الأشياء التي يجب أن تعد وأثلام يحدثونها بالحصيات، أو أجزاء من الجسم، أو خدوش على الخشب، وقد ذكر سير فرانسيس كالتون Sir Francis Galton (ابن عم داروين) في أواخر الثمانينيات من القرن الماضي، أن أحد أفراد قبيلة «دامارا» Damara في أفريقية بادل قطيعه من الغنم

بلفائف التبغ، بأن أخذ لفافتين مقابل الرأس الأول من غنمه، ثم لفافتين مقابل الرأس الثاني، ثم لفافتين مقابل الرأس الثالث، وهكذا. ولم يكن بالإمكان تسريع عملية المبادلة هذه دون وقوعه في فوضى مطبقة.

وفي موقف حياة أو موت، مثل الحبس الانفرادي في سجن أو سفينة، فإن المساجين أو المنبوذين يعدون أيامهم بتسجيلها على سطوح مناسبة. وفيما كان الشاعر الألماني أدلبرت ستيفتر Adalbert Stifter، الذي عاش في القرن التاسع عشر، يتطلع إلى لقاء حبيبته، فإنه ملأ كيسا بالتفاح وصار يأكل تفاحة كل يوم إلى أن انتهت فترة الانتظار. وكل ما كتبه لها ما يلي: «حين كتبت رسالتي الأخيرة إليك كان لدي 21 تفاحة - وغدا لن يبقى سوى 13. وأخيرا، لن يبقى إلا تفاحة واحدة، وبعد التهامها، سأصرخ بأعلى صوتي من الغبطة والسرور».

وإذا وسعنا طريقة العد هذه بصورة طبيعية، دون الاستعانة بحصيات أو خدوش أو ثمرات من التفاح، فمن الممكن مس أعضاء الجسم المختلفة للدلالة على أعداد مختلفة. فكل شخص يستعمل أصابعه للعد في بعض المناسبات، والكلمات ليست في الحقيقة ضرورية، إذ يبدو طبيعيا العد في مجموعات من خمسة وذلك بمس أصابعنا خلال العد. وأكبر مجموعة بعد ذلك هي 10 (مجموع أصابع اليدين). وإذا خلعنا نعلينا، فيمكن أن نسير بالعد إلى مجموعة من 20. ويلاحظ في كثير من اللغات أن لأصول الكلمات العددية علاقة بالجسم. فكلمة «Digit» التي هي كلمة انجليزية معناها «إصبع»؛ والكلمة الإندونوسية Lime (التي معناها «خمسة») تعني أيضا «اليد»؛ والكلمة الازتيكية القديمة matlactli معناها «يدان اثنتان» و«عشرة» في آن واحد؛ وكلمتا «شخص كامل» في عدد كبير من اللغات تعنيان أيضا كلمة «عشرين» (عدد أصابع اليدين والقدمين). وكلمة «اثنين» في كثير من اللغات ترتبط على نحو ما بكلمة «العينين» أو «الأذنين» أو «الخشمين».

معظم الأنظمة العددية تكرارية، بمعنى أنها تذهب إلى نقطة معينة، كأن تكون عشرة في النظام العشري، ثم تبدأ ثانية بإضافة الكلمات من واحد إلى عشرة كلاحقة لأساس النظام العددي.

وعلى سبيل المثال فإن «eleven» و «twelve» هما كلمتان أنجلو سكسونيتان معناهما «one-more» و «tow-more»؛ و «three-ten» تصبح «thirteen»، و

«four-ten» تصبح «fourteen»، وهكذا. وبعد «twenty» (أي «two-tens») تُزَاحُ منزلة الواحدات لجعل عدد الأساس هو الجزء المهم، كما في twenty-one وtwenty-two، وهكذا. وثمة أعراف مماثلة حول الأعداد في كل اللغات الأوروبية، وهي تتغير من لغة إلى أخرى تبعا لطبيعة اللغة والمجتمعات، وهذا أمر لا نعرف عنه حقائق مؤكدة.

وحيث ترتبط الأعداد بأجزاء الجسم، فإن مكان العدد في جملة كلامية يترك كفجوة في هذه الجملة، وهذه الفجوة تملأ بإيماءة. وعلى سبيل المثال، لاحظت بعض البعثات التبشيرية أن إحدى القبائل كانت تعد من الواحد (الخنصر الأيمن) مرورا بجميع أصابع اليد اليمنى ثم يأتي الرسغ والكوع والكتف إلى الأذن اليمنى والعين اليمنى ثم العين اليسرى خلال الوجه، ثم تتابع العد بترتيب معاكس حتى تصل إلى خنصر اليد اليسرى (اثنان وعشرون). ومهما كانت الأناقة التي تتمتع بها هذه الطريقة، فإنها لم تكن متتالية عددية مميزة. فهذا النظام لم يستخدم مفهوما واحدا يؤدي إلى مفاهيم أخرى أكثر تعقيدا، كما أنه لم يكن يتسم بنظام منطقي. فالكلمة doro، مثلا، كانت تعني أيا من ثلاث أصابع في اليد اليمنى أو ثلاث أصابع في اليد اليسرى. وكان على المرء أن يعد مرورا بالنظام كله كي يكتشف ماذا تعني كلمة doro بين ستة معان محتملة (2، 3، 4، 19، 20، 21).

لم تحدث مثل هذه المشكلات في نظام العد الذي شرحه القديس «بيد» Bede (672-735) الذي يعد من أشهر العلماء المسيحيين في بواكير القرون الوسطى. وقد انطلق اهتمامه بالأعداد حين صدر قرار الكنيسة الرومانية (مجمع Nicaea الكنسي، عام 325 ب.م.) الذي يشرح طريقة حساب تحديد يوم الفصح. وقد أعلن هذا المجمع أن يوم الفصح هو أول يوم أحد يحل عقب أول بدر في فصل الربيع (وهذا أكد أن عيد الفصح عند المسيحيين لن يتطابق أبدا مع عيد الفصح لدى اليهود الذي يحل في اليوم السابق لأول بدر). هذا وإن تاريخ عيد الفصح في تقويم الكنيسة الرومانية يحدد تواريخ أعياد أخرى غير ثابتة. ولدى تأكيد تواريخ هذه الأيام المقدسة، كان على الكاثوليكيين حضور القداس وإلا كانوا مذنبين لارتكابهم خطيئة مميتة إذا لم يكن لديهم سبب مشروع لعدم حضور الاحتفال. وفي حالة عيد الفصح، كانت العقوبة هي الحرمان الكنسي. وهكذا فإن الحساب الدقيق

للتاريخ كان يؤثر في أمل العديد من الناس في حياة مريحة على الأرض وخلاص في الدار الآخرة.

لقد توصل «بيد» إلى طرق في حساب عيد الفصح وانطلق منها إلى التحديد الدقيق للتقويم الكامل لتاريخ العالم. وعلى سبيل المثال، فإن «بيد» هو أول من بدأ تقليد تاريخ الحوادث قبل ميلاد المسيح وبعده (قبل الميلاد، ق.م، وبعد الميلاد، ب.م.). وكتابه بعنوان De computo vel loquela digitorum («حول العد والكلام باستعمال الأصابع») يحوي شرحا كاملا لطريقة تمثيل جميع الأعداد، من واحد إلى المليون، باستخدام الإشارات اليدوية. وكان هذا الكتاب أهم كتاب في علم الحساب في أوروبا طوال أكثر من ألف سنة. ولنظام «بيد» شبيهان معاصران: الرجل الذي مهمته في ميادين سباق الخيول أن يبعث إلى رئيسه إشارات باستعمال يده وجسمه تدل على الرهانات على خيول منافسي رئيسه، والرجل الذي يستعمل يديه للدلالة على أسعار الأسهم في البورصة (نيويورك، طوكيو، وغيرهما) حين يكون هذا الرجل مشغولا والبورصة نشيطة.

متتالية الأعداد

تنطلق متتالية الأعداد من واحد إلى أكبر عدد يمكن للإنسان تصوره، أو حتى إلى اللانهاية إذ لا وجود نظريا لنهاية هذه المتتاليات. ومنذ قرابة عام 1500 ب.م. صار علماء الرياضيات يتعاملون مع «الأعداد السالبة»، أي الأعداد التي تصغر الصفر، وغدت متتالية الأعداد تبدأ بالصفر وتسير نحو اللانهاية في كلا الاتجاهين: فهناك لا نهاية موجبة ولا نهاية سالبة.

تطور فهم هذه المتتالية على نحو بطيء جدا. وفي بداية الأمر، لم يُعترف بأن الصفر والواحد هما عددان، وذلك يعود إلى أن أرسطو طاليس عرف الأعداد بأنها تجمع أو «تراكم». ولما كان هذان العددان لا يمثلان «تراكما»، فلم يعطيا صفة الأعداد. (وبطريقة مماثلة، وإن كان لسبب وجاهة، استثنى بعض المؤلفين المتأخرين العدد اثنين من مجموعة الأعداد.) وكما هي الحال في التمييزات «البلاغية» من هذا النوع (التي تهتم بالمماحكة الكلامية أكثر من اهتمامها بالحقيقة العلمية)، فإنه لم يكن لذلك تأثير في إجراء الحسابات، وإنما نجم عن ذلك تحديد لرؤية خبراء ذلك الزمان

للطبيعة الحقيقية للأعداد ووظائفها في سبر أغوار الزمان والمكان.

إن تاريخ العدد محتوى في متتالية أسماء الأعداد في اللغات المختلفة. فأسماء عدد العشرة أو الأعداد الأصغر هي بين أقدم الكلمات وأكثرها استقرارا في أي لغة. وتوحي هذه الأسماء - والشبه الكبير بينها في اللغات المرتبطة بها - بأنها مرتبطة بثقافة العصور القديمة، وبالمقابل، فإن الأسماء القديمة للأعداد الكبيرة (100، 1000، 10,000 وهكذا) غالبا ما تبدو، وعلى نحو غير متوقع، غير متعلقة بأي شيء آخر. وهذا يشير إلى اقتباس هذه الكلمات من لغات أخرى في مرحلة متأخرة. وهكذا فإن التشابهات والفروق في أسماء الأعداد تشير إلى المراحل المختلفة في تطور نظام الأعداد.

ولإيضاح ذلك، فإننا سنأخذ كلمة «googol». إن هذه الكلمة اسم لعدد كبير جدا هو الواحد على يمينه 100 صفر، وقد صاغ هذا الاسم منذ عهد قريب إلى حد ما عالم أمريكي استنفد «البوادئ» prefixes التي يمكن أن يصلها بالمقطع «ليون» («مليون»، «بليون»، «تريليون»، «زيليون»...). ويقال إنه صاغ كلمة «googol» من الأصوات التي كان يصدرها ابن أخيه الصغير. وقد دخلت هذه الكلمة الآن إلى لغات أخرى. وبالنسبة إلى عالم لسانيات في المستقبل، فإن عدم ارتباطها بأسماء أعداد أخرى وورودها في لغات غير مرتبطة بعضها ببعض، كالإنجليزية والصينية والعربية والروسية، يدل على أنها ابتكار استحدث في وقت متأخر.

أما فيما يتعلق بمقاييس الحجم والزمن، فإن أسماء الأعداد في اللغات الأوروبية الغربية (الإنجليزية والألمانية والفرنسية والإيطالية والإسبانية واليونانية) تكوّن مجموعة محددة تماما ووثيقة الصلة بعضها ببعض بالنسبة إلى علم النحو ومجموعة مفردات اللغة وبناء الجمل والفونولوجيا (علم الأصوات الكلامية). وانتسابها إلى ثقافة العصور القديمة أمر واضح من علاقاتها بعضها ببعض ومن شبهها بالكلمات الدالة على نفس الأعداد في زمرة أخرى من اللغات التي بينها قرابة وهي زمرة اللغات الأوروبية الشرقية التي تضم البولونية والتشيكية والروسية واللتوانية والصربية. ويشهد على هذا الجدول الوارد في الأسفل الذي يزودنا بقائمة من الكلمات من واحد إلى عشرة في بعض هذه اللغات. (ويرد في هذا الجدول أيضا مقابلات

كلمتي «أب» و«أم» لتبيان علاقات مشابهة).

English	French	German	Greek	Russian	Polish	Lithuanian
one	un	eins	heis	odin	jeden	vienas
two	deux	zwei	dyo	dva	dwa	du
three	trois	drei	treis	tri	trzy	trys
four	quatre	vier	tettare	chetyre	cztery	keturi
five	cinq	fünf	pente	pyat'	pyantz	penki
six	six	sechs	hex	shest'	szesc	sheshi
seven	sept	sieben	hepta	syem	siedem	septyni
eight	huit	acht	okto	vosyem'	osiem	ashtuoni
nine	neuf	neun	ennea	devyat'	dzyevyat	devyni
ten	dix	zehn	deka	desyat'	dzyevyat	deshimt
father	pere	Vater	patir	otyetz	ojca	tevas
mother	mere	Mutter	matir	mat	matka	motina

Note: stands for the Russian soft sign, which changes the second of the ending

وبمقارنة ألفاظ أعداد أخرى في كل من اللغات التي بينها قرابة واللغات التي ليس بينها قرابة، فإننا نجد أن للأمم المختلفة الطرق الأساسية نفسها في التعامل مع التعددية، وذلك يبدأ منذ الولادة. فالطفل، الأناني الأبدي، الأنا «numero uno» تتخذ الخطوة الأولى. وبمرور الزمن، وبصعوبة كبيرة، يجري تعرّف العدد اثنين (أي، أنت). وعند هذه النقطة تكون «واحد، اثنان، كثير» هي الطريقة التي نفهم بها النظام العددي. بعد ذلك (كما يرى مينينكر Menninger على الأقل)، يُستبدل بكلمة «كثير» اسم العدد التالي في المتتالية، أي «ثلاثة». أما المفهوم غير المحدد لكلمة «كثير» فإنه يعطي هوية واضحة، وهو أي شيء أكثر من ثلاثة، ويغدو النظام هو «واحد، اثنان، ثلاثة، كثير». وهكذا.

وعند هذه النقطة، قد تكون اللغة العامية مازالت تعكس المرحلة الأبكر. وعلى سبيل المثال، فعوضا عن القول «إن المكان ليس بعيدا جدا» قد يقول اسكتلندي «لا يبعد المكان إلا خطوتين». وبدلا من قولنا «قابلت عددا قليلا

من الناس»، قد يقول إيطالي «قابلت أربع قطط». وفي هذا المعنى يتحدث الكتاب المقدس عن «أربعين يوما» و«أربعين سنة». وكل عبارة يراد منها الإيحاء بعدد أكبر بكثير، فإن المجموع الحقيقي يكون غير محدد. ويتكلم اليونانيون عن «أربعين تويجية» في الزهرة؛ وحكت شهرزاد حكايات على مدى «ألف ليلة وليلة»؛ وعندما كنت طفلا صغيرا جدا، فإنني مازلت أذكر أنه في إحدى اللعب العددية التي كنا نمارسها كنت أقبِّل والدتي «مليون قبلة». ويمكننا إيضاح تاريخ الخبرة البشرية المبكرة (لدى الأطفال وفيما قبل التاريخ) بالعدد باستعمال الخط الزمني على النحو التالي:

1 (أنا)-2 (أنت)-3 (هو أو هي)-4 (أصابع)-5 (يد)-6-7-8 (يدان دون إبهامين)-9-10 (كلتا اليدين)-11-12-13-14-15 (قدم واحدة)-16-17-18-19-20 (إنسان كامل).

وتجدر الإشارة إلى أنه خلافا لكلمة «googol»، فإن الكلمات الدالة على الأعداد، مثلها مثل الأنظمة العددية، نادرا ما تفرض من قبل شخص واحد. إنها نتاج اجتماعي، ونتيجة لنشاط جماعي. وهي تتطلب إجماعا كي تكون قابلة للحياة. ويوردها عادة علماء في مرحلة لاحقة (ونتيجة لذلك، فإنها كثيرا ما تنسب إليهم). لكن ثمة كابوسا ترزح تحته عقول عديد من الناس، ولابد من التخلص من التفكير الساذج الذي يفترض بأن الحياة الواقعية هي ما حفظ بين جدران المكتبات. فلم يكن أرخميدس أو بيد أو بوثيوس Boethius أو فيبوناتشي Fibonacci أو نيوتن هو الذي ابتكر علم الرياضيات. إن من أحدث التطورات الأساسية في هذا العلم هم رجال ونساء عاديون مجهولون ومغمورون. أما العلماء فإنهم يشغلون دورا أساسيا في العمل على تنسيق فروع المعرفة وتطبيقاتها. أما الإبداع، مثله مثل الأخلاق، فشيء آخر.

الحاسوب الأول - يدان اثنتان وعشر أصابع

إن «قانون الجهد الأصغر»، الذي يحكم معظم الابتكارات البشرية، ينص في جوهره على أن سر نجاح البشر في تسيير أمورهم يتلخص في

استثمار مصادر الطاقة والفكر والعمليات بأقل قدر ضروري لإنجاز أهدافهم. وقد عبّر عن هذا وليام أوف أوكام William of Occam (القرن الرابع عشر) بالنصيحتين البليغتين التاليتين: «لا جدوى من استعمال عدد كبير من الأشياء لإنجاز عمل ما إذا كان من الممكن إنجازه بعدد أقل منها»، و«لا تستعمل أشياء تتجاوز ما أنت بحاجة إليه». إن «سكين أوكام» (كما كان يطلق على هاتين المقولتين، لأنهما كانتا تشرِّحان الهرطقات الفلسفية في ذلك الزمان) هي الآن من مبادئ العلم الرئيسة، ويطلق عليها اسم مبدأ الاقتصاد.

وثمة مبدأ متمم ثان، هو قانون العطالة المزمنة (أو القصور الذاتي المزمن) يمكن النص عليه على النحو التالي: «إن الكائنات البشرية ستصدق، أو تفعل، كل شيء تقريبا من شأنه الوقوف في وجه أي تغيير في روتينها المألوف». إن هذا المبدأ في جوهره هو مبدأ الجهد الأصغر معبرا عنه في سياق آخر. وكلا القانونين ممثل في مسيرة تاريخ العدد.

ومتتالية الأعداد التي ناقشناها سابقا مكونة بأخذ نقطة للبدء (هي الواحد-لكن على العاملين في الحواسيب ألا ينسوا الصفر) ثم إضافة واحدات متعاقبة إلى أن نبلغ كفايتنا. وهكذا فإننا نعد من واحد إلى عشرة باستعمال أنسب الأدوات، وهي أصابعنا.

وحين الانتهاء منها نستعمل الحاسبات التالية الأكثر تيسرا، وهي أصابع قدمينا. وهذه توصلنا إلى 20 ـ وعند هذه النقطة ننتقل إلى نظام جديد. ونحن نستحدث كلمات لوصف كل عدد عاشر: «عشرون» «عشرتان»، (ثلاثون) «ثلاث عشرات»، (أربعون) «أربع عشرات» وهكذا، وهذا أمر يغير القواعد. وفيما نحن نعد باستخدام هذه الكلمات، فإنه يمكننا نسيان الأعداد الوسيطة.

و«يعمل» النظام بشكل طبيعي بإضافة الواحدات. ولكن يمكننا الآن أن نضيف مجموعات من عشرة. وهنا يكون شيء آخر قد حدث. «فعشرتان» و«ثلاث عشرات» وهكذا ليست مجرد كلمات في متتالية الأعداد، إنها تشرح عملية الضرب. وهي تبين أيضا أنها طريقة سريعة لإجراء عملية الجمع. فبدلا من إجراء جمع مرهق لواحدات متعاقبة، فإننا ببساطة نضرب (أي أننا، في النظام العشري، نجمع وفق حزم من عشر واحدات) للوصول

إلى المستويات التالية.

لقد أدت هذه النظرة أيضا إلى اكتشاف أن اليدين بما فيهما من أصابع يمكن استخدامهما في أعمال حسابية متقدمة. وعلى الرغم من رفض حساب الأصابع من قبل العلماء، الذين وصموه بأنه «حساب الفلاحين»، فإن هذا الحساب كان أسلوبا مميزا في حسابات المكاتب في أوروبا طوال عدة قرون، ومازال يستخدم في بعض بلدان أوروبا الشرقية حتى اليوم، بل إن له نظيرا معرفيا ضخما: ألا وهو الإشارات بالأصابع التي ابتكرها «بيد» للدلالة على الأعداد.

لنعط مثالا على ذلك، وهو كيف نضرب عددين كل منهما أقل من 10 ولنقل: 7 و9 - دون الإفادة من جداول الضرب. ارفع يديك كلتيهما بحيث تواجهك راحتاهما وتكون أصابعك العشر ممدودة. شكِّل بيدك اليسرى زيادة العدد الأول عن خمسة، وبعبارة أخرى اثنِ إصبعين (لأن 2 = 7 - 5). افعل الشيء نفسه للعدد الثاني بيدك اليمنى، أي اثنِ في هذه المرة أربع أصابع (لأن 4=9 - 5). بعد ذلك اجمع عدد الأصابع المثنية (2+4=6)، واضرب المجموع بالعدد 10 (10x6=60). بعدئذ اضرب الأصابع الممدودة (1*3=3)، وأضف المجموعين إلى بعضهما (3+60=63). إذن الجواب 9x7=63.

ولضرب عددين كل منهما أكبر من 10 (13*14 مثلا) فإن الإجراء شبيه بالسابق، غير أننا نبدأ بثني الأصابع لتبيان الزيادة عن العشرة، وليس عن الخمسة: فنثني ثلاث أصابع من اليد اليسرى وأربعا من اليمنى، ثم نجمعهم (3+4=7) ونضرب الناتج بالعدد 10 (10x7=70). بعد ذلك نضرب الأصابع المثنية (4x3=12) ونجمع الناتجين (70+12=82). وأخيرا نضيف 100 (82+100=182)، فيكون الجواب 14x13=182.

تُرى، ما خوارزمية هذه العملية؟ (تجدر الإشارة إلى أنه في أيام «بيد» لم يكن ليُطرح مثل هذا السؤال. فمادمنا نحصل على جواب صحيح، فلم الشرح؟) ولجعل المسألة عامة نقول: ليكن العددان اللذان ننوي ضربهما A,B، والطلب هو إيجاد قيمة AxB. إن الخوارزمية وطريقة تنفيذها يمكن أن توضعا الآن في الجدول التالي:

إيجاد جداء (حاصل ضرب) العددين A و B	مثال
(i) حين يكون كل من B, A أقل من 10	**A = 7; B = 9**
الأصابع التي تثنى: اليد اليسرى (A-5)؛ اليمنى (B-5)	7 - 5 = 2; 9 - 5 = 4
أضف الأصابع المثنية إلى بعضها	2 + 4 = 6
مجموعها = A+B-10	
اضرب بالعدد 10	6 x 10 = 60
رقم العشرات هو: (10-A+B) x 10	
اضرب الأصابع الممتدة	3 x 1 = 3
اجمع ناتجي عمليتي الضرب	60 + 3 = 63
وهذا يعطي جواب AxB	7 x 9 = 63
(ii) حين يكون كل من A وB أكبر من 10	**A = 13; B = 14**
الأصابع التي تثنى: اليد اليسرى: A-10؛ اليمنى B-10	13 - 10 = 3; 14 - 10 = 4
أضف الأصابع المثنية إلى بعضها	3 + 4 = 7
مجموعها A+B-20	
اضرب بالعدد 10	7 x 10 = 70
رقم العشرات هو: (A + B - 20) x 10	
اضرب الأصابع المثنية	3 x 4 = 12
رقم الآحاد هو: (A - 10) x (B -10)	
وهذا يساوي A B) - 10A - 10B + 100)	
اجمع ناتجي عمليتي الضرب	70 + 12 = 82
أضف 100 إلى هذا المجموع	82 + 100 = 182
وهذا يساوي:	
10 x (A + B - 20)+(AB - 10B + 100) + 100	
وهكذا فإن جواب A x B هو:	13 x 14 = 182

وكما يبين هذان المثالان (13 x 14; 7 x 9)، فإن هذه الخوارزمية تتضمن مشكلة واحدة، ألا وهي تغير شكلها عند الزيادة بخمسات. ومع ذلك فإنها توفر مثالا رائعا على الطريقة التي كانت تبسّط بها مسائل الأعداد عبر التاريخ، وكانت هذه الطريقة غالبا ما تُعالج على نحوٍ غير مباشر، كما تقدم

مثالا على الطريقة التي كانت تُحل بها مسائل الأعداد باستخدام قوانين منطق الخطوة تلو الخطوة.

الأعداد المكتوبة

خلال مئات الآلاف من السنين كان يجري التعبير عن الأعداد بالكلام قبل الشروع في كتابتها. وحتى الأعداد المكتوبة، فإنها مرّت بمرحلتين مختلفتين تماما من مراحل التطور. ومن الناحية التاريخية، فإن كل مجموعة «متقدمة» من الأعداد المكتوبة، مثل الأعداد البابلية أو المصرية أو الصينية أو اليونانية أو الرومانية أو الهندوسية سبقها أو عاصرها مجموعة أكثر «بدائية» كان يستعملها الناس العاديون للمقايضة أو لأغراض أخرى. ويبتدئ التمثيل الرمزي للأعداد بأسلوب غير مكتوب، باستعمال أساليب مثل الإشارات الجسدية أو الإشارة إلى الأشياء التي يُراد تعدادها، أو بإحداث خدوش باستخدام الأصابع، أو بعلامات على الأرض أو في الرمل، أو بصفوف من الحصيّات، أو بأكوام من الأصداف أو الخرز. وفي الحالات النادرة التي كان يضع فيها الناس العاديون سجلات دائمة للعدد، فإن «أعدادهم» هذه كانت عادة تسير على النمط التجميعي نفسه، فكلما كان يجري إضافة حصاة إلى كوم من أكوام الحصيات مقابل كل إضافة جديدة للعدد، كان يجري إضافة نقطة أو خط أو خدش إلى الحساب المكتوب.

وكمثال جيد على هذه الطريقة «البدائية» في «كتابة» الأعداد نورد عصي الحساب، وهي قطع من الخشب كانت تعلم بأثلام عليها. وقد استعملت هذه العصي في مجتمعات الفلاحين طوال آلاف السنين، وكانت تعامل من قبل الدولة على أنها وثائق قانونية حتى أنها كانت تستعمل في تسهيل أمور الدولة نفسها. وبدءا من القرن الرابع عشر وحتى عام 1828، كانت الخزانة البريطانية، مثلا، تستعمل هذه العصي في طلباتها من الضرائب وكانت تعطيها للمواطنين كإيصالات استلام للضرائب. ولدى التخلي عن هذا النظام، بقيت كومة ضخمة من هذه العصي مودعة في أقبية البرلمان في لندن. وفي عام 1834 تقرر التخلص منها بحرقها. وخلال هذه العملية احترقت مباني البرلمان بكاملها. (رسم تيرنر Turner لوحتين شهيرتين لهذا الحريق الهائل).

لم تكن العلامات على هذه العصي رموزا معيارية كتلك التي نستعملها في هذه الأيام، إذ إن أشكال العلامات كانت تختلف باختلاف الأشخاص الذين يحفظون العصي لديهم. وكان الهدف من هذا تحديد هوية الشخص الذي يستعمل العصي كفاتورة أو إيصال في حالات الخلاف.

1 2 x 10000 £
2 100 £
3 2 score £
4 10 x 1£
5 17 s
6 11 d
7 4 1/2 score £
8 16 1/2 £
9 100 £ + 16 £ + 9 s + 8d
10 (20 + 61/2) £ 3s 4d

وحتى أن الشخص نفسه كان يستعمل علامات مختلفة للإشارة إلى أعداد الأشياء المختلفة. وعلى سبيل المثال، فإن «العشرة» التي تدل على رؤوس البقر كان غالبا ما يُرمز لها على نحو مختلف عن «العشرة» الدالة

على أحمال الأعلاف أو حاويات اللبن. ولم يَدُرْ بخلد صانعي هذه العصي أن الأشياء المختلفة يمكن أن يكون لها أعداد متساوية، وأن أي رباط بين العدد والأشياء التي يشير إليها كان أمرا مؤقتا تماما.



رسم من كتاب «سلوان الفلسفة» Consolation of Philosophy لمؤلفه «بوثيوس» Boethius. يستعمل الفيلسوف (في اليسار) الأرقام العربية؛ كما أن التاجر (في اليمين) يستخدم لوحة عد للحساب «على الخطوط». ويوجد على ثوب الإلهة متتاليتان هندسيتان: 8، 4، 2، 1 و27 و9 و3 و1. والفكرة التي يبدو أن هذا الرسم يمثلها، وهي التنافس بين النظامين، قد لا تحيد كثيرا عن الحقيقة التاريخية.

(قد يبدو هذا أمرا لا يصدق، إلا إذا تذكرنا أن العدد كان إلى عهد قريب جدا محاطا بهالة شبه سحرية. فمنذ قرابة 100 سنة، لم يكن الفلاحون البولونيون المتدينون يخلطون النقود المخصصة لمهر البنت بالنقود المخصصة لشراء الأرض، ولم يكن هذا ناجما عن شيء سوى أنهم اعتبروا النقود هذه مختلفة عن تلك. فكانوا ينظرون إليها وكأن لديهم كومتين من بذور مختلفة.)

كانت السجلات البسيطة، كتلك التي كانت تدوّن على العصي، تلبي معظم مطالب الحياة العادية والتجارة.

Arabic	Egyptian	Baybylonian	Mayan	Chinese	Greek	Rom
1	[illegible]	[illegible]	[illegible]	一	[illegible]	I
2	[illegible]	[illegible]	[illegible]	二	[illegible]	II
3	[illegible]	[illegible]	[illegible]	三	[illegible]	III
4	[illegible]	[illegible]	[illegible]	四	[illegible]	IV
5	[illegible]	[illegible]	[illegible]	五	ε	V
6	[illegible]	[illegible]	[illegible]	六	[illegible]	VI
7	[illegible]	[illegible]	[illegible]	七	[illegible]	VII
8	[illegible]	[illegible]	[illegible]	八	[illegible]	VIII
9	[illegible]	[illegible]	[illegible]	九	θ	IX
10	[illegible]	[illegible]	[illegible]	十	ι	X
26	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	κϛ	XXVI
273	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	DCCXXIII
11.578	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	ĪMDLXXVIII

لكن الأهداف الأسمى، كتسجيل انتصارات حاكم أو دولة، أو صنع تقويم، أو سن القوانين وتحديد الضرائب، فكانت تتطلب أعدادا مكتوبة أكثر تطورا وتعبر عن العظمة لدى النظر إليها. وفي كثير من المجتمعات، حدث انقسام بين أولاء الناس الذين كانوا يستعملون الحسابات لأغراض عملية وأولئك

الذين كانوا يستخدمون الأعداد في مهام تتعلق بالطقوس والدولة.

وفيما بعد أصبحت المجموعة الأخيرة من المجتمع هي النخبة، واعتُبرت الأعداد المكتوبة التي استخدمتها أعدادا خاصة، وحتى مقدسة. وفي بعض الثقافات، ادُّعيَ بأنها من صنع الآلهة ذاتها. وقد بدأت المواجهة (أو، ربما، المنافسة) بين هاتين المجموعتين منذ زمن بعيد، واستمرت زمنا أطول من استمرار الحضارات العظيمة التي كانت هذه الأعداد مميزة لها. ففي مخطوطة تعود إلى القرن الرابع عشر رسمها «بوثيوس» Boethius بعنوان «سلوان الفلسفة»، ثمة رسم شهير يبين «عالمي رياضيات»، تاجرا ومعه معداده وفيلسوفا فيثاغوريا ومعه أعداده المقدسة، وهما منخرطان في منافسة تشرف عليها آلهة الأعداد.

ولابد من أن يكون المشتركون في هذا الرسم معروفين تماما من قبل كل من قرأ الكتاب - ولابد من أنه ما من قارئ، حتى في هذه الأيام، رأى شيئا غريبا في الوضع المبين في الرسم أو في الثنائية التي يرمز إليها. وكان يُنظر إلى هذا كحرب بين «الاتحادين» المتنافسين وكعمل جاد إلى حد بعيد.

ولما كانت الأنظمة «المعقدة»، أو «النخبوية» للأعداد المكتوبة قد ظلت غير مستعملة في الحسابات اليومية ردحا طويلا من الزمان، فإن كثيرا منها كان بعيدا عن الحياة العملية، على الرغم من عدم تعرض مستعمليها إلى العقاب. إنها لم تكن أدوات العلم بل أدوات البيان والبلاغة، ولم يكن استخدامها يُعنَى بالقياس (بمعناه الواسع) بقدر ما كان يهدف إلى التأملات الفلسفية التي كانت غالبا ما تدور حول سلوك الكائنات الخارقة للطبيعة وأهدافها. فالرموز التي لم تكن لتدوم أكثر من خمس دقائق في خضم الحياة العادية دامت عدة قرون، وعرقلت التقدم العلمي لمجتمعات كانت من نواحٍ أخرى - كالحكومة والتجارة والفنون - بين أعظم الحضارات التي عرفها العالم تألقا.

ومن الممكن صياغة المسألة بسرعة. ففي حال الحسابات تكون الرموز العددية البسيطة أسهل استعمالا من الرموز المعقدة. وهكذا فكلما كانت الأعداد المكتوبة «أبسط»، ازدادت قابليتها لإجراء أعمال حسابية معقدة. وللحسابات الأكثر تطورا، فإن الأعداد التي تستند إلى حروف من الأبجدية، أو التي تستعمل الأحرف الأولى من كلمات مثل كلمة mille (التي تعني

باللاتينية «ألفا»)، أو تلك المؤسسة على تجمعات من الرموز، كما هي الحال في الأعداد المصرية المنقوشة على الحجارة، فهي غير مريحة في الاستعمال في أحسن الأحوال، ذلك أنه يمكن الخلط بينها وبين الكلمات، أو بين بعضها بعضا، أو بينها وبين علامات عشوائية على المادة المكتوبة عليها (كالخدوش على الحجر أو اللطخات على ورق البردي). ويبين الجدول السابق هذه النقطة ـ كما أنه يثبت أفضلية نظام الأعداد الهندوسية العربية الذي أصبح يستعمل هذه الأيام في جميع أرجاء المعمورة.

2 الهنود الأمريكيون والعدد

قبل اجتياح القارة الأمريكية من قبل الأوروبيين بزمن طويل، كان يقطنها أكثر من 500 مجموعة مختلفة من السكان الأصليين، بعضها مجموعات صغيرة، وأخرى اتحادات أكبر، وأخرى غيرها كانت من الكبر بحيث يمكن عدها أمما. وكان تنوع اللغات والتقاليد واسعا كما هي الحال في أوروبا أو الهند أو آسيا. والأماكن التي أتى منها الهنود الأمريكيون مسألة دار حولها نقاش طويل. وثمة حاليا إجماع على أنهم اجتازوا مضائق (بيرينك) Bering من شرق آسيا، وربما كان ذلك في أواخر العصر الجليدي الأخير (منذ 10,000 سنة).

وبوجه عام، فإن المجموعات الهندية الأمريكية ظلت في المستوى الذي يسميه العلماء الأوروبيون الآن العصر الجليدي الجديد: أي أنهم كانوا يصنعون السلاح من الحجر المصنع والمصقول. ولم يتجاوزوا مرحلة البداوة غير المتمدنة إلا في أمكنة قليلة. وكان لدى شعب (الإنكا) Incas الذي عاش في البيرو تركيب طبقي معقد، لكنْ لم يكن لديهم لغة مكتوبة. أما (الأزتيك) Aztecs في المكسيك و(المايا) Maya في اليوكاتان، وهما شعبان منفصلان

«الدم والقسوة هما أساس جميع الأشياء الجيدة»
هرناندو دي سوتو، فاتح إسباني

تماما، فكان لدى كل منهما حضارة متطورة وشكل من الكتابة بالصور. وقد يكون أفضل وصف لجميع هذه الشعوب الثلاثة، الأزتيك والإنكا والمايا، هو أنهم ينتمون إلى العصر البرونزي، وهو أحدث من العصر الذي عاش فيه (المسينيون) Mycenaens في أوروبا، إلا أنهم جميعا كانوا في مستوى ثقافي واحد تقريبا.

وباستثناء المعابد والأهرام الضخمة في أمريكا الوسطى والجنوبية، وبعض التقاليد الشعبية في أمريكا الشمالية، فإن آثار هذه الثقافة الهندية الأمريكية نادرة. فالإبادة الجماعية التي ارتكبها الإسبان ضد الأزتيك والإنكا والمايا لا يدانيها سوى الحروب التي شُنَّتْ أخيرا على السكان الأصليين لأمريكا الشمالية. ومع ذلك، فإن ثقافة الهنود الأمريكيين تغطي نطاقا واسعا من أوجه التقدم البشري، بدءا من الرسوم البدائية ومعرفةِ العدد في أمريكا الشمالية، مرورا بالمصنوعات اليدوية للإنكا والأزتيك، ووصولا إلى لغة الصور ونظام الأعداد المعقد لقبائل المايا. ويدرس هذا الفصل المدى الكامل للثقافة الهندية الأمريكية، مع اهتمام خاص بالمفاهيم الأمريكية الشمالية للعدد والتقويم، وأيضا عند قبائل الإنكا. ويكرّس الفصل الثامن لقبائل المايا الذين كان فهمهم للعدد أعمق بكثير من فهم معاصريهم له في القارة الأوروبية.

الهنود الأمريكيون في الشمال

كان سكان البلاد، التي تسمى حاليا كندا والولايات المتحدة وأمريكا الوسطى، مختلفين في سماتهم، وكانوا ينتمون إلى مجموعات قبلية عديدة تتكلم لغات مختلفة. وكانت بعض هذه المجموعات بدوية تعيش على صيد الحيوانات والأسماك، كما عمل بعضهم في الزراعة ورعاية الماشية. ولم يكن للخيل وجود إلى أن جلبها الإسبان. (هذا على الرغم من أن الحصان كان أصله من أمريكا الشمالية وتطور هناك وذلك قبل وجود الإنسان فيها). وكانت البضائع تنقل بواسطة الكلاب التي كانت أحيانا تجر أداة مصنوعة من جذعي شجرة وُصل أحدهما بالآخر يكوّنان عربة دون عجلات. وتجدر الإشارة إلى أن العجلات (الدواليب) أدخلِت فيما بعد من قِبَلِ المهاجرين القادمين من أوروبا.

كانت حياة الهنود الأمريكيين موجهة نحو الصيد والحروب القبلية. أما الدين والثقافة فكانا يستندان إلى مفهوم روحي للحقيقة، إلى فكرة الانسجام والتناسق بين البشر، وإن لم يكن ذلك، فبين الكائنات البشرية والطبيعة والقوى الخارقة للطبيعة. وبدلا من أن يكون الناس مفكرين تحليليين أو تجريبيين، فإنهم كانوا شديدي التقى بالفطرة. ومن ثَمّ فإنهم لم ينجزوا سوى عدد قليل من التطورات في المعرفة العلمية أو في الأعداد. كان بإمكانهم العد، لكن لم يكن لديهم مفهوم للحسابات المجردة أو للأعداد، ولم تكن لديهم طريقة للإفصاح عن العدد إلا شفاها أو بطريقة الخدوش على العصي.



وكانت الجوائز الممنوحة لقاء الإنجازات في الحروب القبلية يعبَّر عنها بطرق رمزية مختلفة. فعدد المرات التي قاد فيها زعيم مجموعة من المحاربين، أو عددُ أفرادِ العدو الذين قتلهم، كان يعبر عنه بإشارات معينة على رداء حول الخصر أو الساق أو على القبعة. وكان عدد ريشات النسر وموضع هذه الريشات وميلها ومقاطعها تشير إلى بسالة المحارب في الحروب. وكانت الريشات تستعمل أيضا في تزيين الأقواس والسهام والأسلحة الأخرى. وكانت توضع علامات على البزات العسكرية، كما كان يوضع وشم وطلاء مخصص للحروب على وجه المحارب وجسمه. وفي وقت متأخر من تاريخ بعض القبائل، كان المحاربون يحملون جماجم ضحاياهم - وهي عادة مقززة للنفس، ربما تعلموها من الصيادين البيض. وقد تكون كل هذه الأمور هي أساس ما يمنح اليوم للجندي المتميز من ميداليات أو شارات جزاء له على حسن سلوكه أو بلائه الحسن في الحروب أو طول خدمته في جيشه.

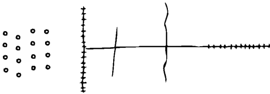
كان تسجيل العدد الدقيق لهذه الجوائز من أعقد الأمور التي واجهتها

القبائل آنذاك.

وثمة رموز مشابهة كانت تستعمل في مواقف أخرى ليست أعقد من هذه المناسبات. ومجموعتا الرموز المبينة في هذه الصفحة نموذجيتان في هذا الصدد. وتوضح الأولى منهما عرضا مقدما لمقايضة جلود أربعة حيوانات (جاموس واحد وثلاثة أخر) ببندقية و25 مخزنا للخرطوش.



أما الرسالة الثانية فتسجل هجوما لقبيلة (أوجيبويي) Ojibway على مخيم لقبائل (سيوكس) Sioux. وهي تبين (أولا) المغاوير الذين يتجسسون على أرض العدو، وأن المغاوير أنفسهم (ثانيا) يتحفّزون للانقضاض في رتل وحيد، «الطريقة الهندية».



والخلاصة أن سكان أمريكا الشمالية الأصليين كانوا يَعُدُّون باستعمال أصابعهم، كما أنهم كانوا يستخدمون أشياء أخرى للعدّ مثل قطع الخشب والحصيّات، وذلك قبل وصول الرجل الأبيض، وفي بعض الحالات بعد وصوله (وهو الذي علّمهم طرائق جديدة في العد، كما تعلموا منه استخدام الخيل وشرب الويسكي واستعمال مسحوق البارود)، وكانوا يسجلون نتيجة

عدِّهم بخدوش. وكانت قبيلة أو قبيلتان، مثل قبيلة بلاك فوت Black-foot، تستعمل أداة مؤلفة من حبل وعقد صغيرة مختلفة الألوان للعدّ. بيد أنه لم يوجد سجل لأي عملية تتجاوز العدّ بالخدوش أو الحصيات أو ما شابهها. فالافتقار إلى الرمز، وحتى إلى الأعداد، جعل من المستحيل تهذيب مفهوم العدد. وكان مستوى المهارات ملائما للجمع حتى 20 (عدد أصابع اليدين والقدمين). وقد يكون من الصعب في هذه المرحلة استيعاب فكرة الطرح الأعقد قليلا. لكن الضرب والقسمة إذا وجدا - إذ لا يوجد دليل على وجودهما - فربما كان يعرفهما ويمارسهما قلة من المتخصصين.

التقويم

لدى مواجهة الإنسان لبعض المسائل الرئيسة وحلها، فإنه يوظف «أدوات» لكشف الحقيقة وفهمها على نحو أفضل. وثمة أربعة نشاطات بوجه خاص كانت حاسمة في تطوير العدد: ابتكار النقود (خاصة المعدنية منها)، واختراع التقويم، وقياس الزمن، واستعمال الأوزان والمكاييل. وقد أدت المشكلات العددية التي برزت في هذه النشاطات والعلاقات بين الحلول المختلفة المكتشفة إلى تقدم لا في مجال الحسابات المتخصصة فحسب، بل أيضا في العلوم الدقيقة جميعها.

وفي أمريكا الشمالية، لم يكن غياب النقود المعدنية (أو أي أشياء أخرى تستعمل كوسيلة للمقايضة) والتقويم (إلا في معناه البدائي جدا) المظهرين الرئيسيين للحالة المتخلفة للعدد وحسب، بل كانا أيضا سببين لهذا التخلف. ويعود سبب التخلف الشديد للهنود الأمريكيين إلى أنه لم يكن ثمة، على مدى آلاف السنين، وجود لأي دينامية للتغير الثقافي. وكما يرى عالم الأنثروبولوجيا الثقافية مالينوفسكي Malinowski، فإن القوة الأساسية للتغيير تتولد من ثقافة اقتحامية تفرض بعنف قيما جديدة ومثيرة كبديل للقيم السابقة، أو إنها تعيد إحياء هذه القيم بحقنها بدماء جديدة. ومثل هذه الثقافة الاقتحامية تكون عادة من مستوى أرفع في المعرفة والنشاط العلمي من الثقافة الفطرية. (وتمثل قبائل الإنكا والمايا والأزتيك شذوذا نادرا عن قواعد مالينوفسكي: فمن الممكن إيراد الحجج في كل من هذه الحالات على أن الثقافة الواردة كانت أكثر بدائية من الثقافة التي كانت سائدة).

وتساعد في هذا الصدد التقانات الجديدة - مثل أشكال النقل السريع وصك النقود (وهي وسائط مألوفة للتبادل بين الثقافات). وهذه جميعها، فضلا عن معظم مولِّدات التغيير، كانت غير متوافرة في أمريكا إلى أن وصلها البيض.

إن الزمن، كالنقود، يمكن تقسيمه إلى وحدتين معياريتين: كبيرة وصغيرة. وإمكان استخدام هاتين الوحدتين في قياس مرور الزمن هو الاكتشاف الأول على الطريق المؤدي إلى مفهوم التقويم. والاكتشاف الثاني هو معرفة أن وحدات الزمن الطبيعية يمكن تحديدها بدراسة حركات المجموعات النجومية والأجرام السماوية، وبخاصة الشمس والقمر (وربما) الزهرة.

إن تعاقب الليل والنهار، والتغيرات الفصلية للمناخ، وآثار الأنماط المتغيرة للطقس، وتجدد الحياة، هي الأشياء التي ننظم ونراقب حياتنا وفقها. ولحاجات الجسد أيضا إيقاع دوري - الحاجة للحركة لتجنب التشنج، التوق إلى الطعام أو النوم، المتطلبات الجنسية - والتقدم نحو تقويم يتضمن تهذيب القياسات غير الدقيقة والاستعاضة عنها بوحدات أفضل منها، والرجوع إلى معيار موضوعي (مثل بزوغ أجرام سماوية معروفة) بدلا من معيار ذاتي (كالجوع أو التعب مثلا)، هو تقدم من هذا القبيل. لكن لم يكن بين شعوب أمريكا الشمالية البدائية من أنجز تقويما «حقيقيا»، أي نظاما مرجعيا وحيدا يربط الطبيعة الدورية للحوادث الطبيعية بصيغة علمية تقيس مرور الزمن وتمكن من التنبؤ السليم بحوادث مستقبلية. ولا نرى في أمريكا الشمالية سوى ومضات مبكرة لمثل هذه العملية. فكان اليوم معروفا على أنه وحدة، لكن لم تكن هناك محاولة للتفريق بين الأيام بتسميتها أو لتعرّف أيِّ تعاقبٍ أو تتالٍ، فيما عدا حالة واحدة جرى فيها عدّ أفراد قبيلة ماتوا في شتاء واحد نتيجةً مرض داهمهم. فلم يكن يُعرف أن الأيام يمكن تجميعها في وحدات معيارية أكبر مثل الأسابيع والشهور والسنوات، أو أنه يمكن تقسيمها إلى وحدات أصغر مثل الساعات والدقائق. فاليوم كان يبتدئ بشروق الشمس وينتهي بمغيبها. ولابد من أن تغير طول اليوم من فصل إلى آخر كان أمرا معروفا. لكن لم تكن ثمة محاولات لقياس الفروق في هذا الطول.

ويبدو أن الحياة المعيشة قديما لم تكن بحاجة إلى إيجاد وحدات ثابتة

للزمن لاتخاذ بعض الخطوات نحو التنظيم. وعلى سبيل المثال، كانت بعض المجموعات تستعمل حزم العصي للتأهب لإحدى المناسبات في المستقبل. فالعدد المعلوم للأيام كان يعد عصا بعد الأخرى، ثم كانت تحذف عصا يوميا إلى أن يؤتى على العصي جميعها. وبعض المجموعات الأخرى كانت - لهذا الغرض - تعلم الأيام كخدوش على الخشب. وكانت الفترات الزمنية الأطول تعد بطريقة مماثلة: فلم يكن هناك نظام ولا دليل على أي شيء سوى التفكير الارتكاسي. وكانت إحدى الطرق المستعملة للكلام عن حادث وقع في الماضي، مثلا، هي القول بأنه جرى في فصل معين أو حين حدوث شيء معين، كالقول إن هذا حدث «منذ عشرة فصول شتاء» أو«منذ عشرة أقمار».

قبائل الإنكا

وصلت قبائل الإنكا إلى أمريكا الوسطى والجنوبية في القرن الثالث عشر بعد الميلاد تقريبا. وبحلول عام 1500 ب.م. أسسوا بقيادة زعيمهم (مانكو كاباك) Manco Capac إمبراطورية على مساحة تغطيها الآن أجزاء من دول بيرو والأوروغواي والتشيلي ونيكاراغوا. وكانت إمبراطورية الإنكا تحكم من عاصمتها (كوزكو) Cuzco في أعالي جبال الأنديز منطقة تقدر مساحتها بقرابة مليون ميل مربع.

وعلى الرغم من افتقار الإنكا إلى لغة مكتوبة، فإنهم ابتكروا نظاما للضرائب وللإدارة ذا فعالية عالية. وكانت تُحفظ السجلات بواسطة الكيبويات(جمع كيبو Quipo). ويتألف الكيبو (وهي كلمة في لغة الإنكا تعني «عقدة») من حبال ذات أطوال مختلفة موصولة ببعضها أو بقطعة خشبية مثبتة. ويمكن أن يكون للحبال ألوان مختلفة، وكان يُرْبَطُ بكلٍّ منها عقدٌ تفصل بينها مسافات. وكان الكيبو واسع الانتشار في فترة من الزمن: وعلى سبيل المثال كان صيادو (البانكالا) Bangala في أفريقية في القرن التاسع عشر يعقدون عقدة لدى قتلهم غزالا أو فيلا. وفي «كتاب التغيرات» وكتاب «تَاوْتِي شينكْ» اللذين صدرا في الصين القديمة، كان يشار بالحبال إلى شكل الحكومة الأقدم والأفضل. كذلك من المعلوم أن جامعي الضرائب في مملكة الإمبراطور شِينْ نَنْك (القرن 28 قبل الميلاد) كانوا يعطون كيبويات

كإيصالات رسمية. وكان الكيبو يستعمل أيضا كسجل ضريبي في اليونان القديمة. هذا وظلّ الكيبو يُستعمل حتى العقد الرابع من القرن الثامن عشر الميلادي في جزر هاواي، حيث كان يعيش مجتمع شبيه بالإنكا ليس لديه لغة مكتوبة. (وفي الواقع، فإنه حتى عهد قريب كان رعاة بيرو يستعملون الكيبو في تسجيل حجم قطعانهم. وكان لكل حبل لون معين يدل على نوع معين من الحيوانات. فكان يشار إلى الكباش والنعاج والحملان والمعز والجديان بِعُقدٍ على حبل أبيض. وكان يشار إلى الأنعام على حبل أخضر، كما كانت الثيرانُ والبقرات الحلوب وغير الحلوب والعجول تعتبر مجموعات منفصلة.)

وعلى الرغم من هذه الإشارات، فلم يكن واضحا تماما كيفية استعمال قبائل الإنكا للكيبو: إذ إنه بصرف النظر عن الآلات نفسها، فلا وجود لشواهد على طريقة استعمالها. ومن شبه المؤكد أن الكيبو كان جهاز ذاكرة، ربما استخدم في عمليات جمع بسيطة. وربما مثل المبدأ نمطا معقدا لاستخدامنا عقدة في مناديلنا لتذكرنا بأمر ما. وفي الكيبو كان ثمة كثير من العقد في مجموعات، مجموعة لكل حبل، وكانت تقوم مقام أعداد أي شيء يُراد تذكّره وتسجيله وحسابه. وكان الكيبو موضوعا تحت إشراف موظف يدعى «كامويوس» Camoyos (المذكر) ويمكن القول بأنه ملف حيّ. والسجل كان يتكون من شيئين: الكيبو نفسه والتقرير الشفهي للكامويوس.

قد يكون من الممكن إلقاء الضوء على كيفية عمل مثل هذا السجل بسرد قصة تانزانية قديمة حول رجل سيقوم برحلة، فقبل مغادرته بلده أخذ قطعة حبل وربط عليها إحدى عشرة عقدة على مسافات متساوية فيما بينها. بعدئذ قال لزوجه وهو يلمس كل عقدة تباعا «هذه العقدة هي اليوم الذي أنْطَلِقُ فيه. وغدا سأكون في الطريق، وسأسير طوال اليوم التالي والذي يليه. ولكن هنا»، قالها وهو يشير إلى العقدة الرابعة، «سأصل إلى نهاية رحلتي. سأبقى هنا في اليومين الخامس والسادس، وسأنطلق في عودتي إليك في اليوم السابع. فكِّي عقدةً كل يوم، وفي العقدة العاشرة حضِّري طعاما لي - وذلك لأن هذا سيكون اليوم الحادي عشر الذي سأعود فيه».

كان أساس النظام العددي لشعب الإنكا (الذي ربما أخذوه من أحد

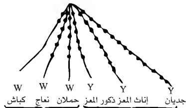
الشعوب التي قهروها) هو عشرة، كما كان له أساس أصغر هو خمسة. وعلى سبيل المثال، كان يُفرَض النظامُ في الإمبراطورية بواسطة جهاز تجسسي مكثف: ولتيسير ذلك كان السكان يقسَّمون إلى زمر لكل منها قائد معيّن. وكان للزمر حجوم هي: 10، 50، 100، 500، 1000، 5,000، 10,000. وكانت الإحصاءات السكانية لكل منطقة وسجلات الإمدادات العسكرية التي تحتاجها محفوظة بواسطة الكيبو.

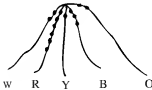
لجميع هذه الأغراض، استعمل الإنكا نظاما عدديا مبنيًّا على الموضع. وكانت «أرقام» الكيبو تتضمن صفراً: وهو فسحة فارغة على الحبل. وفي مجموعات الكيبو ذات الحبال الملونة، فقد تكون الألوان مستعملة للتصنيف، كأن تشير، مثلا، إلى قيمة المنزلة. فكانت بعض الخيوط المجدولة في الحبل تمثل «آحاد»، وأخرى عشرات، وأخرى غيرها مئات، وهكذا. ولما كانت خمس منازل هي الحد المألوف في العد، فكان بمقدور الكيبو أن يمثل أي عدد بين الصفر و100,000. ومن الممكن إعطاء المجموع الكلي على الكيبو على حبل منفصل. (لا نستطيع تأكيد أي من هذه الأمور. وقد خَمَّنْتُ هذا استنادا إلى ما يُعرف عن كيفية استعمال الكيبو في أماكن أخرى.)

ثمة نظرية بديلة تنص على أن الألوان كانت تُستعمل في عمليات الجرد، كما هي الحال في هذه الأيام، عند أحفاد شعب الإنكا في البيرو. فكان يشار إلى المجموعات المختلفة من الأشياء بألوان مختلفة. فسجلات الضرائب، ومِنَحُ الأراضي، والإنتاج، والاحتفالات الدينية (خاصة تلك التي تقدَّم فيها أضاحي بشرية)، وجميع الأمور المتعلقة بالمعلومات العسكرية كانت، على نحو شبه مؤكد، تُحفظ على الكيبو في العاصمة كوزكو. ومن المحتمل أن يكون كبار موظفي الدولة، مثل القضاة وضباط الجيش ورؤساء المجموعات، والمسؤولون الإقليميون مثل رؤساء القرى، يقتنون أيضا مثل هذه المادة «في ملف». ولابد من أن يكون عدد المستخدمين اللازمين لحفظ هذا النظام كبيرا جدا.

وفيما يتعلق بنا في هذه الأيام، نحن الذين نعتمد منذ قرون على الوثائق المكتوبة ولا نحفظ الأشياء عن ظهر قلب، فقد يبدو من غير المعقول أن يكون الكيبو استعمل لحفظ السجلات بهذه الطريقة. بيد أن علماء الأنثروبولوجيا والمؤرخين الثقافيين يذكرون كثيرا من القصص «الاستثنائية»

عن قوة الذاكرة لدى الشعوب الأمية. ففي اليونان في الحقبة السابقة لهوميروس، كان من المألوف للشعراء الملحميين أن يُلقوا كامل قصائدهم من الذاكرة (وهذا كان أصل الإلياذة والأوديسة). كذلك كانت كتب الهندوس الدينية الأربعة «فيداس» Vedas، التي كانت أكبر حجما من التوراة بأربع مرات، تتلى من الذاكرة. إن الاعتماد على الكتابة يضعف الذاكرة الشفهية. لقد كانت الحسابات عند شعوب الإنكا تُجْرَى على الأصابع وباستخدام الحصيات والخدوش، وكانت عُقَدُ الكيبو تذكِّر بالمجاميع. ولدى التقارير الكلامية، ربما كانت العُقَدُ تسجِّل العناوين أو العناوين الفرعية في تقرير طويل ومفصل. وكان الكيبو يُستعمل في المدارس أيضا لتعلم بعض المواضيع مثل تاريخ شعوب الإنكا. كان الكيبو أداة مساعدة للذاكرة، ونوعامن الاختزال الشخصي، إنه مثل كلام الزوج التانزاني لزوجته، فالنظر إلى الكيبو يجعلها تتذكر تفاصيل الرحلة.





وبالاستعانة بنظام الكيبو، أمكن الحفاظ على السجلات الرسمية لدى قبائل الإنكا على نحو دقيق جدا. وكان الموظفون على اتصال دائم بجميع أرجاء إمبراطوريتهم، وذلك باستخدامهم لسعاة رسميين أسموا كُلاً منهم (شَاسكوي) chasqui كانوا يقطعون الطريق الإمبراطوري (الذي أسموه «طريق الشمس») على مراحل، وكانوا يحملون الكيبو (وأيضا الرسائل الشفوية) إلى العاصمة، ثم يعودون إلى قواعدهم بالجواب الرسمي. وكان بإمكانهم نقل الكيبو من كيتو Quito إلى كوزكو (التي تبعد 1230 ميلا تقريبا) في خمسة أيام، ومن كوزكو إلى بحيرة تيتاكا Titaca (التي تبعد 750 ميلا) في ثلاثة أيام. ولم يكن هذا ليتم دون تنظيم معين. وعلى الطريق كانت مراكز

البريد موزعة بانتظام بحيث يبعد كل منها عن الآخر 4.5 ميل. وكان كلُّ شاسكوي يقطع المرحلة المكلف بها بسرعة قصوى من مركز إلى الذي يليه على ارتفاعات تمتد من 10,000 إلى 15,000 قدم فوق سطح البحر. (لقد قام أحفاد الإنكا المحدثون بإنجازات فذة مماثلة بعد أن أجروا التمرينات الضرورية لذلك.)

وثمة تطبيق سيئ لكيبو الإنكا يجدر بنا ذكره. فقد بينت البحوث الحديثة، خلافا للآراء التي كانت سائدة سابقا (والتي كانت توحي بأن التضحية البشرية مثلت مظهرا حضاريا للأزتيك وليس للإنكا)، أنه كان يجري سنويا التضحية بعدد معين من الشبان والأطفال في كوزكو وفي بعض القرى. وكانت هذه العملية بأكملها تخطط كنوع من محاكاة الكيبو. فكانت الحبال تمد لتمثل الطرقات المنبعثة من العاصمة، وكانت العقد تمثل عدد الأضاحي من مناطق التجمعات السكنية التي كانت تمر منها الحبال.

وفيما يتعلق بالنواحي الرياضياتية، كانت الميزة الرئيسية للكيبو هي أنه استخدم النظام العشري (ذا الأساس عشرة). ولم يكن استخدامه من قبل شعب الإنكا سوى أحد الأمثلة على انتشاره الواسع في علم حساب المجتمعات التي لم تعرف القراءة والكتابة في العالم. وفي الحقيقة، فربما مر تاريخ العدد «بمرحلة كيبو» عالمية حلت محل نظام استعمال الثلم وسبقت الحسابات باستعمال المعداد في اليونان القديمة وروما القديمة والصين.

3 سومر وبابل

لم يُعرف أن عددا من الحضارات المتطورة جدا كانت موجودة في الشرق الأوسط قبل 4000 سنة من العصر المسيحي إلا بحلول النصف الأول من القرن التاسع عشر عقب أعمال التنقيب عن الآثار التي جرت هناك. فعلى بعد 150 ميلا شمال غرب الخليج العربي، جرى في رمال الصحراء كشف حضارة سومر القديمة التي ظلت مجهولة آلاف السنين. وقد شغلت هذه المنطقة عدةُ مدن مزدهرة، من ضمنها «أكاد» Akkad (عاصمة الملك «سرجون» الأسطوري إلى حد ما) و«أور» Ur (التي يُعتقد بأن النبي إبراهيم هاجر منها غربا في القرن الثاني والعشرين ق.م.). وقد أثر القانون والأدب السومريان في عدة شعوب في الأراضي المقدسة، ومنها اليهود. وقد تبنى الآشوريون والحثيون والبابليون (كما سنرى بعد قليل) النظام السومري في الكتابة وكثيرا من سماتهم الثقافية الأخرى.

وما نعرفه عن قدماء البابليين أكثر قليلا مما هو معروف عن السومريين. فقد حكم البابليون قبل قرابة 4000 سنة بعد أن هزموا السومريين وعززوا وجودهم في إمبراطوريتهم. وكانت المنطقة التي حكموها واسعة، وهي التي تُعرف الآن بسورية

«إن كل ما يقال، قيل سابقا. . .»

أ.ن. وايتهيد

والعراق والأردن، كما أسسوا مدنا ضخمة، من أهمها بابل، كان يحكمها الملك نبوخذ نصر الأول في القرن الثاني عشر قبل الميلاد.

وقد استمرت إمبراطوريتهم حتى القرن السابع قبل الميلاد حين اجتاحها الآشوريون.

الأحرف والأرقام السومرية

نجم عن نشوء المدن تغير جذري في ثقافة الشعوب وأساليب إدارة أمورها الحياتية. وقد أدى الانتقال إلى الزراعة المستقرة إلى وجود فائض (وهذا يختلف جدا عن حياة الشعوب التي تعيش حياة البداوة والتي تستهلك كل ما لديها ولا تبقي منه شيئا)، وأدى هذا الفائض إلى تكون الثروة. وقد نشأت طبقة اجتماعية جديدة، هي طبقة ملاك الأراضي الذين كانوا يؤجرون أراضيهم إلى آخرين ويقتسمون معهم الغلال. أدت التجارة مع الشعوب الأخرى إلى تقسيم إضافي للعمل، إذ ازدهرت بعض المهن والصناعات، مثل صناعة الفخار والجلود وطرق المعادن، وبلغ تطورها مستويات عالية جدا. وقد أنشأ التجار أسواقا وحوانيت لبيع البضائع والمواد التي كانوا ينتجونها أو التي يستوردونها من الخارج.

10 + 1 + 1 + 1   10 + 10 + 1   = 46, 821

13×60^2 0×60 21×60^0

استعمال غير عادي للصفر السومري

حدثت هذه التطورات جميعها في سومر ربما لأول مرة في تاريخ العالم في الفترة ما بين عامي 2000 و 4000 ق.م. وبغية تلبية حاجات شعوبهم الآخذة في النمو، اخترع السومريون الكتابة باستعمالهم رموزا لتسجيل كل من الكلمات والأعداد. وكانوا يكتبون على الطين بتجريحه بأداة مستدقّة ثم تركه إلى أن يجف. وكانت هذه الأداة أسطوانة شبيهة بالقلم تُقطع في نهايتها على نحو مائل وتُحدث ثلاثة أنواع من الإشارات. فكانت تشكل

دائرة بالضغط على الطرف المستدير للأسطوانة على الطين، كما يُشكلُ نصف قطع ناقص (إهليلج) بوضع النهاية الحادة من الأداة على زاوية من الطين، ونصفُ قطع ناقص مع خطٍّ مستقيم بضغط الاسطوانة الكلية على الطين. لم يخترع السومريون حروفا للكتابة ـ لأن هذه اخترعها الفينيقيون في وقت لاحق ـ وبدلا من ذلك، فإنهم مثّلوا المقاطع اللفظية للغة بأشكال مختلفة على الطين. وفي أوقات مختلفة، فإن عدد الكلمات التي سُجلت باستعمال هذه العناصر الثلاثة تراوح ما بين ألف في الأيام الأولى وأربعمائة في الفترات المتأخرة كان هناك تخفيف عام لمجموع المفردات المكتوبة).

وكما في الكلمات، فإن أشكالا متنوعة من الأقلام كانت تمثل أرقاما مختلفة. وكان يُستعمل نظام للمنازل، أي أن منزلة أو موضع كل رقم في العدد يدل على قيمته. وإذا وضعنا هذه الأرقام جانباً، فما نزال نعرف القليل عن الحساب السومري. والنظام العددي نفسه (النظام الستوني) كان بسيطا جدا. كان هناك رقمان فقط 1 و10، وكان الأساس 60. وبكلمات أخرى فعند القراءة من اليمين إلى اليسار كانت قيمة المنزلة تكبر ستينات بدلا من عشرات كما هي الحال في النظام العشري. وعلى سبيل المثال، فإن نظامنا الحديث (العربي، العشري) يخبرنا بأن العبارة 315 تعني (5 x1) + (10x1) + (3 x 100): فمنزلة كل رقم تحدّد قيمته لدى الانتقال من اليسار (أكبر الأعداد) إلى اليمين (أصغر الأعداد). أما في التعبير السومري فإن العدد 5 ,1 ,3 يعني:

$$181 \frac{1}{2} \text{ أي: } (60 \times 3) + (1 \times 1) + \frac{5}{6}$$

(لقد «ترجمت» علامات مسمارية إلى أرقام عربية، لكن المبدأ واضح. والاصطلاحات التي استعيرت من نيكارو Neugebauer عالم ألماني متخصص في الأنظمة العددية في الزمن السابق للحقبة اليونانية ـ ، هي أن الفاصلة تفصل كل منزلة عن العدد اللاحق؛ أما الفاصلة المنقوطة فتحدّد الفصل بين القسم الصحيح من العدد وقسمه الكسري، كما في 3؛ 45، 30 الذي يعني:

$$3 \frac{91}{120} \text{ أو } \frac{30}{60 \times 60} + \frac{45}{60} + 3$$

كان نظام المنازل Place-system السومري، الذي كان أول نظام ابتُكر، يعاني عيباً واحداً فقط وهو عدم تخصيصه رمزاً للصفر. وهذا يعني أنه كان لزاماً الإحاطة بفكرة عن العدد قبل تقرير حجمه. ومن السهل رؤية هذه الصعوبة إذا تصورنا وجود العيب نفسه في نظامنا الحديث - أي إذا أعطينا عدداً لا نعرف ما إذا كان كسراً أو عدداً صحيحا، أو أين يجب أن يكون موضع النقطة التي تفصل قسمه الصحيح عن قسمه العشري. فمثلا، إذا أخذنا قائمة لبعض الأشياء التي يجب شراؤها لشخص آخر، فقد نقرأ «عصير: 1». فإذا افترضنا أن نظامنا لا يحوي صفرا، فإننا نُجابَه بالمشكلة التالية: هل هذا يعني علبة واحدة، أو عشر علب أو مائة علبة؟ هل يعني عُشر علبة أو واحدا في المائة من العلبة؟.

يمكننا الحدّ من المشكلة بشيء من الحصافة (بحذف الكسور، كبداية). فإذا كنا نعلم بأن العصير هو لطعام الغداء، مثلا، فيمكننا أن نحزر أن علبة واحدة هي المقصودة. أما إذا كانت لحفلة، فقد لا تكفي 10 علب، لكن 100 قد تكون كثيرة جدا. وفي النهاية فقد نستقرّ على 6 علب (أي كرتونة صغيرة) شريطة إعلام البائع بأننا قد نشتري كمية أكبر قبل إغلاق حانوته. وهكذا فإن الارتياب ينخفض لدى معرفة شيء يتعلق بالعدد لكن النظام يبقى غير مُرضٍ حتى في مثل هذه المهمات البسيطة. مثل شراء عدد من علب العصير. بل إنه غير مجدٍ في حال الحسابات الأكثر تعقيداً.

يمثل هذا الغموض النقيصة المهمة الوحيدة في النظام السومري. وفيما عدا ذلك فإنه يتفوق على كل النظم الأخرى التي استعملت منذ ذلك الحين، على الأقل حتى ابتكار النظام المتريّ قبل نحو مائتي عام. وكان ثمة أسباب أربعة لهذا التفوق: أولها مفهوم (القيمة المكانية place - Value)؛ وثانيها توسيع الأساس العددي 60 ليضمّ الكسور؛ وثالثها حقيقة أنه كان هناك رمزان عدديان للواحد وللعشرة فقط؛ وأخيرا حقيقة أن الأساس 60 كان يُستعمل أيضا للأوزان والمقاييس.

وبعبارة أخرى، كانت الكسور على الأساس نفسه (60) مثلها مثل الأعداد العادية. وهكذا، فلم يكن المقام لازما لدى وجود كسور، إذ كان يُفهم دائما بأنه الواحد. (ولم تُثرْ هذه الميزةُ الخاصة الانتباه إليها ثانية إلاّ عام 1585 حين ابتُكرت الكسور العشرية من قبل (ستيفن. أوف بروز Stevin of Bruges.

إن ميزة استعمال الأساس نفسه للأوزان والمقاييس هي أن القواعد كانت نفس قواعد الكسور. فكانت قواسم التحويل من وزنٍ إلى وزن تالٍ أخفض مستوى، قياسية شأنها شأن المقامات (المخارج).

هناك ميزة رئيسية للنظام الستيني (أي الذي يكون للأعداد فيه الأساس 60) مقارنة بالنظام العشري تتجلى في أن للأساس 60 عوامل أكثر بكثير من عوامل الأساس عشرة في النظام العشري. فعوامل 60 هي 1، 2، 3، 4، 5، 6، 10، 12، 15، 20، 30 مقابل العوامل 1، 2، 5 فقط للعشرة. ويعني هذا أن الكسور والأوزان والقياسات يمكن أن يُعبر عنها بدقة كبيرة في النمط الستيني والكسور المتكررة قليلة العدد نسبيا. فالثلث يعطي بالشكل 0:20، والسبعُ هو: 112000، 1028، 34، 0:8.

ومن الممكن شرح هذه النقاط بتمثيل قياس واحد في نظم عددية مختلفة (باستخدام الأرقام العربية). لذلك نأخذ قطعة من الخشب طولها 3 ياردات وقدمان و 5 إنشات و 3/10 الإنش.

ياردات: $3 + \frac{2}{3} + \frac{5}{36} + \frac{3}{360} = 3\frac{293}{260}$ ياردة

أمتار: $3 + \frac{4}{10} + \frac{8}{100} + \frac{7}{1000} = \frac{293}{260} = 3,487$ متر

وحدات سومرية:

3 ؛ 48 و 50 أي: $3 + \frac{48}{60} + \frac{5}{60 \times 60} = 3\frac{2930}{3600}$ ياردة

النظام العددي البابلي

حين اجتاح البابليون الإمبراطورية السومرية في القرن العشرين قبل الميلاد، استولوا على كامل التراث السومري: المخطوطات والأدب والمعارف الفلكية والقوانين وعلم الحساب، كل هذه حصلوا عليها باللغة السومرية (التي كانت متميزة وليس لها أي علاقة باللغات الأخرى في المنطقة) بعد أن كيفوها وفقا لاعتباراتهم الخاصة. وتبنيهم للكتابة والأعداد السومرية أهّلهم

للولوج في كل من العلوم والرياضيات. ويبدو أن التجديد الوحيد الذي أحدثوه (انسجاما مع إمبراطورية تجارية فسيحة الأرجاء) كان نظام الأوزان والمقاييس الذي ظل ساريا في الشرق الأوسط طوال 20 قرنا. وكانت وحدته الأساسية هي «الشاقل» Shekel (10 جرامات تقريبا، أي نحو ربع أونصة). والوحدتان الأكبر كانتا مينا mina و تالنت talent. وكانت هذه الوحدات تستعمل أيضا في العملات.

ونتيجة للتنقيب اكتشفت معلومات عن التجارة البابلية أكثر بكثير مما اكتشف عن التجارة السومرية. وهناك مئات الآلاف عن الألواح الطينية مازالت باقية حتى الآن، علما بأن قسما كبيرا منها تفتّت ولم يكن بالإمكان حلّ رموزه. وتحوي هذه الألواح معلومات حول النشاطات التجارية ومخزونات البضائع وبيانات الحسابات والإيصالات وحركات البيع. وعددها يفوق بكثير مقدار غيرها من الألواح التي نُقِشَ عليها قرارات ملكية أو نصوص دينية.

ومن وجهة النظر الرياضياتية، فإن أحد أكثر الاكتشافات إثارة للاهتمام التي نشأت عن هذه الألواح هو أن البابليين استعملوا «جداول» لعدد كبير من الإجراءات: الضرب والقسمة والكسور والجذور التربيعية والتكعيبية، وغيرها كثير. وهذا جعل من الحساب عملية ميكانيكية تقريبا، وهي مجرد النظر إلى الجداول، ولإيضاح ذلك، نورد مسألة تعود إلى الألف الثاني قبل الميلاد، وهي تحتفظ بالنكهة الموجودة في الدفاتر المدرسية لأطفال مدارس أيامنا هذه:

> ضرَبتُ الطول في العرض لأحصل على المساحة... كان الجواب 2 ,3 .... (أي أن (60 x 3) + (2 x 1) = 182 ... بعد ذلك أضَفتُ الطول إلى العرض فكان الجواب 27. أوجد الطول والعرض والمساحة.

وحين يواجه الطفل هذه المسألة (ببعض الحظّ) فإنه يعرف مباشرة أنها مسألة روتينية حول «مساحة الحقل». وهو سيبتدئ بفحص ما إذا كانت تتعلق بحقل مربع. وبالعودة إلى جدول الجذور التربيعية فإنه يرى أن أقرب مربعين إلى 182 هما 213 (169 وهو صغير جدا) و 214 (196 وهو كبير جدا). لذا فمن المحتمل أن يكون الحقل مستطيلا ضلعاه 13 ,14. وعندئذ يبين جدول الضرب أن 182 = 14 x 13.

وحتى الآن الجواب صحيح. ومجموع الطول والعرض (14 + 13) يساوي

27 صحيح أيضا. وهكذا فإن جواب المسألة هو الطول 14 والعرض 13 والمساحة 182.

إن الفرق بين تلميذ بابلي وآخر معاصر يكمن في أن المعاصر لا يملك جداول للحسابات الجاهزة للعودة إليها، وأنه، بدلا من ذلك، يتبع روتين مسائلنا في «مسائل الحقل». وقد جرى تدريبنا على كتابة معادلتين (لوجود مجهولين اثنين). والمعادلتان هما على النحو التالي: إذا رمزنا للطول بالحرف L وللعرض بالحرف W فإن:

المعادلة (i) $182 = W \times L$

المعادلة (ii) $27 = W + L$

وتُحل هاتان المعادلتان بوضع $27 - W$ محل L في المعادلة (i). وعند ذلك نجد معادلة تربيعية بالنسبة إلى L يمكن حلها بسهولة. ومعالجة البابليين لهذه المسألة أبسط وأقل تجريدا. إنه جبر «ارتجالي» لا يستخدم حروفا للمجاهيل، ولكنه يسمح لنا بالتفكير بتفاصيل العملية بالكلمات. وهذا الأسلوب (الذي يتجلى بالعودة إلى الجداول وفحص الأجوبة التقريبية المختلفة) ينجح لدى التعامل مع الكسور بنفس درجة السهولة التي ينجح بها مع الأعداد الصحيحة، وهذا يمكن رؤيته في المثال الذي نورده في البند التالي.

الجبر البابلي

عوضاً عن الأسلوب السائد في استعمال س،ص،ع للدلالة على قيم المجهولات التي علينا إيجادها و c,b,a للمعاملات (وهذا هو النظام الحديث الذي قدمه فرنسوا فيت Francois Viete عام 1591)، فإن الجبر البابلي كان يتحدث عن «ضلع» على أنه المجهول و«مربع» كقوة مرفوعة إلى العدد 2. وإذا كان هناك مجهولان، فإنهما كانا يُسميان «طولا» و«عرضا»، وكان جداؤهما (حاصل ضربهما) هو «المساحة». إذا كان هناك ثلاثة مجاهيل، فإنها كانت تسمى «طولا» و«عرضا» و«ارتفاعا»؛ وكان جداؤها هو «الحجم». وهذه المصطلحات هي شاهد على الارتباط الوثيق في الرياضيات بين النظريات والمسائل العملية.

كان علماء الرياضيات البابليون يعرفون المعادلات الخطية والتربيعية

والجذور التربيعية والمعادلات التكعيبية. وكانت هذه تُرجعُ أولا إلى أنماط معيارية.

وعلى سبيل المثال، كان هناك ستة أنماط من المعادلات التربيعية لكل منها نموذج حل معياري. وتقدم المسألة التالية نمطا نموذجيا:

طَرحتُ ضلعا من المربع، فكانت النتيجة 14,30. أوجد الضلع!
إذا أدرك الطالب أنه في صَدَد معادلة من الدرجة الثانية (معادلة تربيعية)، فإنه سيطبعها على طين رطب على النحو التالي:
إن المربع بعد أن نطرح منه الضلع يساوي 14,30 وحدة.
(ونحن نكتب: س2 ـ س =870).

وهذه كانت واحدة من الأنماط المعيارية الستة. بعد ذلك يعود التلميذ إلى التعليمات لحل هذا النمط من المعادلات من الدرجة الثانية كما هو مبين في الجدول التالي:

من أجل مسألة «المربعات والأضلاع تعطي عددا»:
اكتب عدد الأضلاع (تجاهل الناقص!): 1
اكتب نصف هذا: إنه $\frac{1}{2}$
ربّع بعد ذلك: $\frac{1}{4}$
أضف هذا إلى «المربع مطروحا منه ضلع»
إن العدد «المربع مطروحا منه ضلع مضافا إليه $\frac{1}{4}$ يعطي 870 مع $\frac{1}{4}$
عُدْ إلى جدول الجذور التربيعية لأقل من $\frac{1}{4}$870 فتجد $\frac{1}{2}$ 29
وبهذا نكون قد وجدنا أن الضلع مطروحا منه $\frac{1}{2}$ هو نفس العدد $\frac{1}{2}$29
وهكذا فإن الضلع يجب أن يكون 30. وهذا هو الجواب.

وهذه هي بالضبط طريقة حلنا لهذه المعادلة التربيعية في أيامنا هذه، فيما عدا أننا نستعيض عن الكلمات بحروف، مثل ص (للدلالة على «الضلع»). وتُعرف هذه الخوارزمية بطريقة «الإتمام إلى مربع»، وهي طريقة مألوفة يمكن استعمالها في أي نمط من المعادلات التربيعية. فنحن نتعلّم «القانون» ثم لا يتعين علينا إلاّ أن نضع المعادلة في شكل محدّد ونعوّض فيها قيم المعاملات (القيم المناسبة للمسألة المحددة التي نحن في صدد حلها) في القانون.

$$\text{ص}^2 - \text{ص} = 870$$

$$\text{ص}^2 - \text{ص} + \frac{1}{4} = 870\frac{1}{4}$$

أوجد الجذر التربيعي لطرفي المعادلة:

$$(\text{ص} - \frac{1}{2})^2 = 870\frac{1}{4}$$

$$\text{ص} - \frac{1}{2} = 29\frac{1}{2}$$

أضف $\frac{1}{2}$ إلى طرفي هذه المساواة فنجد:

الجواب: ص = 30

تمكّن البابليون أيضا من التعامل مع المتسلسلات العددية الحسابية والهندسية. وكانوا يولون اهتماما بما يُطلق عليه خطأً اسم الأعداد الفيثاغورية، وهي مجموعات ثلاثية الأعداد مجموع مربعي عددين منها يساوي مربع العدد الثالث. ومثل هذه الأعداد تمثّل أضلاع مثلث قائم الزاوية (انظر الفصل السابع). وقد استطاع البابليون أيضا استخراج مساحة مثلث من أطوال أضلاعه، كما توصلوا إلى صيغة حجم الهرم وأشكال هندسية أخرى.

التقويم البابلي ونشوء علم التنجيم

كان يظن البابليون أن الفصول تنظم من قبل الآلهة التي كانت تحدّد الإجراءات الزراعية التي تلائم كلاً من هذه الفصول. وكان إنجاز التقويم الرسمي أو الملكي لإقامة الشعائر الدينية منوطاً بالكهنة وذلك للقيام بالطقوس الصحيحة للإله الحقّ في الوقت الصحيح.

ومشكلات المعيشة التي واجهوها تختلف عن تلك التي حلّهاالمصريون (انظر الفصل الرابع). فالفرق الواضح كان يتمثل في أن أراضيهم التي كان يجري فيها نهران رئيسيان: دجلة والفرات، كما كان لديهم تربة طينية تغمرها أمطار غزيرة. وخلافا لما هي الحال في نهر النيل، فإنه لم يكن بالإمكان التنبؤ مسبقا بمواعيد الفيضانات، وكانوا يعتقدون بأنه يتحكّم

فيها إلهان اثنان، «نين ـ كيرسو» و«وتيمات»، لكل منهما نوايا شريرة للجنس البشري. ونظرا للتربة الطينية، فإن تصريف المياه كان يشغل المقام الأول وليس ريّ الأراضي، وقد بنيت ضفاف الأنهار للحيلولة دون فيضان الربيع بفضل الإدارة الحكيمة. ولكن هذا كان يتوقف إلى حد كبير على فرق العمل والتعاون بين المزارعين في جميع الأراضي.

وقد قام التقويم بدور رئيسي في التنبؤ بجميع هذه النشاطات والتحكم بها. كما وفرّت أطوار القمر الوسائل لتحديد الفصول. وأعطت أطوار القمر الأربعة الشهر القمري الذي يمكن أن يكون 29 أو 30 يوما. وإضافة يومٍ أو يومين إلى كل شهر جعل التقويم الرسمي منسجما مع السنة الشمسية. وقد ابتدأت هذه السنة بالاعتدال الربيعي (حين يتساوى طولا الليل والنهار). وكما ذكر، فإن السنة مؤلفة من 365 يوما مقسمة إلى 12 شهرا قمريا طول كل منها 30 يوما مضافا إليها 5 أيام. ولإقناع الناس بقبول هذا التقويم، جرى إعلامهم بأنه من صنع (شَأمَاشْ)، إله الشمس.

إن ترسيخ التقويم المستند إلى علم الفلك أعطى البابليين دافعا قويا لإنجاز أساليب جديدة في التعامل مع البيانات العددية. وقد تحسنت معرفتهم بالعدد فيما كانوا يقومون باكتشافات جديدة تتعلق بالسماوات، وهذا مكنّهم من بلوغ إنجاز فريد من الكشوف. وعلى سبيل المثال، أعطاهم أساسهم العددي 60 تمكنا أقوى من الكسور. وخلافا لكسور الواحد المصرية (حيث البسط، كما نسميه الآن ـ الرقم العلوي في الكسر الحديث ـ كان «ضمنياً» implicit، إذ كان يساوي واحداً)، ففي الكسور البابلية كان العدد الوحيد يقوم مقام البسط؛ وفي هذه الحالة كان المقام ضمنيّاً ويساوي قوة ما للعدد 60، وكانت قيمته معطاة بموضعه. (كانت الكسور الستونية مفيدة جدا لدرجة أن النظام البابلي كان يُستعمل في علم الفلك حتى القرن الخامس عشر من قبل (كبلر) و(غاليليو) وعلماء كبار آخرين).

إن الدراسة المستفيضة والدقيقة للسماء التي قام بها البابليون طوال مئات السنين تحوي في ثناياها علامات على علم متقدم. وعلاوة على الرصود السماوية، فإنهم نفّذوا حسابات معقدة حول طول الليل والنهار في الفصول المختلفة وفي بقاع مختلفة من العالم كما عرفوه. وانطلاقا من أرصادهم لطلوع القمر وغيابه وحركاته، فإنهم أنجزوا جداول فلكية مكّنتهم

من التنبؤ بالخسوف القمري. وكانوا مهتمين كذلك بأجرام سماوية أخرى، وبخاصة كوكب الزهرة المعروف باسم «نجم المساء» (لأنه يشرق أحيانا قبل طلوع القمر) وباسم «نجم الصباح» (لأنه يشرق أحيانا قبل طلوع الشمس).

وكان لهذا النشاط جانب مظلم، فالعلم يطمح إلى اكتشاف العلاقات بين الظواهر الطبيعية، وأن يتوصل إلى تفسير عام يعبِّر عنه بقوانين للطبيعة تحدد هذه العلاقات. لكن البابليين، مثل كثير غيرهم، لم يفسروا الوقائع استنادا إلى الحقيقة العلمية، وإنما بافتراض مجموعة من الآلهة موجودة في عالم روحي غير مرئي. وقد ذهبوا إلى أن نشاطات هذه القوى الروحية هي المسؤولة عن العلاقات التي وجدوها.

وكخطوة أولى نحو مثل هذا النوع من الإيضاح، فقد كانوا يعتقدون أن هناك نذرا وبشائر معينة تنبئ بالمستقبل، دون أن يوضحوا بالضبط طبيعة الرابطة بين هذه النذر ونتائجها. لذلك كانوا يسجلون كل علامة ونوع التنبؤات التي يمكن أن تحدث نتيجة لها. وكمثال على ذلك كانوا يرون أنه «إذا كانت السماء غائمة في أول يوم من السنة، فإن السنة ستكون شؤما عليهم، أما إذا كانت صافية حين بزوغ الهلال، فإن السنة ستكون سنة سعد، وأنه «إذا اختفى كوكب الزهرة في السبت الخامس عشر في الغرب وبقي غائبا عن السماء مدة ثلاثة أيام ثم ظهر في الشرق، فستحدث مصائب للملوك»».

إن كتابات النذر والبشائر البابلية تعج بمجموعة كبيرة من العلاقات المنذرة بالمصائب، وهذا هو الجانب المظلم منها. ويعود تاريخ هذه الكتابات المدونة على ألواح من الطين المشوي إلى نحو عام 1800 قبل الميلاد. وهي موجهة إلى عامة الناس وليس إلى أفراد، وهدفها الرئيسي هو إعلام الملك وحاشيته بالعمليات العسكرية التي توشك أن تقوم بها دولة معادية، وبالتهديدات التي تواجه العائلة المالكة. وكان من واجبات المفسرين الرسميين لهذه النذر أن يقدموا كذلك النصيحة حول كيفية تفادي الخطوب التي جرى التنبؤ بها والإفادة من بعض البشائر الواردة في هذه الكتابات.

إن المحاولات الأولى لقراءة المستقبل انطلاقا من بعض الظواهر، مثل ولادة مخلوقات مشوهة أو حدوث تقلبات مناخية غير مألوفة اتخذت طابعا أوسع انتشارا حين ابتُكر «فن» قراءة كبد الخراف. وقد حدد الفلكيون

التجمعات النجمية على أنها تمثل أشكالا لآدميين وحيوانات. فقام السومريون برصد ثلاثة من التجمعات النجمية وأطلقوا عليها أسماء مثل الثور والعقرب والأسد. ثم أضاف البابليون تسعة أُخَر، وأصبحت هذه التجمعات الاثنا عشر تسمى الآن بروج السماء. وتجدر الإشارة إلى أن هذه التجمعات الاثنى عشر تشغل شريطا ضيقا نسبيا في السماء عرضه نحو جزء من عشرين من مساحة القبة السماوية.

والدوران اليومي للأرض شرقا حول محورها القطبي يجعلنا نظن بأن السماء هي التي تدور حولنا، ويبدو لنا أنها تدور نحو الغرب بسرعة منتظمة في دائرة كاملة، وكما فعل المصريون بديكاناتهم decan تماما (انظر الفصل الرابع) فقد خُيِّلَ إلى البابليين أن التجمعات النجمية الاثنى عشر، التي أطلقوا عليها أسماء حيوانات، أي بروج السماء، كانت محطات تمكث فيها الشمس والقمر والكواكب بعض الوقت قبل مواصلة طريقها عبر السماء. وكان وجود جرم سماوي ما في برج معين نذيراً أو بشيرا بأمر ما، وهذا يتوقف على مجموعة من مؤشرات أخر. وفي تلك الأوقات لم يكن يذكر بأن مثل هذه الاقتراحات للأجرام السماوية تحدد المستقبل على نحو مؤكد، إذ كانت تعد محض مؤشرات لما كان يمكن حدوثه إن لم تتخذ احتياطات مناسبة من قبل الفرد أو الدولة.

وقد صنفت النذر والبشائر استنادا إلى ارتباط بعض الأحداث بآلهة القمر (سين Sin) أو إله الشمس (شامش Shamash) أو إله الطقس (أداد Adad) أو كوكب الزهرة (عشتار Ishtar). وهكذا فإن كثرة الأدلة - حوادث كسوف الشمس وخسوف القمر والهالات والأهلة والرعد والبرق وتكوّن الغيوم والهزات الأرضية وظهور الكواكب وكأنها متوقفة عن السير والاقترانات بين الشمس أو القمر وكوكب سيار ما - تبين أنّ لا وجود لنظرية عامة عن العلاقة السببية جرى التوصل إليها. وكان التنجيم آنذاك على وشك أن يولد. وكان (بعض) الفلاسفة اليونانيين هم الذين قاموا، بعد ذلك بعدة قرون، بتطوير الخرائط النجمية البابلية إلى نظام كامل يعني بالتنبؤ بأقدار الناس من خلال مواقع الأجرام السماوية في لحظة ولادتهم.

4 مصر القديمة

لقد رأيت مئات من الأشياء، في حين فاتتني رؤية آلاف من أشياء أخرى، وقد تمكنت ، وللمرة الأولى، من أن أعثر على سجلات (أرشيفات) للفنون والعلوم.

البارون فيفانت دينون (المستشار الفني لنابليون في حملته المصرية عام 1803)

رأينا في الفصل الأول أن أول خطوة باتجاه الأعداد المكتوبة اتخذت حين بدأ استعمال (علامات الثلم) tally marks ربما في المجتمعات الرعوية، وذلك بغية تدوين أعداد كبيرة نسبيا من الحيوانات، ومن المحتمل أن يكون الكهنة والنساخ في مصر القديمة قد اتخذوا قبل ما بين 4 آلاف و5 آلاف سنة خطوة أخرى بابتكارهم لنظام الأرقام التى تتغير تبعا لحجم العدد. وللتعبير عن مجموع، كانت تعطى الأرقام كل على حدة، والعدد الذي يدل عليه كل رقم في المجموع العام. وباستعمال هذه الإشارات العددية تمكن المصريون من الجمع والطرح والضرب والقسمة، بيد أنه لم يكن لديهم رموز خاصة لهذه العمليات. وبدلا من ذلك فقد كانوا يستعملون ما يطلق عليه الآن (الجبر البلاغي) إذ كانوا يوردون بجانب الرقم بضع كلمات تشرح ماكان يجب عمله.

فيما يتعلق بمصر، فإنني سأتوسع في ملاحظاتي توسعا كبيرا، وذلك يعود إلى أنه لا يوجد بلد آخر يمتلك مثيلا لما تمتلكه مصر من روائع وأعاجيب.

هيرودوتس (القرن الخامس قبل الميلاد)

وفضلا على الشعائر الدينية، فقد كان أحد أهم واجبات الكهنة المصريين هو تدوين بعض الأحداث كالحروب والقرارات الملكية وتاريخ كل عهد. وللقيام بهذه المهمة كانوا يستعملون كتابة مقدسة (الهيروغليفية) وكانت الحروف الهيروغليفية تخصص للكتابات الرسمية، وهي تلك الكتابات التي تستعمل الصور التي نراها في المقابر الملكية وجدران الهياكل مرسومة أو منحوتة على الأحجار. ونادرا ما استُعملت الأرقام في الكتابة الهيروغليفية، وذلك يعود إلى أن الحاجة إليها كانت محدودة في الكتابات الرسمية على الأحجار. وعلى سبيل المثال، فعند تدوين تفاصيل أحد الفتوحات كانوا يستعينون بأوصاف كلامية مثل «جميع الجيوش الغازية أو «أسرى لايمكن إحصاء أعدادهم»، وذلك لأن هذا الأسلوب كان يضفي على إنجازات فرعون مزيدا من العظمة.

ولما كانت الكتابة الهيروغليفية أعقد من اللازم للاستعمال في الأغراض العادية، فقد دأب النساخ على استعمال نمط من الكتابة المتصلة، وهي نوع من الكتابة المختزلة بالحبر بواسطة قصبة مستدقة الطرف على ورق البردي. ويطلق على هذا النوع من الكتابة اسم الكتابة (الهيرية)hieratic أو كتابة الهيكل والإشارات الدالة على الأرقام المستعملة فيها مبينة في الصفحة 42 كان النسَّاخ ينتمون إلى طبقة تختلف عن الكهنة. فكانوا غالبا عبيدا حُرِّروا بعد أن قدموا خدمات جليلة. وكان يعهد إليهم بمهمات أمانة السر (السكرتاريا) والمحاسبة، وكانت مراكز عملهم في المعابد التى كانت أيضا تؤدي دور مكاتب حكومية، حيث كانوا يكتبون رسائل لإملاء الأوامر ويحفظون السجلات الرسمية. ومن المحتمل أنهم كانوا يجرون الحسابات الأولية لبعض الأمور مثل المشاريع الحكومية، فكانوا يدونون أرقامهم ويتحققون من عملياتهم الحسابية على قطع من ورق البردي الذي كانوا يتخلصون منه بعد ذلك.

ولسوء الحظ فإن كل ما نعرفه عن الرياضيات المصرية محفوظ على لفافتين من ورق البردي وقلة من قطع صغيرة من ورق البردي، ومن رقع من الجلد المثلمة الأطراف. وأهم هذه المخلفات هى بردية (ريند) Rhind الرياضياتية الموجودة الآن في المتحف البريطاني (والتى لها نسخة ثانية في موسكو). وقد اشتراها جامع الآثار الإسكتلندي (ألكساندر ريند) حين كان

يمضي إجازة في مصر عام 1858، وكان ناسخ اسمه أحمس (أو آموس، فكلا اللفظين واحد في الكتابة الهيروغليفية) وهو يمثل مصدرنا الرئيسي الذي نستقي منه معلوماتنا عن تعقيدات الرياضيات المصرية.

الأعداد المصرية

كانت الأعداد المصرية، مثلها مثل الكلمات المصرية، تكتب من اليمين إلى اليسار، وفي ذلك الوقت لم يستعمل أحمس أي إشارات للتساوي أو الجمع أو الطرح أو الضرب أو القسمة. فكان يكتب الكسر عددا واحدا عليه نقطة (مثلا 5) إذ كان يكتب المقامات دون البسوط. (وتسمى «الكسور الواحدية» لأن البسط هو نفسه دوما، ألا وهو الواحد. وفي أيامنا هذه يعني 5 الكسر $\frac{1}{5}$) وهذا الاستعمال لنقطة للدلالة على كسر هو المعادل الهيري لفم مفتوح في الهيروغليفية. وهو يوحي بأن الاستعمال الأصلي للكسور كان هدفه توزيع حصص الطعام والشراب ـ وفي الواقع فقد كان العديد من مسائل أحمس في بردية ريند يدور حول تقسيم أرغفة الخبز وأباريق العصير، وقد يكون لإشارة القسمة المعاصرة (-) أصل مشابه.

وكان مخطط كل مجموعة من الأعداد يدل ضمنا على طبيعة المسألة قيد الحل. وهناك أيضا نصف دستة من العبارات كانت إحداها تستعمل لطرح السؤال. وعلى سبيل المثال، فإن أحمس يورد قاعدة لإيجاد ثلثي كسر (وهي قاعدة أساسية في علم الحساب المصري) على النحو التالي:

إيجاد ثلثي كسر فردي: إذا قيل لك «ما هو ثلثا الخمس؟» فاقسمه إلى قسمين ثم إلى ستة أقسام.

إن هذه إحدى أقدم الخوارزميات المعروفة في تاريخ الرياضيات، وهي تعني باللغة المعاصرة أن أحمس يقول إن ثلثي الخمس يساوي نصف الخمس مضافا إليه سدس الخمس، أي أنه يساوي عشرا مضافا إليه جزء من ثلاثين. ولصياغة هذه الخوارزمية نقول: اضرب مقام الكسر الأصلي باثنين واكتب النتيجة، ثم اضرب مقام الكسر الأصلي ثانية بستة واجمع النتيجتين. وباستعمال الرموز المعاصرة نكتب:

$$\frac{2}{15} = \frac{4}{30} = \frac{1}{30} + \frac{1}{10} = \frac{1}{5} \times \frac{2}{3}$$

وقد حُطَّ من قدر علم الحساب المصري ردحا طويلا من الزمن، وذلك لافتقاره إلى إشارة للصفر ولعدم وجود نظام للمنازل، وهذا كمن ينتقد فردا من الإسكيمو لعدم ارتدائه سترة وقبعة للرأس حين توجهه للصيد. وقد استعمل النساخ المصريون مجموعة مختلفة تماما من القواعد، فكانوا يرمزون إلى الواحدات والعشرات وغيرها، فلايهم الترتيب الذي تكتبها فيه. وكانت إحدى الميزات التي اتسم بها الرياضياتيون المصريون مقارنة بنظرائهم البابليين هي تمكنهم من الإشارة إلى الأجزاء التي تمثل كسورا، وإلى تلك التي تمثل أعدادا صحيحة. هذا وإن فكرة وجوب استعمال رموز مختلفة «لمستويات» مختلفة من العشرات جعلت من الصفر شيئا غير ضروري.

إن هذا النظام أبسط وأقل مدعاة للضجر من نظامنا الحالي. وتجدر الإشارة إلى أن بعض الأشياء المملة التي كان على الطلبة الأوروبيين أن يتعلموها طوال قرون لم يستعملها المصريون البتة، وهي النسب المئوية وتحويل العملات والمضاعف المشترك الأصغر وغيرها. أما المصريون القدماء فلم يعايشوا ثورة صناعية، كما أن أولادهم لم يمارسوا الحساب التجاري. لقد كان علم الحساب المصري أسهل قطعا، وفيما يتعلق بالكسور فقد كانت أدق من كسورنا. فمثلا، لم يكن هناك كسور عشرية دورية (التى تقوم مقام الأعداد المتوسطة (intermediate (numbers كما أنهم لم يكونوا يقومون بتقريب الأرقام لدى إجراء القسمة.

كانت الأساليب المصرية في تدريس علم الحساب أساليب متقدمة، وخاصة بالمعايير الأوروبية المتأخرة. وحجتنا في هذه الدعوى هو أفلاطون الذي أمضى بضع سنوات في مصر طالبا. فقد كتب عن المصريين في أثره الأدبي «القوانين» الذي صيغ بأسلوب حواري ما يلي: «إنهم يدرسون أطفالهم علم الحساب في السن نفسها التي يتعلمون فيها القراءة والكتابة، ويتخذ تدريسهم هذا شكل ألعاب مسلية كتوزيع كمية من التفاح والأزهار على مجموعة صغيرة من الطلاب ثم على مجموعة أكبر عددا.

كذلك فإنهم يأخذون آنية مملوءة بالذهب والفضة والنحاس ويخلطون بعضها بالبعض الآخر ثم يفرزونها ثانية. إنهم يكيفون اللعب وفق الأعداد الموجودة. وبهذه الطريقة، فإنهم يمكنون التلامذة من اكتشاف معارف عن

أشياء مثل تحركات الجيوش والمؤن. إنهم يتعلمون كيف يقيسون ويعدّون. وبهذه الطريقة يصبحون أكثر اقتدارا على التعامل مع الأشياء التى تحيط بهم.

لقد طفت هذه الأفكار المصرية على السطح في مدارس القرن العشرين البريطانية باعتبارها «رياضيات حديثة». لكنها لم تتمكن من الانتشار، وذلك يعود بصورة رئيسية إلى نقص التحليل المرتبط بالسن المناسب للتلميذ المتلقي.

ولإكمال الصورة فمن الضروري ذكر أنه حين تأليف بردية «ريند» لم يكن لدى المصريين عملة معدنية. لكن أهمية النظام النقدي في تطوير علم الحساب (وخاصة الكسور) أمر لا ينبغي المبالغة فيه. فأرغفة الخبز وأباريق الجعة يمكن تقسيمها عمليا إلى أقسام كثيرة وصولا إلى الفئات والقطرات، على حين أن هذا أمر مستحيل في النقود المعدنية. وفي الحقيقة فإن عدم صك النقود قد يكون السبب في معالجة المصريين غير العادية للكسور وفي الإصرار على الاستعانة بالخبز والجعة فيما خلفوه لنا من علم الحساب.

وباستعمال هذا النظام الذي شرحناه، فقد تمكن المصريون من إجراء معظم الحسابات المعقدة العادية. فالإجراءات المعقدة والطويلة التي كانوا يسلكونها في جنازات أفراد الأسر الملكية وكبار موظفي الدولة كانت تتطلب استعمال أرقام كثيرة، كما أن حكم إمبراطورية وشن الحروب أمران يتطلبان إطعام أعداد كبيرة من الجنود ونقل مؤن وعتاد بكميات ضخمة. كذلك كانت هناك ضرورة للحسابات المعقدة لتخطيط المدن والنصب التذكارية الضخمة وتشييدها، والتي مازالت محط إعجاب العالم المعاصر. فقد كان بمقدورهم موازنة حساباتهم، والقيام بتدقيق ما ينفذه مقاولوهم، واكتشاف سبل الاحتيال في تقدير المصاريف، وتسجيل عدد الأسرى الذين يعملون عبيدا لديهم وتوزيعهم للعمل في دوائرهم المختلفة. كان باستطاعتهم تقدير مايلزم من طعام وشراب ومن قطع صخرية ذات أشكال وحجوم مختلفة، ومن عبيد ورقباء عليهم من يوم لآخر لبناء الأهرام. كان بامكانهم حساب تواريخ إنهاء المراحل المختلفة من العمل مستعينين بأفضل تقويم وجد على مدى العصور (ويتفوق على ما نستعمله الآن). كان بمقدورهم حساب كمية الحبوب اللازمة لصنع أرغفة من الخبز ذات قيم غذائية مختلفة أو لإنتاج

مقادير معينة من الجعة بدرجات تركيز متباينة. وهكذا فقد كانت الحسابات ضرورية لإدارة الدولة باعتبارها نظاما محكما وفعالا.

1	10	100	1,000	10,000	100,000	1,000,000

ابتدأت الأعداد المصرية من الواحد وانتهت بالمليون. وكان يُرمز إلى الواحد بورقة بردي، وللعشرة بشريط مشكَّل من ورقة بردي مثنية، وللمئة بما يبدو وكأنه قطعة من حبل، وللألف بزهرة اللوتس، وللعشرة آلاف بثعبان، وللمئة ألف بفرخ الضفدع، وللمليون بناسخ يرفع كلتا ذراعيه فوق رأسه وكأنه في حالة ذهول. وإذا ما أردنا استعمال هذه الرموز لتسجيل عدد سكان مدينة نيويورك عام 1975 (والبالغ 863 ,526 ,9) فلابد من استعمال 9 ناسخين مذهولين و5 فراخ ضفادع وثعبانين و6 من أزهار اللوتس و8 قطع حبال و6 شرائط مثنيّة و3 أوراق بردي.



وقراءة العدد كله في الرموز الهيروغليفية هي تقريبا بمثل سهولة قراءته في النظام الذي يستعمل الثَّلم. فأنت تعد كل نوع من الأرقام كما تفعل على أصابعك. وإذا بلغت تسعة، فإنك تكون قد استنفدت النوع الخاص من الأرقام التي تعدها، وتنتقل بعد ذلك إلى أعلى رمز تال وتواصل العد. إن عملية الطرح هي عكس عملية الجمع وواضحة مثلها، إذ إنك «تُقْصِي»

الأعداد من كل نوع أشير إليه، ولايلزمك إلا أن تتذكر قاعدة اقتراض واحد (ثم إعادته) من العدد ذي المرتبة الأعلى حين يكون الرقم السفلي أكبر مما فوقه.

الجدول

ابتكرت الجداول من قِبَل البابليين، ولكن علماء الرياضيات المصريين طوروها ووضعوها في صيغ استُعملت من دون أي تغيير، آلاف السنين وتُقدم بردية «ريند» دليلا بيّنا على جدول للجمع يمكن استعماله أيضا للعملية المتممة، ألا وهي الطرح. وكان هناك أيضا جدول لكسور الواحد مكنت من جمع سلسلة طويلة من الكسور روتينيا. (ويقال إن بردية ريند تحوي سلسلة من 16 كسرا جمعت جمعا صحيحا، لكنه لم يقيض لي حتى الآن التوثق من ذلك).

الضرب

لم يكن المصريون بحاجة إلى تعلم «جدول الضرب» لإجراء عمليتي الضرب والقسمة. وكانوا يرون أن كل عدد صحيح يمكن الوصول إليه بجمع أعداد مختلفة من المتسلسلة الهندسية التي أساسها 2:
1، 2، 4، 16، 32، 64، 128، 256،...
(وهذه الفكرة مركزية في عمل الحاسوب الحديث).

لنفترض، مثلا أن أحد النساخ المصريين أراد أن يضرب 256 بالعدد 17. للحصول على 17 نضيف 1 إلى 16 من المتسلسلة الثنائية. وكما تبين المتسلسلة، فإننا نبلغ 16 بمضاعفة 1 ثم بمضاعفة النتيجة، وبعد ذلك بمضاعفة الحاصل، وأخيرا بإعادة عملية المضاعفة على الناتج الأخير. لذا فلحساب حاصل ضرب 17 بالعدد 256، فإننا ببساطة نعيد مضاعفة 256 أربع مرات ثم نجمع الناتج إلى العدد الأصلي 256. وباستخدام الأرقام الحديثة، فربما كتب المصريون هذا في جدول على النحو التالي:

1* 256*

2 512

4 1024

8 2048

16* 4096*

17 4352

(* اجمع هذه الأعداد معا).

كما يمكننا صياغة ذلك كاملا بالرموز الحديثة كما يلي:

+256 =+256x1

512=256x2

1024=256x4

2048=256x8

+4096=256x16

(* اجمع الأعداد التي ترافقها إشارة الجمع)

17=1+16

(1x256)+(16x256)=17x256

256+4069=

4352=

وهذا الأسلوب جيد كذلك وسهل أيضا في الحسابات الأكثر تعقيدا التالية:

لضرب 226 بالعدد 13 نعمل مايلي:

+226=1x226

452=2x226

+904=4x226+

+1808=8x226+

(أضف الأعداد التى ترافقها إشارة الجمع)

$$13=8+4+1$$

$$226\times13=(226\times8)+(226\times4)+(226\times1)$$

$$2938=1808+904+226$$

وتبدو لنا هذه الإجراءات بطيئة التنفيذ إلى حد ما، إلا أنه من الممكن أن يكون النساخ المصريون، الذين تعودوا على مثل هذه الحسابات، قادرين على إجرائها بسرعة كبيرة وبقدر أدنى من الأشياء المكتوبة (فمن المفترض، مثلا، أنهم كانوا معتادين على المتتالية الهندسية الثنائية (انظر الصفحة 43)، التى كانت المدخل إلى علم الحساب المصري بأكمله) وهذا الأسلوب يصلح في الكسور كما في الأعداد الصحيحة.

القسمة، بما فيها الكسور

ربما كانت أكثر الأفكار الرياضياتية الباهرة التى جاد بها المصريون تتجلى في كون العمليات الحسابية الأربع مرتبطة بعضها ببعض ارتباطا وثيقا، فالضرب والقسمة، مثل الجمع والطرح، كل منهما خيال مِرْآوِيٌّ للآخر.

(وعلى سبيل المثال فإن الحسابات الواردة في الصفحة لاتبين فقط أن حاصل ضرب العددين 256 و17 يساوي 4352، وإنما تبين أيضا أن حاصل قسمة 4352 على 17 يساوي 256).

والعملية الرئيسية، التي تكمن في أساس جميع العمليات الأخرى، هي الجمع.

وهذه الفكرة التي جاء بها المصريون مبينة في عدة أماكن من بردية ريند ـ كما أن الحواسيب الحديثة تستفيد منها أيضا (انظر الصفحة 232).

ومثلما استعان المصريون بالمتتالية الهندسية الثنائية في عملية الضرب، فليس من المستبعد أن يكون أحد نساخهم لدى محاولته تقسيم 256 على 17 قد رجع إلى جدول للقسمة، وكتب إذ ذاك.

17	256	
1	15	$\overline{17}$

والمقابل الحديث لهذا هو:

$$1 \times 17 = 17$$
$$2 \times 17 = 34$$
$$4 \times 17 = 68$$
$$8 \times 17 = 136$$
$$256 = 136 + 68 + 34 + 17 + 1$$

$$\frac{256}{17} = 8 + 4 + 2 + 1 + \frac{1}{17}$$
$$= 15\ \frac{1}{17}$$

ومرة أخرى نقول إن هذا الأسلوب يمكن أن يُطبَّق على الكسور ، وفي هذا الصدد فمن الضروري الإشارة إلى أن عدم إلفتنا بالخوارزميات المصرية، مضافا إلى ذلك افتقارنا إلى تعرف رموزهم للكسور، كل ذلك جعل من الصعب علينا فهم كيفية تعامل المصريين مع الكسور. أما نحن الآن فقد تعلمنا أساليب مختلفة للتعامل مع الكسور باستعمال الرموز الحديثة. أما فيما يتعلق بالمصري الذي كان يتقيد بالأساليب والرموز السائدة في عصره، فلابد من أن تكون الكسور قد طرحت عدة مشكلات.

وفي الحياة الواقعية، ليست جميع الكسور كسور الواحد. وعلى سبيل المثال، فإن $\frac{2}{7}$ أو $\frac{43}{180}$ يمكن ببساطة أن يكون حلا لمسألة، بيد أنه ليس من السهل إطلاقا رؤية كيف يمكن كتابة هذين الكسرين على شكل كسور للواحد. إن كلا من هذين الكسرين يمكن كتابته على شكل مجموعة كسور للواحد مجموعها هو $\frac{2}{7}$أو $\frac{43}{180}$. فإذا أطلقنا كلمة (عبارة) expression على هذه المجموعة من كسور الواحد واستعملنا بعض ا لأجوبة الكسرية الواردة في بردية ريند، فمن الممكن أن نتوصل إلى القواعد لتقرير أفضل صورة لمثل هذه العبارة.

إن أول قاعدة هي أن جميع الكسور هي كسور للواحد (مثل $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{15}$ هكذا)، باستثناء أن النساخ المصريين لم يستعملوا أي بسط (وهو العدد الموجود في أعلى الكسر). والقاعدة الثانية هي أن نحاول التوصل إلى عبارات مقاماتها أعداد زوجية دوما: $\overline{4}$, $\overline{68}$, $\overline{92}$ وغيرها. والقاعدة الثالثة هي عدم تكرار أي كسر. والرابعة، وهي الأهم، هي أننا نبقي جميع

الكسور في العبارة صغيرة قدر الإمكان. (وتعني كلمة «صغيرة» في هذا السياق أن «المقام صغير»: فالكسر 1/2 «صغير» في حين أن 1/2378 كسر «كبير»). والقاعدة الخامسة والأخيرة هي أن عبارتنا يجب أن تحوي أقل قدر ممكن من كسور الواحد، ويجب ألا يزيد عددها عن أربعة. وعلى سبيل المثال فإن:

$\frac{2}{27}$ يساوي $\frac{}{18}$ $\frac{}{54}$

$\frac{2}{37}$ يساوي: $\frac{}{24}$ $\frac{}{111}$ $\frac{}{296}$

$\frac{2}{47}$ يساوي: $\frac{}{60}$ $\frac{}{332}$ $\frac{}{415}$ $\frac{}{498}$

ويكمن غموض بردية ريند في السؤال التالي: كيف اكتشف الكهنة تلك العبارات التي تحقق هذه القواعد الخمس؟ إن القيم الواردة في جدول عبارات الكسور التي تمثل قسما كبيرا من الوثيقة قريبة من أفضل 50 من 22,295 مجموعة ولدت بواسطة الحاسوب وقام بفحصها مؤلف هذا الكتاب. ويزول الغموض حالما نجري عمليات القسمة بنفس الطريقة التى كان الناسخ نفسه يسلكها دون أن نتعرض إلى علم الحساب الحديث.

ويرد الآن سؤال ثان وهو: لمّا كانت القواعد تبدو كيفية، فكيف نشأت إذن؟ يبدو من غير المحتمل أن تعكس هذه القواعد الطريقة التي جرى وفقها التوصل إلى الجواب ـ مثلا (إذا عدنا إلى الخبز والجعة المستعملين في بردية ريند) لدى التقطيع الفعلي للأرغفة وتوزيع الجعة فإنه يبدو من الأمور التي لاتصدق أنه لتقسيم رغيفين (مثلا) على 83 رجلا:

$$\frac{2}{83} = \frac{}{60}\ \frac{}{356}\ \frac{}{534}\ \frac{}{890}$$

لابدّ من أن يكون الناسخ قد تصور تقسيم رغيفين إلى 60 و534 و890 قطعة بدلا من قيامه بعملية التقسيم الأكثر بساطة لكل رغيف إلى 83 قطعة. ويبدو أن أفضل تفسير لهذا هو أن هدف هذه الأمثلة لاعلاقة له بالتقسيم الفعلي للأرغفة والجعة: فالهدف كان إيضاح كيفية التعامل مع الكسور. واختصارا فقد لايكون للجدول غاية تتجاوز الأهداف التعليمية.

ومن الصعوبة بمكان لأي مجموعة محددة من كسور الواحد أن تحقق

القواعد الخمس جميعا في آن واحد. وعلى سبيل المثال، فإن العبارة الواردة آنفا بشأن $\frac{2}{73}$ ($\overline{24}$ $\overline{111}$ $\overline{296}$) تخفق في تحقيق القاعدة الثانية. وعلى الناسخ التوصل إلى قرار ذاتي حول أفضل اختيار للكسور لتمثيل العدد والطبيعة المعقدة للقواعد تجعل مهمة موازنتها أمرا شاقا جدا. ويبدو من المحتمل أن هذا هو السبب في ابتكار الجدول. كانت جميع الحسابات والقرارات الصعبة قد أنجزت سلفا، وكانت الحلول جاهزة للاستعمال. ويمكن إيجاد أجوبة المسائل ميكانيكيا، ومن ثم سريعا، طبقا للقواعد.

ويبدو أن الجداول (التي يفترض أنها كانت وثائق رسمية من أوراق البردي) كانت توفر للنساخ نوعا من السلطة. فإذا حدث نزاع بين بعض الناس حول حصصهم، كانت هذه الجداول كفيلة بإسكاتهم.

وثمة شبية معاصر «لها هو جداول ضريبة الدخل التي هدفها المزعوم هو عدم مضايقة الناس، لكنها في الحقيقة تمنع معظمها من الجدال مع موظف الضرائب. (والملاحظة الأخيرة حول الكسور المصرية هي أن الكهنة استعملوا مخططا أو رسما «لعين (أوسيريس)» Osiris لتحديد مواقع (وإيضاح) الكسور المختلفة مثل $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{5}$ وهكذا. وهذا تعقيد آخر لم يرد في بردية ريند).

إن بردية ريند هي أقدم كتاب في علم الحساب لدينا ـ ويحوي جميع العيوب التي ننسبها إلى الرياضيات التعليمية. وهو مثير للحيرة وروتيني مثل كتيب تعليمات الحاسوب الحديث العادي. ويبدو أن سدسه مؤلف من تمارين توضح استعمال جدول الكسور. وربما كان النص كله ليس أكثر من تمارين وأمثلة من الواقع لإضفاء شيء من الحياة عليها.

ومقابل ذلك، يمكننا إيراد وثيقة ثانية، وهي سجلات (هيكل إلاهون) Temple at Illahun التي ترجمها (بوركارت) Borchardt. وهي تتعلق مباشرة بالدفعات غير النقدية (من الخبز والجعة) لجميع أعضاء الفريق العامل في الهيكل. ويمكننا القول على نحو مبسط إن هذه الوثيقة تهدف إلى إيضاح الجدول.

هناك بالطبع طريقة أكثر بساطة وقابلية للتطبيق لحل مسائل تقسيم الخبز والجعة. فلم يحتاج طباخو الجيش إلى عدة آلاف من السنين كي يكتشفوا أن من الممكن تقسيم 23 رغيفا بالتساوي بين 17 رجلا، وذلك

بإعطاء كل منهم رغيفا وتقسيم كل من الأرغفة الستة الباقية إلى ثلاثة أقسام، وهذا يعني أن كل رجل يحصل على رغيف وثلث الرغيف ويبقى ثلث رغيف للطباخ. (وبالطبع، فليس هذا هو ما يخبر به المسؤول في ذلك اليوم، ولكن هذه مسألة أخرى).

وبالمقابل، فإنه يبدو أن الكاهن ـ المعلم المصري كان معنيا بأدق الحلول. فتعلم كيفية تقسيم الخبز والجعة بأدق شكل ممكن، وذلك كتمرين أكاديمي، كان تمهيدا مفيدا لحسابات أكثر أهمية. وبعد أن عرف الطلبة الخوارزميات غدوا مستعدين لحل مسائل حيوية مثل: كيف تحدد موقع فتحة ضيقة كي تشرق الشمس مرتين كل عام وإلى الأبد (في 20 اكتوبر و20 فبراير طبقا لتقويمنا) على وجه رمسيس الثاني في مقبرة معبد أبي سمبل الملكية؟ إن هذا يسوقنا إلى أهم وظيفة أنيطت بعلماء رياضيات مصر القديمة: إنها تنظيم التقويم وإجراء حساباته.

الموظف	عدد الحصص	أرغفة الخبز	أباريق الجعة المسكرة	أباريق الجعة (العصير) المعتدلة
المدير	10	16	8	27
رئيس الكهنة	3	5	2	8
رئيس القراء	6	10	5	16
النساخ	1	2	1	3
القاريء	4	6	3	11
الكاهن 1	2	3	1	5
الكاهن 2 (3)	6	10	5	16
الكاهن 3 (2)	4	6	3	11
عامل النظافة	1	1		2
الحراس (4)	1	2	1	3
المراقبون (2)		1		1
العمال (2)		1		
المجاميع	42	70	35	115
كل حصة	1	1		2

ملاحظات: الرمز $\frac{\ }{x}$ يقوم مقام كسر واحد $\frac{1}{x}$: مثلا $\frac{\ }{6}$ هو الكسر $\frac{1}{6}$ الرمز $\frac{=}{3}$ يقوم مقام $\frac{2}{3}$

وسنرى أن حسابات الكاهن ـ أمين السر ليست معصومة من الخطأ. ففي بعض المواقع كتب ـ 3 عوضا عن ـ 3 ، كما أن سطر«المجاميع» مفتوح للنقاش.

التقويم المصري

كان أحد العناصر الحاسمة في انتعاش الشعب المصري هو نجاح الفلاحين في توفير فائض من المحاصيل الزراعية للمدن وللتجارة، وقد ارتبط هذا بالقدرة على التنبؤ ببداية وطول كل من الفصول الثلاثة التى اعتمدها المزارع المصري وهي: الفيضان السنوي لدلتا نهر النيل، وفترة البذار والنمو، وفترة الحصاد.

وقد حدد المصريون بسهولة الزمن الدقيق لبداية هذه المتتالية من الفصول كل عام، وأمكن استعمالها كنقطة مثبتة كل سنة. لكن طول الزمن الفاصل بين كل فيضانين، ومن ثم طول السنة كان يشوبه شيء من عدم الانتظام: فمثلا كان طول السنة بين عامي 1945 قبل الميلاد و1875 قبل الميلاد يتغير بين 345 يوما و415 يوما، وهذا الفرق يتجاوز طول الشهرين.

بيد أنه، ولأغراض تتصل بالزراعة، لم يكن إجراء تغيير معقول في تاريخ بداية كل فصل أمرا خطيرا. والحصاد يرتبط أيضا بعوامل أخرى يصعب التنبؤ بكثير منها ـ كأمراض المحاصيل أو غزو الحشرات أو نوع البذور ـ وكان الأهم من ذلك هو أنه على الرغم من هذه التغيرات الكبيرة، فقد بينت السجلات التى كان يحفظها الكهنة أن معدل الفترة الزمنية الفاصلة بين الفيضانات كان 365 يوما، وهذا قريب من السنة الفلكية التى نعرفها الآن بأنها تساوي 365,4511 يوم. (كان لهذا الفرق، الذي نشأ عن الطريقة المصرية في أخذ المتوسطات التي كانت الكسور تهمل فيها آثار مهمة في تاريخ التقويم. فقد اعتمد يوليوس قيصر التقويم المصري للإمبراطورية الرومانية عام 45 قبل الميلاد بعد إجراء تعديلات طفيفة عليه. وهذا التقويم «ا ليولياني»، بعد أن جرى تخليصه من النظام المرهق لترقيم الأيام في كل شهر حسب مواقعها قبل ثلاث نقاط مثبتة هي (كالندس) Kalends و (نونز) Nones و (إيدس) Ides ، نُقِلَ فيما بعد بواسطة الكنيسة المسيحية إلى بلدان أخرى خضعت لتأثيرها).

إن عدد الأيام في السنة النيلية (المنسوبة إلى نهر النيل)، وهو 365، كان القيمة الصحيحة (دون كسور الأيام) للسنة الشمسية. وسرعان مالاحظ الكهنة أن بداية الفيضان كان يبشر بها مراسل سماوي هو نجم الشعرى اليمانية الذي كان يسميه المصريون (سوثيس) Sothis . وقد استعملوا هذه الرابطة فى أحوال كثيرة حتى أنهم غدوا يعتقدون أن هذا النجم هو السبب في الفيضان السنوي. ولما كان هذا النجم هو أكثر النجوم سطوعا في السماء فلم يكن من السهل المرور عليه مرور الكرام. فقد لاحظوا أنه كان يبزغ مباشرة قبل شروق الشمس كل سنة بعد انقضاء فترة زمنية قدرها 1/ 4 365 يوم. وهذا الظهور للنجم قبل شروق الشمس فوق الأفق بوقت قصير (ظهوره الشمسي) لايحدث سوى مرة واحدة كل 365 يوما، وهو الوقت الذي تستغرقه الأرض لإكمال رحلتها حول الشمس. وهكذا فقد اعتمد المصريون السنة الشمسية (365 نهارا وليلا)، وهي الفترة الزمنية بين ظهورين شمسيين للشعرى اليمانية كأساس لتقويمهم.

وتبين النصوص الهرمية التي ترجع إلى الأسرة الخامسة (2400 قبل الميلاد) أن السنة النيلية وتقويم الشعرى اليمانية كانا يحددان بهذا التاريخ. وكان يسود اعتقاد بأن أصول الأسرة الخامسة هي حصيلة زواج إله الشمس، (را) Ra، من زوجة أحد كهنة هذا الإله. وهكذا فقد عقدت رابطة خرافية بين الشمس وفرعون ونهر النيل. كذلك فقد ابتدع الكهنة والأسرة صلة بين الحوادث السماوية، وكل حدث زراعي يحدث في سنة من السنين.

وبمعزل عن دور الشعرى اليمانية في تحديد مستهل السنة، فقد كانت الحوادث السماوية تقوم بدور آخر في تمكين الكهنة من استنباط تفاصيل التقويم الشمسي. لقد كانت السنة مقسّمة إلى ثلاثة فصول كل منها مؤلف من أربعة شهور، وكان كل من هذه الشهور الاثنى عشر مؤلفا من 30 يوما. وهكذا زاد خمسة أيام، اعتبرت أياما خاصة وسميت «أيام الهيكل» أو «الأيام المخصصة للاحتفالات». أما ربع اليوم الباقي في الدورة الشمسية فظل مصدرا للخطأ. وهذا يعني أن التقويم الشمسي (365 يوما) كان متقدما على الدورة الشمسية (لأن الأرض كانت تنجز دورة كاملة حول الشمس في $\frac{1}{4}$ 365 يوم)، وأن الخطأ كان يتفاقم مع كل عام ينقضي. وخلال أربع سنوات، فإن الفرق هو يوم كامل، وهذا يعني أنه خلال قرن قد يترتب على

التقويم أننا في فصل الشتاء في حين تكون الشمس حارقة فوق رؤوسنا.

وقد أدى هذا الفرق إلى الاستعمال المتواصل للتقويم القمري، وكذلك للتقويم المدني حيث عدد أيام السنة 365 يوما. وكانت السنة القمرية تستعمل لتأريخ الأعياد الدينية، وكان أساسها الأطوار المختلفة للقمر. (يمر القمر في دورة ذات أربعة تغيرات فيما ينمو الهلال وينمحق. ففي الطور الأول تكون الصورة التي نراها هلالا نحيلا، وجهه يتجه نحو اليمين وآخذا في الاتساع إلى أن يصبح هلالا وفي الطور الثاني فإنه يتسع اتساعا أكبر ليصبح قرصا كاملا (بدرا). وفي الطور الثالث يبدأ بالانمحاق إلى أن يغدو هلالا. أما في الطور الرابع فإنه يتغير إلى هلال وجهه يتجه نحو اليسار ويأخذ في التحول إلى أن يختفي القمر كله. وهذه المتتالية من البداية إلى النهاية، والتي تسمى دورة القمر، تستغرق ما بين 29 و30 يوما. كما يستغرق كل من هذه الأطوار الأربعة أكثر قليلا من أسبوع).

كان طول كل من الأشهر التي عددها 12 هو $29\frac{1}{2}$ يوم. ولما كان الكهنة المصريون يحسبون المتوسطات أعداد صحيحة دون أن يستعملوا الكسور فقد عدوا بعض الشهور 29 يوما وبعضها الآخر 30 يوما، مما جعل السنة القمرية 354 يوما، أي أقصر من السنة الشمسية بمقدار 11 يوما، وهذا فرق أكبر بكثير من ربع يوم في السنة الشمسية. وقد ترتب على هذا بسرعة عدم انسجام بين التقويم والفصول. ولإعادة الانسجام بين التقويم والدورة الطبيعية وبين الآلهة وأيام التقويم، كان من الضروري معالجة هذه الأيام الأحد عشر المفقودة بطريقة ما. لذا أُدخل شهر «إضافي» هنا وهناك في التقويم القمري كلما دعت الحاجة وقد استعملت لذلك حيل مكشوفة أحيانا، إذ كان يورد شهر خاص مرتين وكأن ذلك حدث بطريق الخطأ.

ابتكر المصريون تقويما ثالثا باتخاذهم إجراء أدى إلى تقسيمنا الحالي لليوم إلى 24 ساعة. وكان هذا التقويم في منتهى التعقيد إذ إنه تطلّب، إضافة إلى الشمس والقمر، رصد 36 مجموعة نجمية مختلفة ويمكن شرح هذا التقويم كما يلي: لقد واصل راصدو النجوم المصريون اقتفاء أثر نجم الشعرى اليمانية عبر السماء طوال 10 أيام بعد أول ظهور له. وقد جرى تسجيل كل موقع شغله النجم في هذه الأيام وأصبح علامة لإحدى ساعات الظلام. وفي اليوم الحادي عشر اختير نجم آخر أو مجموعة نجمية أخرى

كعلامة على أساس أنه كان الآن الجرم السماوي الذي سبق شروقُه شروق الشمس مباشرة. وقد كان هذا النجم أو المجموعة النجمية تُرصَد طوال العشرة أيام التالية، بحيث كان كل موقع في السماء يُتخذ على أنه يحدد الساعات بعد العاشرة.

وهكذا كان يختار 36 جرما سماويا بهذه الطريقة، وكانت تلاحظ مواقعها في السماء الليلية طوال 10 أيام خلال اجتيازها لمساراتها، وكان يُطلق على هذه الأجرام السماوية الستة وثلاثين اسم (العشريات) decans, وهى كلمة تشير إلى الأيام العشر المرتبطة بكل نجم وإلى المواقع العشرة في السماء التي كانت تشغلها خلال تلك الأيام. وهكذا حدد 360 يوما، عشرة لكل من العشريات الست وثلاثين. ومن المحتمل أن تكون العشريات أدت وظيفة تحديد الزمن الذي يستغرقه النجم في عبور موقع في السماء مرتحلا إلى الموقع التالي. ولما كانت النجوم تبدو للراصد وكأنها تتحرك بسرعة ثابتة ، فقد اعتبرت هذه الفترات الزمنية متساوية. وهكذا اتفق على أن 12 ساعة هو معدل طول الليل. وكذلك النهار وترتب على هذا أن يكون الطول الكلى لليل والنهار هو 24 ساعة.

كان النظام المصري للرصد مشابها جدا لتقسيم السماء إلى «شقق قمرية» من قبل الفلكيين الهنود، أو إلى «بيوت لدائرة البروج» من قبل الفلكيين البابليين. لكن المصريين توصلوا إلى فوائد تطبيقية لهذا النظام كما فعلوا في قياس الزمن وابتكار الوحدات المتساوية. ويبدو أنه كان لتقويم العشريات بعض الاستعمالات في فترة ما بعد الموت عند المصريين إذ كانوا غالبا ما يرسمون نجوم العشريات على أغطية أكفانهم.

ومن الخطأ التصور بأن • التقاويم الأربعة المختلفة كان ينافس بعضها بعضا بأي حال من الأحوال، أو أنها كانت محاولات أربع لاستنباط تقويم «حقيقي» يمكنه أن يعكس من دون أخطاء الحالة الفعلية للأمور فيما يتعلق بالأجرام السماوية. ومثل هذه الأفكار بتفرد كل منها أتت في وقت متأخر جدا وارتبطت باهتمام العلماء بابتكار نظام قياس مبني على أقل قدر ممكن من المفاهيم. وقد استعمل المصريون كلا من أنظمتهم الأربعة في موقف مختلف ولأغراض مختلفة. ومن الممكن أن نجد حتى عهد قريب تشابها في طريقة استعمال الناس الأوزان نفسها في أغراض مختلفة، ولم

يحدث إلا في وقت متأخر نسبيا (وذلك بعد الثورة الفرنسية مباشرة عام 1789) أن استُعمل نفس النظام في فرنسا لوزن الذهب والحبوب والأسماك. وفي الواقع فلا يوجد حتى الآن طريقة واحدة لبيع نوع معين من الفاكهة بالواحدات أو بالوزن. فغالبا ما يباع البرتقال بالحبات، في حين يستعمل كلا النظامين لبيع الإجاص، ولاينشأ أي إرباك في أذهان البقالين أو زبائنهم عند انتقالهم من نظام إلى آخر.

5 الصين القديمة

كشفت الصين في أيامنا هذه عن أسرارها الفكرية التي كانت مخبأة في الماضي، وقدمتها إلى العلماء الغربيين. وبعد أن استطاع هؤلاء العلماء التغلب على مرض الشوفينية الذي كان مستوطنا في الغرب، وتخلَّوا عن النظرة إلى الأمور بعين واحدة، فإنهم تناولوا الصورة الشاملة للمعرفة الصينية. وهكذا فإنه يمكننا في الغرب، أن نبدأ بالنظر إلى الحضارة الصينية القديمة كوحدة، كما يفعل الصينيون أنفسهم.

وأكثر النواحي التي تتضح فيها هذه الوحدة، هو تاريخ الحسابات. لقد شقت أوروبا طريقها بكل جهد طوال قرون معتمدة على تراث اليونان وروما، وانتقلت طوعا إلى الكنيسة الكاثوليكية الرومانية. وحتى عام 1550 استمر التأثير الطاغي للأنظمة العددية اليونانية والرومانية التي كان يستعملها التجار والمحاسبون في تسيير أعمالهم.

وكانت الأفكار اليونانية - القائلة إن الرياضيات هي الهندسة، وأن علم الحساب هو نظرية الأعداد المقدسة، وأن العلم هو التفكير المجرد - تُقَيِّدُ العلمَ والرياضياتِ في الغرب طوال قرون، إلى أن حل عصر النهضة العلمية الغربية، وحدثت التطورات

«التطبيق من دون نظرية أعمى، والنظرية من دون تطبيق عقيمة»
مقولة لـ «كَانْت» كما صاغها كارل ماركس

المفاجئة الرئيسية بفضل غاليليو ونيوتن في القرنين السادس عشر والسابع عشر.

وقبل الغرب بقرون، كان لدى الصينيين تراث في المعرفة العلمية بوصفها تكاملا للتجربة العملية والتحليل النظري. وكان العلماء الصينيون مدرّبين على التفكير المجرد التحليلي. وقبل ميلاد المسيح بنحو أربعة قرون، ابتكروا نظاما عدديا عشريا وطرائق حسابات يمكن استعمالها في هذا النظام. وقد اكتشفوا السِّمات الأساسية للأعداد قبل أوروبا بزهاء 2000 سنة، كما تمكنوا من حل معادلات تربيعية آنية بسيطة، ومعادلات أخرى من درجات تصل إلى الدرجة العاشرة. كذلك، فإنهم ابتكروا واستعملوا بعض الآلات الحسابية القيّمة مثل (المعداد) abacus ولَوْح العدّ. وفي حين كان معظم العلماء الأوروبيين يتعاملون مع السحرة، أو كانوا يهدرون الوقت والطاقة في بلاطات الملوك والأمراء باعتبارهم من علّيّة القوم، كان العلماء الصينيون منشغلين بالأمور العملية للدولة.

كان لهذا التفوق ثلاثة أسباب رئيسية. أولها وأهمها أن الصينيين لم ينظروا إلى الحسابات على أنها محض مهارات من مستوى متواضع تصلح للعبيد وللاستعمالات المنزلية، بل على أنها أمور يجب أن تكون موضوعا لاهتمام أذكى المفكرين في الدولة. كان التفكير المجرد أسلوبا لحل مسائل الحياة اليومية - وكانت هذه المسائل موضع اهتمام الجميع، وخاصة موظفي الدولة الذين كان يُعَيِّنُهُمُ الإمبراطور. كانت الحسابات الدقيقة ضرورية لتسيير أمور الدولة. وكان الإمبراطور، العادل والمنصف، مسؤولا عن فرض النظام في العالم. ولتقديم النصيحة إليه للحفاظ على توازن سليم، فقد كان على موظفيه أن يحسبوا توازن القوى في العالم. ولما كانت هذه الأشياء تتطلّب قدرا من الحكمة والتفكير السليم، فقد توصل الصينيون - بشيء من التفكير المنطقي النموذجي - إلى ضرورة تشجيع الموهوبين في هذه الحقول الذين اختيروا بعد إخضاعهم لفحوص تنافسية، والذين فُتحت لهم أبواب الالتحاق بطبقة موظفي الدولة التي كان ينتمي إليها كل شخص (ذكر) يتمتع بقدرات عقلية متميزة.

كانت الميزة الخاصة الثانية للصينيين على معظم الأمم القديمة الأخرى، هي أناقة اللغة الصينية وبساطتها. فكانت اللغة المحكيّة (وما تزال) مؤلفة

من كلمات وحيدة المقطع. ومع أنه يُعبّر عن الأفكار المعقدة بمجموعة من الكلمات، إلا أن كل كلمة تحتفظ بوحدتها. فهذه اللغة لا تجمع كلماتٍ حقا، كما يحدث (مثلا) في لغة الإسكيمو أو في اللغة الفنلندية أو الألمانية، وليس هناك صيغ للماضي والمضارع والمستقبل، كما أنه لا وجود للجنس وصيغة الفعل والحالة ومتغيرات أخرى. وليس ثمة أدوات للتعريف أو التنكير. وما نسميها صفات لا تحتاج إلى أن توافق ما نسميه أسماء. لا وجود لترتيب أساسي للكلمات: فالطريقة التي تتحدثُ بها يحدّدها ما تُريد قوله، فإنك تضيفُ قوة وأسلوبا في التعبير ليس بتغيير الكلمات، وإنما بطبقة الصوت والنبرة الصوتية.

أما العامل الحاسم الثالث في تطوير الرياضيات الصينية فقد تعلق بطبيعة الكتابة الصينية. إن الكتابة الصينية هي لغة صُوريّة، تماما كما هي الحال في الكتابة الهيروغليفية المصرية. فكل رمز يمثل شيئا أو فكرة، كما تُدمج الرموز لتمثيل فكرة معقدة. وهذه الحقيقة ـ التي تختلف كثيرا عن الأحرف التي تصدّر الأصوات في اللغة الأوروبية مثلا ـ مكّنت اللغة من أن تكون مفهومة في جميع أنحاء الصين من قِبل الناس الأميين، بغض النظر عن المتغيرات المحلية الموجودة في اللغة المحكية. وهكذا فإن جميع المتعلمين الصينيين كانوا يستعملون لغة مشتركة ـ إنها لغة الأفكار.

إن قوة الرياضيات الصينية واستقرارها يتبينان في واقع بقاء نظامها العددي قيد الاستعمال، ودون تغيير تقريبا طوال ألفي سنة، إلى أن جرى التحول عنه في القرن الحالي إلى النظام العددي العربي الذي يُستعمل الآن في جميع أرجاء المعمورة. وأشمل وصف للرياضيات الصينية القديمة لم يُكتب في الأزمنة القديمة، وإنما في القرن الثالث عشر من قبل العلاّمة شين شيو ـ شاو Chin Chiu - Shao (1202-1261). درس شاو الفلك والرياضيات، وعمل موظفا محليا في زيكوان ودوهسنك. وفي عام 1247 كتب «شو شو شين شيانك» Shu Shu Chin Chiang (رسالة رياضياتية في تسعة أقسام). وكان كل قسم من كتابه يحوي فصلين، كلٌّ منهما يطرح تسع مسائل ويبيّن طرق حلها. كانت المسائل عملية ـ وكانت الأقسام تعالج بالتوالي المواضيع التالية: المقايضة والشراء، وعلم الحساب العسكري، وأعمال البناء، والنقود والحبوب، وفرض الضرائب، ومسح الأراضي وقياسها، والحسابات الفلكية،

و«المعادلات غير المحددة» indeterminate equations - ولا يعطي الكتاب فكرة واضحة عن اتساع الرياضيات الصينية والمهارات التي تستعملها وحسب، وإنما أيضا ارتباطها الوثيق بالأمور العملية، وتصريف الشؤون اليومية لإدارات الدولة.

عاش شين في وقت اتسم بقدر كبير من عدم الاستقرار السياسي، فقد كان المغول بقيادة قبلاي خان ثم جنكيز خان يسرحون ويمرحون في أرجاء القارة الآسيوية، حيث كانوا يغزون البلاد ويقومون بسلبها ونهبها. وقد حاربهم شين نفسه طوال عشر سنوات على حدود الصين، وكان هذا سببا في تأخير نشر كتابه. وفي الوقت نفسه كان القرن الثالث عشر هو العصر الذهبي للرياضيات الصينية. ويقول شين إنه كان هناك أكثر من ثلاثين مدرسة للرياضيات في الصين، كما أننا تعرّفنا وجود ثلاثة علماء كبار في ذلك الوقت الذي اشتُهر بازدهار علم الجبر فيه. لقد كان مستوى النشاطات والإنجازات في الرياضيات في ذلك الوقت، يبزّ ما حدث في أي فترة أخرى وفي أي مكان من العالم حتى حلول العصور الحديثة.

الأرقام الصينية

وجد في الصين القديمة خمسة أنماط من الأرقام المكتوبة، استعمل كل منها لغرض مختلف. وأهم نوعين كانا الأرقام العصويّة (المشتقة من العصي الخشبية التي كانت تمثّل الأعداد على ألواح العدّ)، والأرقام الأساسية. أما الأنواع الثلاثة الأخرى فكانت أرقاما مشتقة على نحو متقن من النوعين السابقين - مثل «الأرقام الرسمية» المزخرفة التي كانت تُستعمل في الأوراق النقدية والعقود ووثائق العمل، وذلك خشية التزوير. (لقد كان هناك العديد من الأشكال المختلفة المتميزة التي نبيّن بعضا منها في الجدول الوارد في القادم.)

هذا وكانت الأعداد المحكيّة الأكبر من عشرة (شي) تُشَكَّلُ بدمج العشرة بالرقم الآخر. مثل «شِي - سان» (ثلاثة عشر) أو «سان - شي» (ثلاثين)؛ وكانت المائة تسمى «بَايْ»، والألف «شْيِنْ»، والعشرة آلاف «وَانْ»، والمائة ألف «بَايْ شْيِنْ»، والمليون «وانْ وانْ». وكان يعبّر عن فكرة عدد كبير من الأشياء باستعمال العدد ثمانية أو عشرة مُدمجا به اسم الشيء أو الفكرة.

الرقم التجاري	الرقم الأساسي	الرقم العصوي	الاسم الصيني	الرقم العربي
〇	○	□	لينك	0
〡	一	𝍠	أي	1
〢	二	𝍡	إره	2
〣	三	𝍢	سان	3
〤	四	𝍣	سزو	4
〥	五	𝍤	وو	5
〦	六	𝍥	ليو	6
〧	七	𝍦	شاي	7
〨	八	𝍧	با	8
〩	九	𝍨	شيو	9
十	十	—	شي	10

أمّا الأعداد الأكبر من ذلك فكان يشار إليها بنفس الطريقة وذلك باستعمال 100 أو 1000 ـ وكانت هذه الاتحادات من الأعداد تؤدي أحيانا إلى وصف شاعري مثير:

100 شئ = كل شيء
100 مرة فكِّر = رئيس وزارة
100 عامل = الطبقة العاملة
1000 اتجاه = تعدد الجوانب
100000 شهر = عصر قديم

كان التقويم يشغل مركزا متميزا في الرياضيات الصينية، وفي تسيير دقّة الإمبراطورية التي كانت تديرها. وكان التقويم يحدّد توقيت الطقوس الإمبراطورية، وكانت تُغَيَّر كلما اعتلى إمبراطور جديد العرش. وتبنِّى كل تقويم جديد غدا اختبارا لولاء جميع المناطق للإمبراطور. وقد طرح الاهتمام بالزراعة كأساسٍ للاقتصاد مشكلات ترتبط بمقادير المياه اللازمة للرّي وبمسح الأراضي وتقسيمها. هذا وثمة أمور ولّدت مسائل كان على علماء الرياضيات الصينيين أن يتصدوا لحلّها، وأهم الأمور هي: الحروب والهجوم

على المدن المحاطة بالأسوار، والعرافة المبنيّة على المربعات السحرية والأعداد، وفرض الضرائب على الأراضي والغلال، واستعمال الوسائل السرّية لحساب الضرائب على الدخول وكشف الاحتيال، وتعداد حجم السكان ومعالجة نتائج إحصاء السكان، واقتراض النقود بفوائد ووجود جدول زمني لسدادها، وغير ذلك.

لوح العدّ Counting Board

كانت الحسابات الصينية تُجرى ذهنيا، واستعملت أدوات مثل لوح العدّ لا لإجراء الحسابات وإنما لحفظها وتتبّعها. كان لوح العد مصنوعا من الخشب، ومعلَّما بمربعات كرقعةٍ كبيرة من الشطرنج. وكان الشخص الذي يقوم بعملية الجمع يضع عصيا للعدّ على اللوح، إلى أن يصل إلى الأعداد المطلوبة وفي المربعات المناسبة. وكان طول كلّ عصا قرابة أربع بوصات، وكانت المجموعة الكاملة المطلوبة من 271 عصا ذات لونين: الأحمر للأعداد الموجبة والأسود للأعداد السالبة. وكانت كل عصا تمثل العدد 1 أو 10 أو 100 ... إلخ. وذلك تبعا للمربعات التي وُضعت فيها، من اليمين إلى اليسار.

وبعد وضع العصيّ كان الخبير يبدأ حساباته، كانت العصي تُنقل بسرعة البرق، ويمكن القول إن سرعة يدي العالم كانت وكأنها طيور من السنونو تطير في الهواء. وباستعمال هذه الألواح «لخزن» المراحل المتوسطة من الحسابات، والاعتماد على الحسابات الذهنية السريعة التي نشأت نتيجة للتدرب والممارسة لسنوات طويلة، استطاع علماء الرياضيات الصينيون أن يجروا أعقد الحسابات بسهولة ويسر.

من الواضح أن استعمال العصيّ الموضوعة في المربعات كان أساس نظام المنازل (أي موقع كل رقم رقم في العدد)، وقد يفسر أيضا سمات أخرى للنظام العشري الذي ابتكره وصاغه علماء الرياضيات الصينيون. وحقيقة كون بعض المربعات خاليا (أي لا يوجد فيه عصي)، بسبب كون المكان قيد الاعتبار خاويا، تفسِّر كيف وُجد الصفر: فالمستطيل (الذي أصبح دائرة في وقت لاحق) يمثل مربعا فارغا. والعناصر الثلاثة للعد الصيني - منزلة أو مكان الرقم الذي يشير إلى قيمته؛ والأرقام العشرة التي تكفي لتمثيل أي عدد مهما كبُر، بدءا من الصفر إلى ألف مليون مطروحا منه

واحد؛ والمكان الفارغ الممثّل للصفر ـ هي أمور حيوية تفسر تفوق الصينيين في علوم الرياضيات القديمة. وكل هذا لم ينشأ انطلاقا من النظرية، وإنما من الوضع البسيط العملي للعصي في مربعات.

وعلى الورق، كانت الأعداد تُكتب على شكل أرقام عصوية (انظر الجدول السابق). وكانت كل عصا تمثل واحدة حتى خمس عصي. وبعد ذلك، فإن العصا التالية، في نفس المربع، كانت تُدار بزوايا قائمة لتمثل خمسة، عندئذ تمثل كل عصا «واحدية»، موازية للعصا الممثلة للعدد 5، إضافة واحدية إلى 5، ومن ثم نشير إلى الأعداد 6, 7, 8, 9 بإضافة عصا واحدة، أو عصاتين، أو ثلاث عصيّ، أو أربع عصيّ.

ويبين المخطط أدناه لوح العدّ الذي استعمل لإجراء عملية طرح بسيطة هي: 1470654 ـ 320430

لوح العد في بداية إجراء الحسابات

المقابل العربي							
عصي سود 1470654	|	≣	╥		┬	≣	||||
عصي حمر 320430		≡	||		||||	≡	

لوح العد في نهاية إجراء الحسابات

عصي سود = 1150224	|	—	|||||		||	=	||||

كانت «إشارة» الزائد أو الناقص تمثل بلون العصي: الأحمر للزائد والأسود للناقص. لم تكن هناك إشارات للعمليات في الرياضيات الصينية؛ وإشارات الزائد أو الناقص الموجودة في الجداول أضيفت من قِبلنا.

ولإيضاح العملية في المخطط، تركنا العصيّ في أمكنتها. وفي الحياة الواقعية، يجري المشتغلون بالرياضيات عملية الطرح بإزالة العصي من مربع تلو الآخر من الصف الثاني، وحذف نفس العدد من العصيّ من المربعات المقابلة في الصف الأول. أما عملية الجمع فتُجرى بوضع العدد المناسب من العصيّ في مكانها على اللوح. (لا وجود لصف «جواب» ثالث على اللوح في الواقع. فعندما تكون العصي قد وُضعت أو أُزيلت، فالجواب يبقى.)

لذا فلإجراء عملية الجمع، يبدأ المرء بإبقاء الرقم الذي يقوم مقام مليون. وفي الأعمدة التالية، تُحذف ثلاث من العصيّ من كلٍّ من المربعات تاركين واحدة في الجواب، وفي عمود عشرات الآلاف، يُحذف اثنتان من العصي السبع في نفس الوقت الذي تحذف فيه اثنتان من العصي في الأسفل. ولدى الكتابة على الورق نجد صفرا في العمود التالي (موقع الآلاف). وسيكون على اللوح مربع فارغ ذلك أنه لا وجود لشيء نقترضه منه أو نحمله إليه. وتُخفض العصي الست في موقع المئات إلى اثنتين، كما تُحذف أيضا العصي الأربع الموجودة في الأسفل. وفي موقع العشرات تؤخذ ثلاث من الأعلى وثلاث من الأسفل، بحيث تترك اثنتان في مكانهما على مربع اللوح. ويبقى موقع الوحدات على حاله، فلا وجود هناك لشيء نأخذه منه. وتُكمَّل عملية الطرح الآن كما يلي حرفيا: تؤخذ العصي الزائدة من كل سطر، وتبقى مجموعة واحدة فقط من الأعداد في السطر العلوي. إنها الجواب: 224 , 150 , 1 .

وكنتيجة للمران والتدريب استطاع علماء الرياضيات الصينيون ابتكار مهارات عالية، وذاكرة بصرية قوية في استعمال العصي واللوح. وعلى سبيل المثال، فلإجراء عملية الطرح التي سقناها قبل قليل، من المحتمل أنهم كانوا يلقون نظرة على الجدول ويضعون الجواب. وبالنسبة إلى مراقب ينظر إلى ذلك بدقة من الناحية الرياضياتية، فإن هذه العملية تبدو له وكأنها لعبة أطفال - وفي الواقع فهناك لعبة حديثة مبنية على الطريقة الصينية حيث يتعلم الأطفال الحساب على أنه لعبة بالعصيّ. أما بالنسبة إلى مراقب ساذج غير متعلم، فلا بد من أن يبدو له هذا ضربا من السحر والشعوذة.

معادلتان ومجهولان

وباستعمال هذا النمط نفسه من النهج العملي، اكتشف الصينيون كيفية حل المعادلات الآنية، وهي التي يُوجد فيها مقداران مجهولان. وعلى سبيل المثال، لإيجاد عدد الذكور من الضيوف وعدد الإناث الذين يقومون بواجب الضيافة في إحدى حفلات الشاي بمدينة سوتشو، فمن الضروري معرفة حقيقتين عن هذين العددين كل منهما توفر علاقة عددية بين العددين

المجهولين. وفي هذه الحالة، لنفترض أن الضيوف والمضيفين استعملوا 52 طبقا على طعام العشاء، وأنهم أدّوا بعد ذلك لعبة جماعية حين اجتمع الرجال والنساء أزواجا.

فإذا أردنا استعمال الرموز كما نفعل في هذه الأيام لتمثيل الناس، فإننا نكتب، ن للدلالة على عدد الرجال م للدلالة على عدد النساء. والمهمة الثانية هي إقامة علاقتين بين م ون. إن أطباق تقديم الأرز والحساء واللحم تعطينا عددا واحدا: فنحن نعلم أن 52 طبقا منفردا لزم لتقديم الوجبة. إن الأرز شغل معظم الأطباق لأن كل شخصين فقط وضعا لنفسيهما طبقا من الأرز. والحساء شغل أكبر عدد تال حيث استعمل كل ثلاثة أشخاص طبقا منه. أما اللحم قد شغل أقل عدد من الأطباق، إذ إن كل أربعة أشخاص استعملوا طبقا واحدا للحم.

فإذا رمزنا لأعداد أطباق الأرز والحساء واللحم بالأحرف «ر» و«ح» و«ل» بالترتيب، فإن «ر» أكبر من «ح» الذي هو أكبر من «ل». وعندئذ تمثل ثلاثة كسور العلاقة بين عدد كل نوع من الأطباق:

ر	ح	ل	العدد الكلي
طبق لكل شحصين	طبق لكل 3 أشخاص	طبق لكل 4 أشخاص	
½ (م + ن)	+ ⅓ (م + ن)	+ ¼ (م + ن)	= 52

إن أطباق الأرز مساوية عدديا لنصف المجموعة، وأطباق الحساء مساوية لثلث المجموعة، أما أطباق اللحم فمساوية لربع المجموعة. إن عدد الأطباق كلها يساوي $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{3}$ + $\frac{1}{24}$ من المجموعة، أي $\frac{12}{13}$ منها. وهكذا فإن عدد الأطباق هو أكبر من عدد الأشخاص بنسبة جزء من اثني عشر. ومن ثم فإن العدد الكلي للأطباق هو 52 في حين أن هناك 48 شخصا في الوليمة. وبالمصطلحات الحديثة فإننا نفعل ما يلي:

$\frac{12}{13}$ من عدد الأشخاص = 52

إذن $\frac{1}{13}$ من عدد الأشخاص = $\frac{52}{13}$= 4

إذن عدد الأشخاص = 4 x 12 = 48.

إن أولى معادلتينا الآنيتين هي إذن:

م + ن = 48 (i)

وحتى الآن، فإن الحل غير محدد بسبب وجود معادلة واحدة ذات مجهولين اثنين (م، ن). بيد أن الطباخ ذكر أنه يوجد في لعبة المجموعة عدد من الرجال بقدر عدد النساء. وباستعمال المصطلحات الحديثة نكتب:

م = ن (ii)

ولما كان لدينا معادلتان تربطان بين عدد الضيوف وعدد المضيفين م = ن، م + ن = 48، فإننا نحل المسألة بتعويض القيم من معادلة في الأخرى:

م + ن = 48
إذن: 2 م = 48
إذن: م = 24
إذن: 24 + ن = 48
إذن: ن = 48 ـ 24
إذن: ن = 24
لذا كان هناك 24 امرأة (مضيفة) و24 رجلا.

وبالاستعاضة عن الرموز الحديثة بوصف كلامي (كما كان من الممكن للصينيين أن يفعلوا)، فإننا نصل إلى النتيجة نفسها باتباع المنطق نفسه على النحو التالي:

- شخصان يستعملان طبقا واحدا من الأرز.
- ثلاثة أشخاص يستعملون طبقا واحدا من الحساء.
- أربعة أشخاص يستعملون طبقا واحدا من اللحم.
- نصف المجموعة + ثلث المجموعة + ربع المجموعة يستعملون ما مجموعه 52 طبقا.
- لكننا إذا أضفنا النصف إلى الربع ثم أضفنا ثلثا آخر فإننا نجد أكثر من واحد (مجموعة واحدة) ـ وفي الحقيقة فإن الناتج يزيد عن الواحد بمقدار جزء من اثني عشر، إذ إنه يساوي ثلاثة عشر مثلا من جزء من اثني عشر. يمكن تقسيم 52 إلى ثلاث عشرة كومة، كل منهما 4. لذا فإن 12 كومة تساوي 48.
- إذن يجب أن يكون هناك 48 شخصا.
- ويخبرنا الطباخ الآن أنه كان هناك عدد من الرجال يساوي عدد

النساء، ومن ثم فإننا نستنتج أن نصف المجموعة رجال ونصفها الآخر نساء. لذا لدينا 24 رجلا و24 امرأة في المجموعة.

إن هذه هي الصيغة الشفهية المعروفة باسم «الجبر البلاغي» rhetorical algebra.

المعادلات غير المحددة

لا بد من أن تَرِدَ فكرة المعادلة غير المحددة إلى موظف يؤدي عمله روتينيا. وكان هذا النوع من المعادلات يُعرف بالصينية باسم «تاي ين» Tai Yen. وجاذبيتها تكمن في أنها تقدم نموذجا للخصائص التقليدية للفكر الصيني. ومع أنه يمكننا حل المسألة بالمنطق المجرد، إلا أنه يتعين علينا إذ ذاك أن نختار من بين جميع الحلول الممكنة ذاك الحل، أو تلك الحلول، التي تلائم الواقع العملي.

وتورد رسالة «شين» Chin مثل هذا الواقع على النحو التالي: تُسَعَّرُ الطيور في أحد الأسواق كما يلي؛ أربعة دراهم للديك، وخمسة للدجاجة ودرهم واحد للفروج. ويريد الطباخ شراء بعض هذه الطيور علما بأنه خصص 100 درهم لهذا الغرض وأنه يريد شراء بعض الطيور من كل من هذه الأنواع الثلاثة. تُرى، كم طيرا من كل منها تنصحه بشرائها؟

تستند خوارزمية شين إلى الخوارزمية (الواضحة من المعلومات السابقة) القاضية بأن سعر ديك وفروج يساوي سعر دجاجة واحدة. ويمكننا أيضا ملاحظة أنه إذا اشترى الطباخ نوعا واحدا فقط من الطيور، فإن دراهمه تُدفع لشراء 25 ديكا أو 20 دجاجة أو 100 فروج. وتقتضي الخوارزمية أنه في كل مرة نحذف دجاجة واحدة، فإنه يمكننا زيادة عدد الطيور الأخرى: زيادة ديك واحد وفروج واحد.

وهذا يجعل التكلفة الكلية ثابتة عند 100 درهم. بيد أن العدد الكلي للطيور يتغير تبعا لما نختاره منها. ونجد بعض الخيارات في الجدول الوارد في موضع تالٍ.

لكن أيا من هذه الخيارات لا تُرضي الطباخ، إذ إن لديه 60 ضيفا ويجب عليه أن يبتاع 60 طيرا على الأقل، وهذه الضروة تحدد اختياره بطرق أخرى. وأحد الحلول ـ وليس هو الحل الوحيد، لكنه الأفضل إذا كان عازما

على ألا ينفق أكثر من 100 درهم ـ هو شراء 65 طيرا معا وهي: 5 ديوك و5 دجاجات و55 فروجا. (5 x 4) + (5 x 5) + (55 x 1) = 20 + 25 + 55 = 100. وأصبحت هذه المسألة تقليدية بين علماء الرياضيات الصينيين.

الديوك + 1	الدجاجات −1	الفراريج + 1	مجموع عدد الطيور (n)	مجموع التكلفة
10	10	10	30	100 درهم
11	9	11	31	100 درهم
12	8	12	32	100 درهم
13	7	13	33	100 درهم
14	6	14	34	100 درهم
15	5	15	35	100 درهم
16	4	16	36	100 درهم
17	3	17	37	100 درهم
18	2	18	38	100 درهم
19	1	19	39	100 درهم

(1) الخوارزمية هي : "أضف ديكا وفروجا مقابل كل دجاجة تحذفها".

علم الحساب القياسي Modular Arithmetic

إن المعادلة غير المحددة مفيدة في حل مسائل أخرى تَرِدُ في سياق الحياة اليومية للناس. والمسألة الأصلية، فيمانسميه اليوم علم الحساب القياسي، صيغت من قبل صن تزو Sun Tzu في القرن الرابع الميلادي على النحو التالي:

لدينا مجموعة من الأشياء، ولكننا لا نعرف عددها. فإذا عددناها ثلاثة ثلاثة فيبقى اثنان منها، وإذا عددناها خمسة خمسة فيبقى ثلاثة منها، وأما إذا عددناها سبعة سبعة فيبقى اثنان. ما عدد هذه الأشياء؟

ويوضح مثال نموذجي كيف يمكن أن تَرِدَ مثل هذه المسألة في الحياة اليومية، بل وأيضا كيف يمكن حلها. لنفترض أن قاضيا كُلِّفَ من قِبَلِ دائرة الضرائب لينظر في أمر ثلاثة مزارعين «أ» و«ب» و «ج»، وهم أخوة يعملون معا ويزرعون الأرز، وعند نضوج الزرع، فإنهم يقسمون المحصول إلى ثلاث حصص متساوية، ثم يقومون بأخذ حصصهم إلى أسواق مختلفة، إذ إنهم

يظنون أنهم بهذه الطريقة يحصلون على أسعار أفضل. لكن المشكلة تكمن في أن الأسواق موجودة في مقاطعات مختلفة، وتستعمل وحدات مختلفة لكيل الغلال.

وحين يبيع المزارعون محصولهم، يبقى شيء من الأرز لدى كل منهم. بعد ذلك يعيدون هذه البواقي إلى قريتهم ويبيعونها فيها. أما «أ» فيعود بكاتيَّين اثنين (الكاتي catty وحدة وزن في الصين تساوي تقريبا رطلا وخمس أونصات)، في حين يعود «ب» بثلاثة و«ج» باثنين.

يقابل القاضي الأخوة الذين يدّعون أنهم باعوا في الحقيقة 804 كاتيّات، ولكنه يرفض تصديقهم. فهو يعرف أن ثلاث وحدات في حالة «أ» تساوي خمس وحدات في حالة «ب» وسبعا في حالة «ج».

وهو يعرف من جيرانهم أن «أ» أعاد معه كاتيّين وأن «ب» أعاد خمسة وأن «ج» أعاد سبعة. وهو يعرف من الأسواق في المقاطعات المختلفة أنه كان لديهم في البداية حصص متساوية. والمسألة هي: كيف يمكن إثبات أنهم كانوا يكذبون؟

يكمن مفتاح الحل في الحجوم النسبية للمكاييل. نحن نعلم (من المعلومات التي ذكرناها قبل قليل) أن: 3 أ = 5 ب = 7 ج. لذا فإننا نقسم حصة «أ» على 3 (الباقي يساوي 2)، وحصة «ب» على 5 (الباقي يساوي 3) وحصة «ج» على 7 (الباقي يساوي 2). وعندئذ يمكن طرح المسألة عدديا كما يلي: ما العدد الوحيد القريب من 768 (الحصة المزعومة، وهي ثلث المحصول الذي أُعلن عنه) الذي لو قسم على 3 لبقي 2، ولو قسم على 5 لبقي 3، ولو قسم على 7 لبقي 2؟

تنص نظرية الباقي الصينية على أنه من المستحيل إيجاد عدد يحقق أي مجموعة معطاة من القواسم والبواقي. (وعلى سبيل المثال، يستحيل إيجاد عدد لو قسمناه على 5 لبقي 2 ولو قسمناه على 7 لبقي 3، ولو قسمناه على 4 لبقي 27.) بيد أنه يمكن فرض شروط عدة بحيث يمكن إيجاد عدد يحققها. وهذه هي تماما مهمة القاضي في هذه الحالة.

ثمة خوارزمية بسيطة لإيجاد مثل هذه الأعداد. البدء هو بالبواقي المعطاة، ثم يضاف القاسم ذو العلاقة إلى أن تحصل على مقادير متساوية. وفي حالة المزارعين الثلاثة، فإن هذا ينفَّذ على النحو التالي:

	(أ)	(ب)	(ج)
القاسم	3	5	7
الباقي	2	3	2
التخمين الأول (البواقي):	2	3	2
أضف القواسم			
التخمين الثاني	5	8	9
أضف القواسم			
التخمين الثالث	8	13	16
أضف القواسم			
التخمين الرابع	11	18	23
أضف القواسم			
التخمين الخامس	14	23	
تم التوصل إلى نفس العددين من أجل «ب» و «ج». تابع مع «أ» وحده:			
التخمين السادس	17		
التخمين السابع	20		
التخمين الثامن	23		

وهكذا فإن 23 كاتيًا هو أصغر قدر من الأرز يمكن زراعته من قبل كلٍّ من المزارعين، وذلك كي يوجد انسجام مع البواقي الثلاثة التي بيعت في القرية. لكن 23 x 3، أي 69 أصغر كثيرا من 804 (الكمية المزعومة). ومن غير المحتمل أن يكون المزارعون بلّغوا عن كمية أكبر يجب دفع ضريبة عليها. بيد أنك إذا أضفت 105 (أي 7 x 5 x 3، حاصل ضرب القواسم الثلاثة) إلى 23 (حصة كل مزارع)، فإن النتيجة (128) ما زالت تحقق شروط الباقي. ويصح هذا نفسه أيا كان عدد المرات التي نضيف فيها 105.

"أ"	"ب"	"ج"	المحصول الكلي
23	23	23	69
128	128	128	384
233	233	233	699
338	338	338	1014

وهكذا فإن استعمال مفهوم عدم التحديد هذا يسمح للقاضي بأن يثبت أن المزارعين لم يزرعوا في الحقيقة الكمية التي زعموها، وإنما 1014 كاتيا. ومن ثم فإن ما أعلنوه عن دخلهم كان أقل من الواقع، وهذا أقحمهم في ورطة.

هذا وتستعمل الحسابات التي أجريناها طريقة«الآلة غير الحادة» blunt instrument والرموز الحديثة. بيد أنه يمكن حل المسألة بطريقة أبسط باستخدام لوح للعدّ، حيث توضع العصي بالترتيب في البداية، ثم تُضاف أو تُحذف مع كل حساب يُجرى إلى أن يبقى سطر واحد فقط من العصي، ألا وهو الجواب. هذا وإن الخطوات، مع «الاستكمالات» interpolations التي تبين كيف كان من الممكن لعقل علماء الصينيين أن يعمل، يمكن سردها كما يلي:

الخطوة 1

الوحدات العلوية هي:	1	1	1
القواسم الأصلية هي:	3	5	7
أعداد العملية هي:	35	21	15

إن أعداد العملية هي حواصل ضرب القواسم مأخوذة اثنين اثنين. والبواقي الناتجة عن تقسيم 35 على 3 وتقسيم 21 على 5 وتقسيم 15 على 7 هي كما يلي:

البواقي 2، 1، 1

وتستعمل الواحدات العلوية للدلالة على الطريق إلى أعداد العملية، وهي أساسية لكونها مضاريب أعداد العملية. وتخميننا الأول هو 2، 1، 1. الواحدان هنا جيدان (وفي الحقيقة، فإنهما الوحدتان العلويتان اللتان نبحث عنهما). وبقي علينا الآن إيجاد الوحدة الثالثة.

الخطوة 2

كان الإجراء هنا يعرف باسم «تاي يين شيو آي شو» Tai Chiu I Shu «أسلوب التمديد الكبير» great extension method. والعمل مبين في الأسفل: نقسم 3 (القاسم الأصلي) على 2، فيكون خارج القسمة 1 والباقي 1. وبضرب

خارج القسمة هذا بالوحدة العلوية 2 نجد العدد المختزل 1 (= 1 x 1). لدينا الآن 1 (الوحدة العلوية)، و2 (الباقي الأصلي)، و؟ (العدد المجهول)، و3 (القاعدة). ومن ثم فإن:

1 (العدد العلوي)	2(العدد الأصلي)
1 (العدد المختزل)	3(القاعدة)

الخطوة 3

نقسم الآن العدد المختزل، وهو 1، على باقي القاعدة، وهو 1، فنجد 1. لنضرب هذا العدد بالعدد المختزل ولنضف العدد العلوي للوصول إلى (1 + 1 x 1) 2. إن 2 هذا هو العدد الذي كنا نبحث عنه ليقوم مقام المضروب.

لدينا الآن 2 (كمضروب)، والعدد 1 (كباق)، والعدد 1 (كعدد مختزل)، والعدد 1 (كباق أو قاعدة).

الخطوة 4

أعداد العملية (من الأعلى)	35	21	15
حواصل الضرب (وحدات علوية)	2	1	1
أعداد الاستعمال المختزلة (2 x 35 إلخ)	70	21	15
البواقي الأصلية	2	3	2
الأعداد المختزلة x البواقي	140	63	30

الخطوة 5

مجموع البواقي	233 = 30 + 63 + 140
مقياس العملية	105 = 7 x 5 x 3
اطرح	128 = 105 - 233
اطرح ثانية	23 = 105 - 128

الجواب: العدد 23 هذا هو أصغر عدد يعطي البواقي التي نحتاجها. وهو العدد الذي وجدناه بالطريقة الأخرى. ولحل مسألة جابي الضرائب فإننا نعمل العكس: أي أننا نكرر إضافة 105 إلى 23 فنجد في نهاية المطاف الجواب 1014 كما في السابق.

ومبرهنة الباقي (المعروفة في الصين منذ قرابة 1900 سنة) ترتبط

بالحالة التي يجب علينا فيها اكتشاف عدد مجهول. وبغية التبسيط سنسمي هذا العدد المجهول P. نعلم كذلك أن هناك ثلاثة قواسم أخرى (x، y، z مثلا، أو 3، 5، 7 في حالة المزارعين الثلاثة). ويجب أن تكون القواسم «أولية» فيما بينها، أي ألا يقسم أيٌّ منها أيا من العددين الآخرين، كما يجب ألا يوجد لها عامل مشترك. ولدى تقسيم x وy وz على P فإننا نجد البواقي p وq وr (وفي حالة المزارعين، تكون هذه الأعداد هي 2 و3 و2).

وتنص مبرهنة الباقي على أن هناك عددا P، يمكن إيجاده بدقة بدمج البواقي والقواسم كما في الحسابات المبينة سابقا. ومن الممكن أيضا حل المسألة حلا أكثر أناقة، باستعمال الرموز الحديثة لعلم الحساب القياسي. وهذا يربط عددا بقاعدة أو (مقياس) modulus.

ففي حالة المزارعين، فإننا نعلم باستعمال الرموز القياسية أن:

P (قياس 3) = 2، P (قياس 5) = 3، P (قياس 7) = 2

ويمكننا تلخيص الحل الصيني كله بمعادلة واحدة من مبرهنة الباقي الصينية. (النقاط هنا هي إشارات عملية الضرب، والأرقام الموجودة ضمن الأقواس هي حواصل الضرب).

الباقي من 3 = 2؛ ومن 5 = 3؛ ومن 7 = 2

عندئذ:

$$P = (2.(2).5.7 + 3.(1).3.7 + 2.(1).3.5)$$
$$= (140) + (63) + (30) = 233$$

إن هذا يعطي حلا ممكنا واحدة للمسألة. فإذا طرحنا 105 مرتين، فإن الباقي هو 23 كما في السابق. وبعبارة أخرى، فإن 233 (قياس 105) يساوي 23. ولإيجاد حلول أخرى نواصل عملية إضافة 105، وهذا يخلف دوما البواقي الثلاثة كما في السابق، وإذ ذاك نجد أن المجموع سيبلغ في النهاية العدد الذي يكبر 804 الذي نبحث عنه.

وقد يبدو كل هذا لغير العاملين في حقوق الرياضيات نوعا من التمويه، نوعا من لُعبِ الخفة بالأعداد قد يفتن البعض من غير المتخصصين وربما يثير سخط البعض الآخر منهم. وفي الواقع، فإن هذا أمر بسيط للغاية - وهناك شكل منه استُعمل في لعبةٍ للتمويه من خلال عملية «قراءة الفكر الصينية» (التي قام بها شنك لينك فو) في صالة الموسيقى التراثية. وفي

هذه اللعبة يطلب الساحر من أحد الحضور أن يفكر بأي عدد أقل من 316 دون أن يذكره، وإنما أن يتذكره فقط. بعد ذلك يطلب الساحر من هذا الشخص أن يقسم العدد على 5 و7 و9 بالترتيب ويعطيه بواقي القسمة. وعندما يعرف الساحر البواقي، فإن الساحر يعرف العدد الذي فكر به الشخص. إن هذا أمر يمكن أن يقوم به لاعب استعراضي دون أن يرهق نفسه بالحسابات. لكن الحسابات ما زالت هي السر. فإذا كانت البواقي هي 4 و6 و9 مثلا، فيمكن للساحر أن يعرف بأن العدد هو 314. وبإمكانه أن يستعمل الطريقة نفسها التي استعملها القاضي، ولكن بحفظ بعض الجداول بدلا من إجراء الحسابات.

التنجيم الصيني: المعادلات من درجة أعلى

كان التقويم أداة أساسية من الأدوات السياسية للإمبراطورية الصينية. وقد كانت الإدارة الناجحة لشؤون الإمبراطورية تعتمد على التقويم، كما كان التقويم يعتمد على الأرصاد الدقيقة لحركات الكواكب، وعلى تنبؤات دقيقة لحوادث معروفة مثل الخسوف والكسوف. وكان تحديد الوقت، مثلا، أمرا ضروريا للطقوس اليومية التي يقوم بها الإمبراطور، والتي كان رعاياه يظنون بأنها تضمن النظام في الطبيعة، والعدل في الدولة، والخير في جميع أرجاء الإمبراطورية. وكان التفويض السماوي Mandate of Heaven (أي الرعاية المستمرة من قبل الملكوت الأعلى للبيت الإمبراطوري) يظل قائما في تلك الحالة فقط حينما تكون الاحتفالات جميعها تقام في الأوقات المناسبة والترتيب السليم.

كانت الرياضيات تمثل كذلك دعما أساسيا لشؤون السلالة الحاكمة. فكانت تؤكد أفضل السبل لوراثة العرش. ومن بين الأمور المبرمجة في التنجيم النظام الخاص بالحريم الإمبراطوري. ففضلا على الإمبراطورة وثلاث من الزوجات الرئيسيات، كان ثمة تسع زوجات و27 محظيّة. كذلك كان هناك 81 أمَة يعملن مساعدات للمحظيات ونفرا كبيرا من أمينات السر لتسجيل وقت هزّة جماع الإمبراطور.

وكانت هدايا الإمبراطور تُمنح وفق نظام معين. فكانت تُخصَّص ليلةٌ كل 15 يوما للإمبراطور كي يعاشر الإمبراطورة، كما كانت تحجز الليلة التالية

للزوجات الثلاث الرئيسيات ليعاشرهن الإمبراطور مُجتمعات. كذلك كانت الزوجات التسع، كمجموعة، محجوزات لليلة التي بعدها، ثم كانت المحظيات السبع والعشرون موزعات على ثلاث ليال، تسع كل ليلة. وأخيرا كانت مساعدات المحظيات اللواتي عددهن 81 يستخدمن في مجموعات كلٌّ منها مؤلفة من تسع منهن. وفي الليلة السادسة عشرة كانت هذه العملية تعاد ثانية بدءا بالإمبراطورة وتستمر حتى نهاية الشهر المؤلف من 30 يوما.

من الصعب أن نصدق بأن الإمبراطور كان ينجز كل هذه الطقوس بدقة منخرطا في معاشرة جميع السيدات بالتعاقب الذي ذكرناه. ويمكننا فقط أن نتوقع ما يمكن أن يحدث، مثلا، في الليالي التسع المتتالية التي قضاها مع مساعدات المحظيات التسع. لكن هدف هذه الخطة واضح، ألا وهو إنجاز أفضل تعاقب ممكن. وكانت الطقوس تضمن للإمبراطور أن يقضي مع سيدات أرقى طبقة تلك الليالي التي يكون فيها القمر أقرب ما يكون من البدر، وبعدها الزوجات الرئيسيات، ثم الزوجات العاديات والمحظيات، وأخيرا مساعداتهن. كانت (يين) Yin الإمبراطورة، أي القوة الأنثوية لها، في ذروة شدتها واستعدادها لمقابلة (يانك) Yang الإمبراطور، أي فحولته، حين كان القمر بدرا. وكان هدف النساء الأخيرات هو إثارة الإمبراطور بأنوثتهن، كي تكون فحولته في ذروتها في الهلال.

كذلك فإن مجموعة أمينات السر كانت تؤدي دورا حيويا. ففي الصين كان المنجمون يحددون برج الإنسان بلحظة حمله في بطن أمه وليس بوقت ولادته. وكانت أمينات السر يراقبن فراش رفيقات الإمبراطور ليعرفن من عاشر منهن ويحددن اللحظة الدقيقة التي جرت فيها هزة الجماع للإمبراطور معهن. وكان من الممكن تبيان توزع الكواكب في تلك اللحظة الدقيقة بآلة ابتكرها «سو شو» Su Shu كان تسمى «الساعة السماوية» celestial clockwork. وحين تتوافر المعلومات لمنجم الإمبراطور فإنه يحدد برج الطفل المولود وذلك للاستعانة به في اختيار ولي العهد. ويكون هذا الأمير عادة ابن الزوجة الرئيسية للإمبراطور، لكن إذا ما غيّر الإمبراطور رأيه في وريثه، فإن السجلات التي تحتفظ بها أمينات السر تؤدي دورا أساسيا في اختيار الوريث الآخر.

إن إجراء الأرصاد الكوكبية، والاحتفاظ بسجلات وتحليل هذه السجلات،

وتحديد الأبراج، كل هذه أمور كانت تتطلب قدرات كبيرة في علم الرياضيات، بما فيها ضرورة حل معادلات من درجات عالية. وعلى سبيل المثال، أورد شين المسألة التالية (التي «نترجمها» بإضافة الإشارات والمجاهيل كما تَرِدُ في الرموز الغربية):

||||		T	||||	||	|||||	T	عصي سود (-) 4064256
			╥	T	|||	||	عصي حمر (+) $7632\ x^2$
						|	عصي سود (-) (x^4)

هذه المسألة هي معادلة من الدرجة الرابعة:

$$-x^4 + 7632\ x^2 - 4064256 = 0$$

ومع أن طريقة حل مثل هذه المعادلات لم تُعرف في أوروبا إلا في القرن السادس عشر، فإن الصينيين كانوا يحلون مسائل مشابهة، تصل إلى الدرجة العاشرة للمجهول x (x^{10})، قبل ذلك بقرون. وكان حلهم يرتبط مباشرة بطريقة استخراج الجذور. وكان الحد المطلق هو مفتاح الحل. (وفي تلك الأوقات لم يعرف العلماء الصينيون أنه يوجد للمعادلات التي هي أعلى من الدرجة الأولى عدة جذور لا جذر واحد. لذا كانوا يعكفون على البحث عن جذر واحد كما في المثال الذي سنورده الآن).

ربما بدا أن الجذر الرابع للعدد 256 ,064 ,4 هو محاولة مفيدة أولى لحل المعادلة. ومن الضروري إجراء تعديل بسبب وجود حدود متوسطة (في حالتنا يوجد حد متوسط هو x^2 7632)، ومن هنا تنشأ الإجراءات المعقدة لاختصار المعادلة، بتكرار حذف أرقام لتصبح وكأننا نحسب الجذر الرابع للعدد 256 ,064 ,4. (أعيد اكتشاف الطريقة على نحو مستقل من قِبَلِ روفينو Ruffino العام 1804 وهورنر Honner العام 1819).

استُهلت العملية بإنعام النظر في الحد المطلق، وأدى هذا إلى تخمين حاذق للرقم الأول من الجذر. فالعدد 4064 (المؤلف من الأرقام الأربعة الأولى التي يبتدئ بها الحد الثابت 256 ,064 ,4) يوحي بسبعة أو ثمانية للرقم الأول من الجواب (7 مرفوعة للقوة 4 = 2401 و 8 مرفوعة للقوة 4 =

4096). ويبدو العدد 7 صغيرا جدا، لذا نجرب 8. وباستعمال اللوح، نفترض x تساوي (80 + y) ونجد معادلة جديدة.

المعادلة الأصلية:

$$- x^2 + 7632x^2 - 4064256 = 0$$

المعادلة الجديدة:

$$- y^2 - 302y^3 - 307y^2 - 826880y = 3820554 = 0$$

ونجري الآن حسابات مماثلة للحد الثاني من الجواب، ونكتشف عندئذ أن (y = 4) تحقق المعادلة السابقة، إذ إن وضع (y = 4) في الطرف الأيسر من هذه المعادلة يجعله مساويا للصفر. لذا فإن الحل الذي يحقق المعادلة الأصلية هو:

$$x = 80 + y = 80 + 4 = 84$$

هذا هو الأسلوب الذي اقترحه شين. وقد نجم عن التقدم في علم الجبر (الصيني والأوروبي) منذ ذلك الحين طريقة بديلة تجد أيضا الحلول الأخرى. ويمكننا الآن التعامل مع المعادلة الأصلية كما لو كانت معادلة في x2 ونحلها باستعمال العوامل. وللمعادلة أربعة عوامل، إذ يمكن كتابتها بالشكل:

$$- (x + 84)\ (x - 84)\ (x + 24)\ (x - 24) = 0$$

لذا فلها أربعة حلول، لا حل واحد، هو ذاك الذي اقترحه شين، وهذه الحلول هي:

$$x = 84,\ x = -84,\ x = 24,\ x = -24$$

المربعات السحرية ودراسة معاني الأعداد

المربع السحري هو تنظيم الأعداد، بحيث يكون مجموعها في عدد كبير من الاتجاهات هو نفسه. وكما تروي الأسطورة الصينية، ففيما كان الإمبراطور فوهسي Fu - hsi (القرن 29 قبل الميلاد) يستحم ذات يوم، عثر على آثار أقدام في الرمال لمخلوق غامض حدد فيما بعد بأنه «فرسُ تنّين سماوي».

وفي مناسبة مماثلة، قابل الإمبراطور يو Yu (القرن 21 قبل الميلاد) «سلحفاة مقدسة» ذات علامات غامضة على ظهرها. وفي كلتا الحالتين

فهمت الآثار والعلامات عندئذ على أنها رسائل سماوية موجهة إلى الحكام، وتدور حول مبادئ ترتيب شؤون الدولة. وفي أزمنة تالية (القرن الخامس قبل الميلاد) فسرت هذه العلامات على أنها مربعات سحرية ذات معان روحية ورياضياتية وسحرية كبيرة.

وطوال قرون بعد هذا الحدث، امتدت حتى قرننا الحالي، ظلت هذه المربعات عناصر مميزة لموضوع «دراسة معاني الأعداد» numerology الصينية التي استعملت في الطقوس الإمبراطورية، من قبل السحرة كأساس للتبؤات وكشف الطالع.

وحتى الإمبراطور شين الحصيف والعملي لم يكن لديه الاستعداد لاستبعاد أهميتها:

هناك مرشدون يمكنهم فرض الانسجام بين أصوات قرع الأجراس والأحجار الموسيقية. لكنه لا يمكننا القول بأنهم يولدون تناسقا بين السماوات والأرض، الذي يقال بأن بإمكان (الموسيقى العظيمة) Creat Music **أن تفعله. وبعض المرشدين يولّدون الانسجام بين «ين»** Yin **و«يانك»** Yang، **وبين ازدهار الفصول وانقضائها، وبين العلامات الخمس على السلم الموسيقي، وبين مزامير النغم التي تعزف في الكهانة... لكن هذه الرياضيات المقصورة على فئة قليلة من الناس لا يمكن فصلها عن الفنون البسيطة للحسابات المألوفة. (من مقدمة ألفها شوشو شين شيانك)**

قد يعيب الرياضيات الصينية أنها أولت لدراسة معاني الأعداد مثل هذه الأهمية ولمدة طويلة. وعلى سبيل المثال، ففي القرن السابع يبدو أن الإمبراطورة «وو» Wu، التي كانت تصمم «مينج تان» Ming Tan (صالة الضوء) في بكين، لتكون مركزا للطقوس الإمبراطورية، قد أسست حساباتها على المربعات السحرية وسلكت قواعد خرافية عوضا عن القواعد المعمارية. ودفاعا عن الصينيين، فمن الضروري القول بأن ثمة اعتقادات مماثلة تشترك فيها الحضارات جميعها.

إن الترميز العددي هو جزء أساسي من الخرافة، حتى (أو بخاصة) في المجتمعات الحديثة «المتقدمة». وقد استعملت المربعات السحرية ومجموعات أخرى «خاصة» من الأعداد في العرافة والتنجيم، وفي شعارات معينة مثل الصليب المعقوف والصليب المسيحي.

ظهر السلحفاة المقدسة	آثار أقدام فرس التنين السماوي
4 9 2 3 5 7 8 1 6	1 3 7 9 5 2 4 6 8
مجموع الأعداد 15 رأسيا وأفقيا وقطريا 4 + 3 + 8 ,9 + 5 + 1 ,2 + 7 + 6 4 + 9 + 2 ,3 + 5 + 7 ,8 + 1 + 6 4 + 5 + 6 ,8 + 5 + 2	مجموع ين (الأعداد الزوجية) ويانك (الأعداد الفردية) يساوي 20: 2 + 4 + 8 ,6 + 8 ,1 + 3 + 7 + 9 العدد 5 مركزي ويستثنى من العد

القيمة الصينية للعدد باي Pi (النسبة التقريبية)

إن «باي» Pi (النسبة بين محيط الدائرة وقطرها) هو ثابت أساسي في العديد من الحسابات العملية، وحساب قيمته الدقيقة يعد واحدة من المسائل الشهيرة في الرياضيات. إن باي عدد أصم: أي أنه عدد لا يمكن حسابه بالدقة الكاملة. وتكمن المسألة في اكتشاف أكبر القيم دقة لهذا العدد، وهي القيمة التي تحوي أكبر عدد من المنازل العشرية. وعلى مر القرون، كرس العديد من علماء الرياضيات حياتهم كلها لهذا العمل، فحسبوا قيمة باي مقربة إلى 20 منزلة، ثم 30، ثم 100. وفي عصر الحواسيب حُسب هذا العدد مقربا إلى مليون منزلة عشرية. ومن المحتمل أن يوازي الاهتمام الكبير وغير المسبوق، الذي أُولي لهذه المسألة التي لا هدف لها، الاهتمام الذي أولاه الناس للتأهب للحروب التي شنها بعضهم على البعض الآخر. إنها لعبة لم يمل علماء الرياضيات البتة من ممارستها.

إن أحد الأسباب التي دعت الرياضياتيين للاهتمام بالعدد «باي» هو أنه، شأنه شأن قمة إيفرست، موجود أمامنا. وحساب باي مؤشر على مستوى المعرفة الرياضياتية السائدة في أي زمان ومكان محددين. وعلى سبيل المثال، فإن كون العبرانيين القدماء راضين بالقيمة 3 على أنها أفضل تقدير لباي (المستعمل في تشييد هيكل سليمان) يشير إلى افتقارهم إلى الدقة في الأعداد. وكانت قيمة باي عند المصريين القدماء هي $\frac{22}{7}$ ، وهي القيمة التي اعتمدها فيثاغورس، والتي نستعملها اليوم على أنها أفضل

تقريب للحسابات العملية اليومية. وقد استعملها قدماء المصريين حتى في مسح الأراضي الشاسعة وعمليات البناء الضخمة.

وقد اقتبس شين هذه القيم غير الدقيقة لباي ولم يكن يمنع استعمالها. كذلك فهو يعطي قيمة غير دقيقة (استعملها الهندوس أيضا) للجذر التربيعي للعدد 10، والقيمة الأدق كثيرا له والتي حسبها الصينيون منذ نحو 1700 سنة قبله وهي: $\frac{355}{113}$. ولم يكن الجهل هو الذي وجه سلوكه، وإنما الملاءمة والراحة.

الأفكار الصينية وعصر الحاسوب

إن أقوى الروابط بين الصين القديمة وعصر الحاسوب الحديث هي فكرة النظام الثنائي. وهذا النظام العددي هو أحد ستة أفكار أساسية، أو نحو ذلك، كانت كامنة وراء الحاسوب الالكتروني الحديث. إنه أساس الرموز (الكودات) Codes التي تستند إليها معظم العمليات الحاسوبية، والوسط الذي يؤدي فيه الحاسوب وظيفته الحسابية (أي الجمع والطرح، إلخ: انظر الفصل السادس عشر).

وثمة رابطة أضعف، لكنها لا تقل حيوية عن السابقة، وهي الفكرة الصينية في تقديم عمليات العد آليا باستعمال جهاز طبيعي (مثل لوح العد والعصي، وفيما بعد «المعداد» abacus). كذلك فإن الصينيين اكتشفوا كثيرا من الخوارزميات الأساسية والمفاهيم الجبرية والحسابية. وقد أضحت هذه واضحة بسبب العلاقة بين المماثلات (النظائر) الذهنية، أو (النماذج) models، وبين الحقيقة الفيزيائية. وفي ذروة ازدهار العلم الصيني، فإن الحسابات، التي كانت محتقرة في معظم الثقافات الأخرى ولم تكن تُوكل إلا إلى العبيد والكادحين، كانت تُجرى باعتبارها من المهام الأساسية للدولة من قِبَلِ علماء كانوا مستشارين شخصيين للإمبراطور. هذا، وإن الانفصام بين النظرية والتطبيق، وهو سمة مميزة قديمة للحضارة الغربية، لم يكن قط واردا في الصين. ويجب اعتباره كعلامة للانحطاط الاجتماعي والفكري.

إن الحاسوب الحديث هو سليل مباشر للافتتان الصيني بالعمل الدقيق والمعقد في حقل الأعداد. وما من أحد يمكنه الارتياب في الإسهام البارز الذي قدمه العلماء الصينيون إلى هذا التطور نحو الدقة. إن النظام العشري،

ومفهوم المنازل، وفكرة الصفر والرمز الذي نستعمله له، وحل المعادلات غير المحددة والتربيعية ومن درجات أعلى، والحساب القياسي، ومبرهنة الباقي - كل هذه الأشياء استعملها العلماء الأوروبيون بعد أن كان الصينيون ابتكروها قبلهم بقرون أو بآلاف السنين. لقد أصبح لوح العد أداة أساسية في مكاتب تجار أوروبا في العصور الوسطى، إذ كان لا غنى عنه لإنجاز العمليات العددية. وجهاز العد الذي كان يستعمل في بيع البضائع في الحوانيت، أصبح يشغل مركزا وسطا يفصل الزبائن عن البائعين. وأصبح المعداد abacus أداة أساسية كذلك، وما زال يستعمل بكثرة في أوروبا الشرقية وبقاع كثيرة من آسيا.

6 ثمرات خيال قدماء اليونان حول الأعداد

«بقيت الحسابات العادية اليونانية غير مصقولة وبدائية حتى النهاية. وكل تقدم في الفن يُعزَى إلى اليونانيين لا يمكن كشفه إلا إذا عدنا القهقرى إلى البداية».

جيمس كو

«لقد بالغنا إلى حد ما إذ نسبنا جميع الفنون إلى اليونان، وكان يُظن أن اليونان انطلقت مثل «بالاس» Pallas (إلهة الحكمة عند الإغريق) متمتعة بعقل كامل النمو مثل ذاك الذي يملكه «زيوس» Zeus كبير آلهة اليونان. لكننا عرفنا أن مجرى العبقرية انطلق من الليديين والحثيين، ومن الفينيقيين والكريتيين، وكذلك من البابليين والمصريين».

ليونارد وولي

هيمن الفكر اليوناني، ولكن برداء لاتيني، على أوروبا طوال ستة عشر قرنا. ويعود سبب هذا إلى أن أفكار سقراط وأفلاطون وأرسطو اقتُبست وعولجت وتُرجمت إلى العقيدة المسيحية. وفي الواقع فإن أفضل وصف للفكر المسيحي هو أنه تشكيلة من الأفكار الفلسفية اليونانية بعد تطهيرها من أدران الوثنية، ومن الإيمان العبري بالتوحيد بعد أن خُلِّص من العنصرية اليهودية. وسقراط، الذي حُكم عليه بالموت لإفساده شبيبة أثينا، وصفه المسيحيون بأنه تمثيل مبكر للمسيح المصلوب. كما اعتبر وصف أفلاطون لموته (في المحاورة بعنوان «فيدون» من قِبل المسيحيين الأوائل بنفس منزلة وصف الإنجيل لكهنوت يوحنا المعمدان.

لقد نُقِل التراث اليهودي إلى المسيحية من قِبل الحواريين الأوائل بطرس وآخرين غيره. والهبة اليونانية التي حولت هذه الطائفة اليهودية إلى ديانة عالمية انطلقت من بولص. وكان مزيج الفكرين اليوناني والعبراني هو من العجز بحيث قامت الديانة المسيحية طوال قرون بملء الفجوة التي

خلفها موت الوثنية اليونانية والقوة الرومانية. وكانت إحدى النتائج لهذا هي أن علم الرياضيات في العالم الغربي أصيب بوهن شديد.

إن الفهم الموضوعي للتراث اليوناني لدى دراسته في سياق الحضارات القديمة الأخرى مازال حديث العهد نسبيا. هذا ولم يتيسر لنا إلا في السنوات المئتين الأخيرة أو نحو ذلك (بدءا من اكتشاف حجر رشيد من قِبل جندي في جيش نابليون في مصر عام 1799، وحلٍّ رموزه بعد ذلك بخمس وعشرين سنة) أن تمكنا من قراءة النقوش القديمة من غير اليونانية واللاتينية، وأن أحَطنا بالمعالم الفكرية لبعض الثقافات التي استخرج علماء الآثار كميات كبيرة من بقاياها من تحت الأرض خلال الفترة نفسها.

إحدى النتائج لهذا العمل هي أنه تبيَّن، خلافا للأفكار السابقة، أن اليونان لم تكن المصدر الرئيسي للعلوم فحسب،وهؤلاء الذين نسبوا إلى اليونان هذا الشرف كانوا مخطئين لا في مصدر العلوم فحسب وإنما أيضا في طبيعتها. وقد قام اليونانيون بإسهام فريد، ولو أنه محدود نسبيا، في موضوع المنطق الرياضياتي. إنهم تولوا مهمة ترتيب مجموعة المعارف حول علم الهندسة التي جعلوا منها نظاما مجردا خاضعا للمنطق الاستنتاجي. (كان هذا إنجازا عبقريا لإقليدس: انظر الصفحة 85). لقد أشاعوا جوا كان يُنظر إلى علم الحساب فيه على أنه نظام مجرد ليس له تطبيقات عملية. إلا أنه من وجهة نظر العلوم التطبيقية الحديثة، فإنه كان لهذه الإسهامات الأثر نفسه الضار الذي كان للأفكار اليونانية عن المجتمع ـ مثل الأفكار المتعلقة بتعليم المرأة ووضعها ـ والتي مازالت تفسد قيمنا الثقافية والاجتماعية.

علم الحساب واللوجستية

يعني علم الحساب في أيامنا هذه شيئا مختلفا تماما عما كان يعنيه لليونانيين. ويصفه العلماء بأنه «لغة العلوم»، وبأنه أداة رئيسية في دراسة طبيعة المجتمع. بيد أن اليونانيين رأوا فيه شكلا من الحكمة المجردة ليس لها أي علاقة بالنشاطات العملية.

من الواضح أن الحسابات فن عقلي؛ إنها قسم من مُدَّخِرةٍ للمهارات. ويمكن تعليم الأطفال (والعبيد) (اللوجستية) Logistics على شكل ألعاب

(نسميها علم الحساب الميكانيكي)، بأقل قدر ممكن من الاستعانة بالذهن. لكنها أيضا تُعلَّم بأعلى مستوى، كما في الفيزياء الرياضياتية، وفي كل المراحل التي تتوسطهما. وتُستعمل المهارات من قبل الحرفيين لإنتاج قيم صنعية واستعمالات تطبيقية ترتبط بالعالم الحقيقي. إن المهارات الفيزيائية تتضمن بعض النشاطات الذهنية، مثل المحاكمات المنطقية أو حسابات الحجوم والمقادير. وحتى معظم المهارات الفكرية (مثل التأليف الموسيقي) تتضمن قدرا من النشاط الفيزيائي.

إن هذا في أيامنا هذه ملاحظات تافهة، إلا أنها لابد من أن تجعل «مفكري» قدماء اليونان يضحكون عاليا. والحسابات (اللوجستية) بالنسبة إليهم كانت إحدى المهارات كالصيد أو الحلاقة. لقد كان علم الحساب شكلا مختلفا ساميا من الفن تقتصر ممارسته على المواطنين الأحرار فقط ولا يحق للعبيد التعامل معه قانونا. وكان هذا الوضع ينطبق حتى على الأعداد وعلى رموزها. ويبدو أن الأعداد ورموزها شيئان متطابقان للمفكر الحديث، إلا أنهما كانا مختلفين تماما للاغريق القدماء، إذ إن طبيعتيهما تتوقفان على السياق وعلى ما كانت تتضمنه العملية. ففي علم الحساب، كانت الأعداد تعتبر أشياء مجردة روحانية، في حين كانت رموزها تعتبر مقادير محددة ليس لها «وجود» مستقل عن الأشياء التي تصفها. (وإن معظم «المعاصرين» سيوافقون على هذه الدعوى الأخيرة.)

كان العلماء اليونانيون يتشبثون دوما برأيهم بوجود فوارق من هذا النمط: العلم مقابل التدرب، والرياضة مقابل العمل، والحر مقابل العبد. لقد كانت هذه الفوارق تعاريف لإرشاد كل من له استفسار، وكانت مرتبطة بأمور تتعلق بنمط الحياة. إنها كانت أيضا حُجُبا تخفي الروابط الحقيقية بين الأشياء وتدمر كل موضوع كان يجري تطبيقها عليه. وعلى سبيل المثال، فقد كان (بارمينيدس) Parmenides في القرن السادس قبل الميلاد يحاجّ في أن كل شيء موجود لا يمكنه أن يتمتع بالكينونة. فلو أن له كينونة، فيجب أن تأتي من نفسه أو غير نفسه. إلا أن هذين كليهما مستحيلان، وذلك أنه طبقا لقانون عدم التناقض فلا يمكن أن يكون الشيء نفسه وغيره في آن واحد. وفي هذه المناقشة، لم يكن ثمة لفت للنظر إلى بعض الحقائق مثل المعاشرة الجنسية (التي يمكن أن تستهل عملية التلاؤم). وكان أحد المبادئ

الأساسية لهذا المنطلق أن استبعدت التجربة (لأنها أتت إلينا لا من التفكير بل من الحواس). ولم يكن يُسمح للتجربة بأن تصحِّح، أو حتى أن تلقي ضوءا على عملية المحاكمة. وفي الواقع، كانت الوظيفة الأساسية للعقل هي تصحيح خطأ النتائج المستخلصة من الأخطاء الناجمة عن نظرتنا المحدودة والجزئية للحقيقة.

إن استعمال هذا النهج التفكيري الذي أوردناه الآن (وهو نهج ابتكره بارمينيدس يعرف بطريقة reductio ad absurdum، أو البرهان غير المباشر)، لم يمكِّن بارمينيدس و«زينو» Zeno، أحد مريديه، من أن يثبتا أن التغيير مستحيل وحسب، بل وأيضا بأن الحركة كانت تناقضا منطقيا. لم يكن هناك وجود ولا عدم. فلو اشترك أخيل مع سلحفاة في سباق العَدْوِ فلن يلحقها بحال من الأحوال إذا كانت السلحفاة متقدمة في بداية السباق، لأنه حين يصل في كل وقت إلى النقطة التي كانت السلحفاة فيها تكون السلحفاة قد تحركت قليلا إلى الأمام. والسهم الذي أطلق في الهواء يجب أن يبقى معلقا في المكان نفسه إلى الأبد (انظر الصفحة 180). قد تكون هذه الاستنتاجات معارضة للتجربة وللإدراك الشائع عند الناس، إلا أنه يمكن إثباتها بالعقل. ولما كان العقل هو المرشد الوحيد للحقيقة، فإنه يتعين علينا نبذ أدلة حواسنا. إن التجربة ليست مرشدا، كما أنها ليست مصححة للنظرية. وفي الواقع فإن أفضل أسلوب في التفكير هو ذاك الذي يمكن البرهنة على أنه يتعارض مع التجربة كما في المثالين السابقين. ويذكِّرني هذا بسلوك ضابط البحرية الذي أصدر أوامره إلى البحارة بألا يعيروا انتباها إلى الطوربيدات المتجهة نحوهم وأن يواصلوا الإبحار إلى الأمام، أو بالرقيب في الجيش الذي أصدر أوامره إلى جنوده في الحرب الكونية الأولى إذ قال: «تقدموا وهاجموا المدافع. هل تريدون أن تعيشوا إلى الأبد؟».

وفي مثل هذا النهج في التفكير تكون التمييزات مطلقة، إذ تتخذ شكل التعاريف. وهكذا فإن العقل قال لليونانيين بأن التدريب مختلف كليا عن التعليم. فالتدريب مخصص للعبيد والأطفال نظرا لكون ملكاتهم العقلية غير مكتملة. إنه نشاط فيزيائي وليس عقليا وموجه نحو الإنتاج وليس بإمكانه تقريب من يمارسونه من الحقيقة المطلقة (وهي ما ترمي إليه دراسة نظرية الأعداد - وهذا اسم آخر «لعلم الحساب»).

المفكرون اليونانيون والعالم الطبيعي

مع أن الدراسة العلمية، بأي معنى حديث، كانت مرفوضة بسبب مثل هذه الآراء ـ لأنها كانت تتعامل مع الأمور العلمية دون المفاهيم، وكانت تعنى برصد التغيرات دون الحقائق المطلقة ـ إلا أنه كان ثمة تقليد علمي منافس في الفكر اليوناني يُعنى فهم العالم الطبيعي وموقع الكائنات البشرية من «الحقيقة» دون الإشارة إلى الآلهة. وهناك بعض المفكرين اليونانيين الذين سبقوا أفلاطون، مثل ديمقريطس وهيرقليطس، صرفوا وقتا طويلا في التفكير بماهية «العناصر» التي يتألف منها الكون. وفي سياق تفكيرهم هذا افترضوا أن العالم وتاريخه كانا جزءا من عملية نظامية وليست خارقة للطبيعة. وكانوا يعتقدون بأن شيئا مغايرا للبشر والآلهة (وهو ما نسميه الآن «المادة» هو الجوهر الأصلي الذي نشأ منه كل شيء. لقد كانت الحوادث ناجمة عن العلاقة بين السبب والنتيجة التي تكمن في أساس كل الظواهر الطبيعية. وكان الإخلاص الأسمى للجنس البشري موجها إلى الحقيقة وإليه. ولم تتوفر إذ ذاك أجوبة عن معظم المسائل الأساسية في الفلسفة.

لقد اقتُرحت عدة أفكار حول الشكل الأول للمادة. وكان طاليس Tales أول مفكر حاول تفسير تنوع الطبيعة بالاستعانة بشيء من الطبيعة وليس من خارجها. قال بأنه يجب أن يكون الماء، وهو الجوهر الوحيد الذي عرف بأنه يمكن مشاهدته وهو يتغير (من حالة الصلابة، وهي الجليد، إلى الحالة السائلة، وهي الماء، إلى الحالة الغازية، وهي البخار).

وهناك مفكرون آخرون اقترحوا «عناصر أولية» أخرى. فـ«أنكسمينيس» Anaximenes اقترح الهواء، و«هيراقليطس» Heraclitus اقترح النار، و«زينوفان» Xenophanes اقترح التراب، كما افترض آخرون جميع هذه العناصر. وتصور بعضهم عنصرا خامسا وهو الأثير الذي هو ثمرة ومزيج من العناصر الأربعة. وانسجاما مع القاعدة التي تقضي بالضرورة أن يكونا منفصلين، فقد آمن جميع المفكرين بأن العناصر الأولية التي اقترحوها كانت مختلفة عن أشكالها التي نقابلها في حياتنا اليومية، فهذه العناصر ليست كالتراب العادي أو عناصر الهواء أو النار أو الماء المألوفة.

إن جميع هذه المناقشات كانت في الحقيقة شبه علمية ولا تفيد في شيء. وقد كانت الأسئلة حول العدد وطبيعة «العناصر الأولية» سابقة

لأوانها بالنسبة إلى المعارف المتوفرة في ذلك الحين. لكن مسائل أخرى في التاريخ الطبيعي كانت تُدرس بالملاحظة، وفي بعض الحالات، بالتجربة. وقد تقدم ديمقريطس (الذي عاش في القرن الرابع قبل الميلاد، وكان من معاصري أفلاطون) بنظرية ذرية وقدم تفسيرا حديثا لكيفية عمل الحواس عند البشر. ثم أجرى أرسطوطاليس بعد ذلك بثلاثة أجيال بحثا تطبيقيا يتضمن دراسة نقدية مفصلة (غير مألوفة في أيامه) لكتاباته في البيولوجيا. وقد كان أرخميدس (في القرن الثالث قبل الميلاد) أكثر شبها بعالم حديث من جميع معاصريه الذين كانوا آنذاك على قيد الحياة.

ومع ذلك، فإن جميع التخمينات العلمية تلك كانت عرضة لهجوم متواصل من قِبل أفلاطون ومريديه. وكانت التهمة الأساسية التي وجهوها تكمن في أن دراسة الطبيعة (والبشر كجزء من النظام الطبيعي) لا يمكن أن تسفر إلا عن آراء وأفكار، ولا يمكنها توفير المعرفة. ولما كانت هذه الدراسات مستندة إلى الإدراك الحسي والتجربة (عوضا عن العقل، أي تعريف العلاقات المتبادلة والتحليل المنطقي)، فإنها يجب أن تكون عبثية فيما يتعلق بالحقيقة (أي المعرفة اليقينية). وعلى سبيل المثال، فقد نبذ أفلاطون علم الفلك لأنه كان يدرس الكواكب السيارة عوضا عن الحقائق الخالدة والجمال الأبدي. وقد نصح الفلكيين بالتخلي عن الدراسة المباشرة للشمس والقمر والكواكب وأن يقوموا عوضا عن ذلك بالتفكير في هذه الأجرام باعتبارها نتاجا للإبداع الإلهي.

وبعد أن تقدم أفلاطون وأتباعه بهذه الآراء، أخذوا على عاتقهم التوجه إلى العلماء بأن يهجروا منهج العلم (أي رصد المواصفات) لمصلحة التوكيدات المبنية على الاستنتاج. لم يكونوا يدركون بأن المعرفة لا تعزَّز بالاستنتاج فحسب (أي بالمحاكمة المنطقية انطلاقا من مقدمة منطقية)، وإنما أيضا بالاستقراء (أي بفحص الفرضيات على ضوء الظواهر المشاهدة). وهذا الافتقار إلى الفهم لم يمنع آراءهم في «المعرفة» وفي البحث عن الحقيقة، إذ ترسخت هذه الآراء في كل من الفكر اليوناني وعند كل من آمن به قرونا طويلة. إن إحدى نتائج معوقات دراسة العلم والرياضيات اليونانية تتجلى في أنه لم يبق إلا القليل جدا من كتابات أولاء الذين اعتبرهم أفلاطون أعداء له. ومع أن لدينا ما يبدو بأنه مجموعة كاملة تقريبا من الأفكار

المدونة التي جاءت بها مدرسة سقراط ـ أفلاطون ـ أرسطو طاليس، فإنه لم يبق سوى أقل من عُشر التراث العلمي لما قبل زمن سقراط، كما أنه ليس لدينا عمليا أي شيء يتعلق بديمقريطس. أما هيرقليطس فنجده من خلال أثر روماني مكتوب شعرا، وهو يشمل شطرا كبيرا من المعرفة العلمية. لكن ديمقريطس لا نجده إلا في جمل مقتبسة على سبيل الاستشهاد دوّنها أعداؤه ـ وهي جمل كانت تُختار عادة من قِبَلِهِمْ للهجوم عليه. وفكرة إحراق أعماله اقْتُرحت ونوقشت في أحد الحوارات التي أوردها أفلاطون. لكن يبدو من غير المنصف أن نخمن بأن أتباع أفلاطون قاموا، في إحدى المراحل، بإحراق أعمال معارضيهم.

الأعداد اليونانية

كان عند اليونانيين نظامان عدديان مختلفان. وكان أقدمهما يستعمل في تسجيل الحسابات العامة بطريقة النقش بدءا من القرن الخامس وحتى القرن الأول قبل الميلاد، وقد كان يُعرف إما بنظام الأعداد «الهيرودية» Herodian (نسبة إلى كاتب القرن الثاني بعد الميلاد الذي شرحها)، وإما بنظام الأعداد «الأتيكية» Attic (نسبة إلى «أتيكا» Attica، وهي منطقة تقع حول أثينا حيث استُعملت هذه الأعداد استعمالا رئيسيا هناك). كان الأساس 10 أساسَ هذين النظامين، كما كانا يستعملان الأحرف الأولى من الكلمات الدالة على الأعداد لتمييزها بعضها عن بعض، وكان عدد الإشارات المستعملة محدودا. هذا ولم يكن فيهما وجود للصفر. وكانت الأعداد تكتب بالنظام الروماني وذلك بتكرار الرقم عند الضرورة كما في المثال التالي:

I	Δ	H	X	M	𐅄	𐅄	𐅅	𐅆
1	10	100	1000	10,000	15	50	500	5000

XHHΔΔΔIIII	𐅆MXXHHHΔΔΔΔ	HHHΔΔI
1234	62,340	321

وكان النظام العددي الثاني يعرف (بالأيوني) Ionic أو الإسكندري نسبة إلى المنطقتين الرئيسيتين اللتين استعمل فيهما. وقد ابتُكر هذا النظام لإجراء الحسابات وحل كليا محل الأعداد الأتيكية بحلول القرن الأول قبل الميلاد. وكان مؤلفا من 24 حرفا من الأبجدية اليونانية ومن ثلاثة أحرف مهجورة أسند إلى كل منها قيمة محددة.

α	β	γ	δ	ϵ	ς	ʒ	η	θ
1	2	3	4	5	6	7	8	9
ι	κ	λ	μ	ν	ξ	ο	π	ϙ
10	20	30	40	50	60	70	80	90
ρ	σ	τ	υ	ϕ	χ	ψ	ω	ϡ
100	200	300	400	500	600	700	800	900

وباعتماد الرموز واستعمالها بطرق ملائمة غدا بالإمكان التعامل مع الكسور و(الأعداد الترتيبية) ordinal numbers. بيد أنه على الرغم من سهولة فهم النظام، فقد ظل غير صالح للاستعمالات اليومية بسبب تعقيده الشديد. فكان يحوي العديد من الإشارات، كما كان ثمة عدد كبير من العلاقات بين الأحرف التي عددها 27. ومن المحتمل أن الحسابات كانت تنفذ بحبات الخرز بوضعها إما على منضدة رملية وإما بإدخالها في أسلاك معداد abacus (abax كلمة يونانية تعني «منضدة»). وقد ظلت الأعداد الأبجدية اليونانية تُستعمل في أوروبا إلى أن حلت محلها الأرقام الرومانية في القرن العاشر.

فيثاغورس

وُلد فيثاغورس في جزيرة ساموس عام 580 قبل الميلاد ومات في ميتابونتام في إيطاليا عام 500 قبل الميلاد. وقد أقام في حداثته في بابيلون

حيث كان يدرس، وقد درس علم الفلك والرياضيات والتنجيم طوال 20 عاما. وفي عام 525 قبل الميلاد سافر إلى كروتون في جنوب إيطاليا حيث ألّف خلية سرية (دينية، وليست معنية بالرياضيات) كرسها لاستكشاف أسرار العدد. كانت هذه الخلية مغالية في المحافظة وفاشيستية، أعضاؤها من النباتيين والزّهّاد. ولم تكن الجمعية «منظمة إخاء» (كما كان يطلق عليها في الغالب) وإنما كانت مجموعة من العائلات. وقد تكون نموذجا للمجتمع المثاليّ الذي نادى به أفلاطون في «جمهوريته».

آمن الفيثاغوريون بخمس أفكار أساسية ـ أفكار كان لها أكبر الأثر في الفكر الإنساني منذ ذلك الحين، وكانت على النحو التالي:

1- لقد خُلِق الكون واستمر وجوده وفق خطة مقدسة. والحقيقة المطلقة ليست مادية بل روحية. إنها مؤلفة من أفكار العدد والشكل. إن الأفكار هي مفاهيم مقدسة أسمى من المادة ومستقلة عنها.

2- خلق الله الأرواح على شكل كائنات روحانية. الروح هي عدد متحرك ذاتيا ينتقل من جسم إلى آخر (إنساني وحيواني أيضا). الأرواح خالدة. إنها تحل في الأجساد لمدد محدودة من الزمن فقط، ثم تنتقل إلى كينونة جديدة في جسم آخر. الطهارة، التي تستند إلى حياة عقلية وأخلاقية، تخلّص الروح من دورة لا تنتهي «لعجلة الحياة» لتبلغ اتحادا كاملا بالإله.

3- ثمة تناسق ونظام داخليان في الكون. وهذا ينتج من اتحاد المتضادات. يوجد عشرة متضادات أساسية تتفاعل بعضها مع البعض الآخر، وكل منها يؤدي وظيفة إبداعية. وهذه المتضادات، التي تكمن في أساس العالم كما نعرفه، هي: الفردي/الزوجي؛ الذكر/الأنثى؛ الخير/الشر؛ الرطب/الجاف؛ اليمين/اليسار؛ السكون/الحركة؛ الحار/البارد؛ المضيء/المظلم؛ المستقيم/المنحني؛ المحدود/غير المحدود.

4- إن أهم المبادئ السامية في العلاقات الإنسانية هي الصداقة والتواضع. يجب أن يعيش الرجال والنساء حياة يسودها الزهد في مجموعة مكرسة لتنشئة الأطفال على نحو ينسجم مع الخطة المقدسة. ويترتب على هذا ضرورة توفر تكريس فعال لدراسة العدد.

5- إن الأفكار المقدسة، التي خلقت الكون وتقوم بالحفاظ عليه، هي تلك الأفكار المتعلقة بالعدد.

لذا فإن دراسة علم الحساب هي السبيل إلى الكمال، والانصراف التام إلى الدراسة وإلى تنفيذ قواعد الجماعة، وهي تمكّن الفرد من الاكتشاف المتواصل لسمات خطة الإله ولقواعد الرياضيات التي تحكم العالم. والمبدأ الأخير هو أهمها جميعا.

وكان يتوقع من أعضاء الخلية أن يتحلَّوْا بالتحفظ واللباقة لدى قيامهم بواجباتهم. وقد مارس القياديون العزوبة، كما يبدو أن النساء قبلن كأعضاء متساوين مع الرجال في ممارسة جميع نشاطات الخلية، وهذا شيء نادر في بلدان البحر المتوسط القديمة. وقد قاموا، إضافة إلى أشياء أخرى، بتعليم الرياضيات الأمر الذي يوحي بأن مستوى معرفتهم لها كان عاليا في زمنهم. وجميع الممتلكات كانت تعود للجميع.

ويعتقد اليونانيون المتأخرون أن فيثاغورس ابتكر علم الحساب. من المؤكد أنه الشخص الذي أعطى لعلم الحساب اليوناني الأهمية التي يستحقها. فنظريته العددية وتمييزه بين اللوجستية وعلم الحساب سادا طوال قرون لاحقة. بيد أن ثمة القليل من الأدلة الواضحة على اكتشافاته الخاصة به. لقد كانت عقائد الخلية ومعارفها المقدسة تمرَّر شفهيا بعد قسَم بإبقائها سرية باعتبارها أسرارا دينية. كانت التقارير المكتوبة محظورة، وكان الأعضاء يؤدون القَسَمَ على عدم البوح بمعتقداتهم السرية. وقد قيل إن «هيباسوس» Hippasus أحد أعضاء الخلية أُغرِقَ لإفشائه السر بأن بعض الأعداد («صماء») (irrational). (أي أن استحالة كتابة قيمتها بالضبط كان يعتبر معلومة حساسة. لكن هذه القصة تبدو غير صحيحة لأن الخلية كانت تؤمن بأن الكون كان «مُنَطَّقا» rational إذ إنه مكون من أعداد موجودة في عقل الإله. وفي الحقيقة، فإن الفيثاغوريين عالجوا المسألة منطلقين من أن الأعداد الصحيحة هي الأعداد وحدها ولا وجود لأعداد غيرها.)

ويعود الفضل إلى فيثاغورس لقيامه باكتشافين في علم الرياضيات، إضافة إلى اكتشافات أخرى غيرهما، وهما: المبرهنة في علم الهندسة التي تحمل اسمه، ووصفه لتأثير طول الأوتار في تناسق الأنغام الموسيقية أو تنافرها.

لا يوجد احتمال بأنه كان أول من جاء بالمبرهنة الشهيرة التي تنص على أنه «في مثلث قائم الزاوية مربع الوتر يساوي مجموع مربعي الضلعين

الآخرين». فالمبرهنة كانت معروفة في الصين، من مسح الأراضي، وفي مصر، من بناء الأهرامات، وذلك قبل ولادته بقرون.

وفيما يتعلق بالموسيقى، فلا وجود لدليل على ما إذا كان فيثاغورس هو الذي اكتشف العلاقة بين أطوال الأوتار والأنغام الموسيقية، أو أن هذا نُسب إليه فقط. ومن المؤكد أن هذا الاكتشاف نُسب إليه ـ ووُصف بأنه أحد الإنجازين المهمين حقا للعلم التجريبي اليوناني (وكان الآخر هو إثبات «إمبادوكليس» Empedocles بأن الهواء مادة تشغل الفضاء وأنه قابل للانضغاط). واكتشاف فيثاغورس يهمنا لسبب آخر، وهو، خلافا للعديد من أفكاره عن العدد، فإن هذا الاكتشاف يتعلق بالطبيعة الخارجية ويمكن التحقق من صحته بسهولة.

إن النغمات الموسيقية المنسجمة تولَّد بنقر الأوتار التي ترتبط أطوال أوتارها بنسب بسيطة. وأكثر النغمات انسجاما تولد حين تكون النسبة بين طول ووتر آخر كسرا بسيطا. وكلما قَصُر الوتر ارتفعت طبقة النغم. (إن وتر نغم C المتوسط يهتز بمعدل 256 هزة في الثانية). فإذا أخذنا نصف وتر فإننا نسمع نغمة «أوكتاف» octave أعلى. أما إذا ضاعفنا طول الوتر، فإنه يولِّد نغمة الأوكتاف الأخفض. إن للأوكتافات أبسط علاقات ممكنة ببعضها، إذ إن لأطوالها نسبة 1:2. إنها تتحد لإصدار أكثر الأصوات انسجاما: فالوتران المنفردان اللذان لهما نفس الطول يوحِّدان صوتيهما عندما يُنقران، فالنسبة هنا 1:1. أما إذا كانت نسبة طوليهما 2:3 فإننا نسمع أكثر المراحل التي تليها عذوبة، وهي الرابعة. بيد أنه إذا كانت نسبة الطولين 163:173 مثلا فإن الصوت سيكون نشازا غير مستساغ.

استخلص فيثاغورس من مثل هذه الملاحظات أن بعض النغمات تكون منسجمة لكون الأعداد التي تمثل أطوال أوتارها ترتبط بعضها بالبعض الآخر بنسب بسيطة. والسبب في أن بعض النغمات تنضم على نحو سيء يعود إلى عدم وجود علامة بسيطة بين الأعداد التي تمثلها. كذلك، فقد آمن هو وتابعوه بأن صفات الأشياء جميعا، سواء أكانت مادية (كالأصوات الموسيقية مثلا) أو مجردة (كالعدل مثلا) يمكن تفسيرها بالعدد. وكان يُظن بأن لكل عدد جوهره الخاص به وأنه كان ينقل هذا الجوهر إلى الأعداد الأخرى لدى انضمامه إليها. لقد كان هذا أمرا يشبه تآلف الآلهة.

كانت بعض الأعداد تتسم بالود والتآلف، وكانت تنسجم مع بعضها بسهولة، في حين كان بعضها الآخر شرا خالصا، ولم تكن تتلاءم مع غيرها من الأعداد، كما أنها كانت تجلب النحس إلى الجنس البشري. كانت الأعداد الفردية أنثوية، والأعداد الزوجية ذكرية. ومع أن الذكور يمكن أن تقترب بالإناث، إلا أنه لا يوجد ما يمنع اتحاد الذكور مع الذكور والإناث مع الإناث. وعلم الحساب هو الذي يقع عليه عاتق اكتشاف جميع الأنواع المختلفة من الأعداد وكيفية ارتباطها ببعضها ومكانتها في الخطة المقدسة. واختصارا، كان ثمة نظرية لا هوتية للأعداد، وكان عالم الرياضيات عالما باللاهوت يتعين عليه اكتشاف النظام المقدس والإعلان عنه.

علم تصنيف الأعداد

تثير مثل هذه الأفكار الفيثاغورية موضوع التعريف بكامله. تُرى، ما الذي نعنيه «بالعدد»؟ قدم الفيثاغوريون ثلاثة تعاريف: أولها أن العدد هو «وفرة محدودة من الأشياء»، وثانيها أنه «مجموعة مكونة من تكديس الوحدات»، وثالثها أنه «جريان للكمية». ولما كانت الأعداد نماذج أصلية مقدسة، موجودة في عقل الإله منذ البداية، كانت دراسة علم الحساب مدخلا إلى «تعرف» الخطة المقدسة.

وهكذا فإن الحقيقة ليست مكونة من أشياء، إنها ليست سوى انعكاسات باهتة للأفكار المقدسة. وفي الواقع، فإن الأفكار وحدها هي الحقيقة. ويقول أفلاطون بأننا نعيش في كهف حيث تظهر الأحداث الخارجية وكأنها مسرحية تمثل بإلقاء الظلال على الجدران. لا يمكننا أن نرى ما هو خارج الكهف، كما أنه ليس بمقدورنا البتة معرفة العالم الحقيقي كما يعرفه الإله. نحن ـ أو، على الأقل، الصفوة الفكرية والأخلاقية (من الذكور) بيننا ـ يجب أن نضم أجزاء طبيعة الحقيقة بعضها إلى البعض الآخر، وذلك بالتفكير انطلاقا من الأخيلة المتحركة على جدران الكهف.

وفيما يتعلق باليونانيين فقد كان العددان، واحد واثنان، يحظيان بأهمية خاصة تتعدى كونهما مجرد عددين، ففي الواقع هما ليسا عددين إطلاقا. ويفسر أرسطو ذلك مشيرا إلى أن العدد هو تجميع لوفرة من الوحدات، ومن ثم فالوحدة هي مقياس العدد. وعلى سبيل المثال، فإن «خمسة» تعني

خمس وحدات. بيد أن مقياس الشيء لا يمكن أن يكون الشيء نفسه: فالواحد، المقياس، لا يمكن أن يكون نفس الشيء الذي نقيسه، لذا فهو ليس بعدد. إنه بداية متسلسلة عددية. وعلى نحو مماثل، فإن اثنين هو بداية الأعداد الزوجية، وباستعمال المنطق نفسه، فلا يمكن أن يكون هو الآخر عددا.

لقد كان الواحد فيما يتعلق بالفيثاغوريين أول عدد تم خلقه. وكان يُقرن بالإله الخالق بطريقة خاصة (مثل آدم في العهد القديم الذي صُنع في صورة الإله). وقد كان للواحد بعض الصفات المقدسة كالوحدانية والكمال والقدرة على الخلق وعلى الأولوية. وبعبارة أخرى كان الإله المحرك الأول، وكان العدد «الأول» في الترتيب الطبيعي برأي أفلاطون وفيثاغورس. وقد شارك العدد اثنان العدد واحد في هذه الميزات الخاصة لأنه كان الأول في متسلسلة الأعداد الزوجية.

وتتواصل متتالية الأعداد الطبيعية بالعددين ثلاثة وأربعة. فإذا جمعنا هذه الأعداد الأربعة (1+2+3+4) نجد أن النتيجة هي 10. وهذا العدد يحدد انقطاعا. بعد ذلك تنطلق المتتالية ثانية من مستوى أعلى، أي أننا نجد 11 «عشرة زائد واحد» و12 «عشرة زائد اثنان»، إلخ. وكان للمجموع (1+2+3+4) اسم معين في اليونانية هو (اكتوس تيتر) tetractos. وكانت نتيجته، أي 10، هي أعمق سر لدى الخلية الفيثاغورية. وعند قبول عضو في الخلية كان يتعين عليه أن يُقسِمَ بهذا العدد على ألا يبوح بالمعتقدات السرية للمجموعة.

كان أول تقسيم للأعداد هو إلى فردية وزوجية. والعدد الزوجي هو أي عدد يمكن تقسيمه إلى جزأين متساويين، في حين أن العدد الفردي لا يمكن تقسيمه على هذا النحو. وكانت الأعداد التي يمكن تقسيمها بالتساوي مرة واحدة على اثنين تسمى أعدادا زوجية - فردية. أما الأعداد الزوجية - الزوجية فهي تلك التي يمكن تقسيمها مرارا وتكرارا على 2 إلى أن نصل إلى الوحدة (الواحد). والأعداد الفردية - الزوجية يمكن تقسيمها على اثنين ثم على اثنين مرة أخرى. بيد أنه سيتعين علينا التوقف قبل الوصول إلى الواحد. أما الأعداد الفردية - الفردية فهي حاصل ضرب عددين فرديين. ونجد في الجدول التالي أمثلة عن تصنيف الأعداد الفردية - الزوجية للعدد.

زوجي	4	6	8	10	12
زوجي – زوجي	4	8	16	32	64
فردي – زوجي	12	20	28	36	42
فردي	3	5	7	9	11
زوجي – فردي	6	10	14	18	22
فردي – فردي	9	15	21	27	33

كانت النتيجة الرئيسية لهذا التصنيف هو لفت الانتباه إلى حقيقة أن بعض الأعداد لا يمكن اختزالها،، إذ إنه لا يمكن تقسيمها إلا على نفسها وليس على 2, 3 أو أي عدد آخر. إنها الأعداد الأولية. أما الأخرى، المؤلفة، فيمكن تقسيمها إلى مركباتها التي تسمى العوامل. ونورد فيما يلي بعض الأمثلة:

أعداد أولية: 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23

عوامل: $6 = 3 \times 2$

$44 = 11 \times 2 \times 2$

$63 = 7 \times 3 \times 3$

إن الأعداد المؤلفة ملائمة لجميع أنواع المعالجات. وبدراسة عوامل هذه الأعداد، فإنه يمكننا إيجاد جميع أنواع العلاقات الكائنة بينها. وكانت هذه العلاقات تعني لفيثاغورس أنه كانت لدى الخالق خطة محددة يمكن اكتشافها بالإدراك السليم للمتتاليات العددية. وعلى سبيل المثال، فإن مساعد الكاهن قد يحلِّل عددا معطىً إلى عوامله، ثم يضيف هذه العوامل بعضها إلى البعض الآخر (بعد حذف العدد نفسه. ولكن باعتبار الواحد عاملا). وكإيضاح نأخذ العدد 6 الذي يساوي 3x2، والعددان 1, 6 هما عاملان أيضا. فإذا تجاهلنا العامل 6 (لأنه العدد نفسه)، فإننا نلاحظ أن 6 يساوي أيضا 1+2+3. لذا فإنه عدد «كامل» (وهذا اجتهاد أخلاقي لا علاقة له بنظرية الأعداد). وثمة حالات نادرة فقط التي يكون فيها مجموع العوامل مساويا للعدد الأصلي. وقد أطلق الفيثاغوريون عليها الأعداد «الكاملة» ولا يوجد منها بين الواحد والعدد 10,000 إلا الأعداد الأربعة التالية:

3+2+1=6

14+7+4+2+1=28

248+124+62+31+16+8+4+2+1=496

254+127+64+32+16+8+4+2+1=8128

4064+2032+1016+508+

وقد كتب (نيقوما خوس) Nicomachus، أحد مريدي فيثاغورس، ما يفيد بأن هناك أشياء مشتركة بين الأعداد والصفات الإنسانية. فالكمال نادر في الأعداد، كما أن الطيبة والجمال نادران بين الناس. والأعداد غير الكاملة متوفرة بكثرة في الأعداد، شأنها شأن الشر والقبح عند البشر. وإذا أردنا الاستعانة بالرياضيات في كلامنا، فإننا نقول إن الأعداد غير الكاملة تُبْرِز أنواعا مختلفا من البُنى الشاذة وغير المتوازنة يمكن كشفها من عواملها.

وتعريفا، فإن العدد غير الكامل هو ذاك الذي يكون مجموع عوامله أكبر أو أصغر منه. وكما هي الحال في المواليد المشوهي الخلقة، فإن لمثل هذه الأعداد قدرا كبيرا جدا أو صغيرا جدا من الأطراف أو الأعضاء. فإذا كان العدد الأصلي أصغر من مجموع عوامله قيل إنه قوي (مثل العدد 12 الذي عوامله 1، 2، 3، 4، 6 ومجموعها 16). وإذا كان أصغر من مجموع عوامله قيل عن العدد إنه ضعيف (مثل العدد 8 الذي مجموع عوامله وهي 1، 2، 4 يساوي 7).

وكما هي الحال في قسم كبير من نظرية الأعداد اليونانية، فإن مثل هذه التقسيمات لا تؤدي إلا إلى الوعظ الممل وليس أكثر من ذلك. لكن التقسيم التالي إلى أنماط هو تقسيم أهم، إذ يقسم الأعداد إلى «مُتحابَّة» و«غير متحابة». وهنا نقارن مجموع العوامل لعددين مختلفين. فإذا كان مجموع عوامل العدد الأول يساوي العدد الثاني وبالعكس قلنا إن العددين متحابان. إن لهذين العددين نَسَباً واحدا، كما يمكن التوقع، في عالمهما المثالي على الأقل؛ إنهما أكثر تجانسا روحيا من غيرهما من الأعداد. وقد قدّم فيثاغورس أحد هذه الأزواج وهو:

284=110+55+44+22+20+11+10+5+4+2+1: 220

220=142+71+4+2+1: 284

وهناك أزواج أخرى مثل: 296، 17 و416، 18، وكذلك 1184 و1210. ويعرف حتى الآن أكثر من 1000 زوج من الأعداد المتحابّة. ويمكننا أيضا تعرّف سلاسل من الأعداد «الأنيسة» sociable. وهنا يجري الحديث عن ثلاثة أعداد أو أكثر يمكننا أن نسميها «جماهير» crowds يتساوى مجموع عوامل كل منها، ولكن لم يجر تعرّف أيٍّ منها حتى الآن.

وفي علم الهندسة، اشتهر فيثاغورس، لا من خلال مبرهنته التي تورد علاقة رياضياتية بين المربعات المرسومة على أضلاع مثلث قائم الزاوية فحسب، بل لأنه أيضا شدّ علم الحساب إلى علم الهندسة بطرق أخرى إذ بيّن، مثلا، بأنه يمكن تمثيل الأعداد بأشكال هندسية. فإذا أخذنا مجموعة من الحصى، وكانت كل منها تمثل وحدة، فإننا نرى أن حصاة واحدة تقوم مقام نقطة، وأن حصاتين تقومان مقام مستقيم، وثلاثا تقوم مقام مثلث، وأربعا تقوم مقام مربع.

ويمكن متابعة هذه المتتالية وعندئذ نجد أنه يوجد لكل عدد شكل هندسي: الهرم (خمسة) والمكعب (ستة) والعشروني الوجوه (سبعة) والاثنا عشري الوجوه (ثمانية)، وهكذا. وتنقل أجزاء من هذا الجدول فيثاغورس والهندسة اليونانية إلى الأبعاد الثلاثة، وهي طرق لتمثيل «المجسمات الكاملة»، التي يكون لكل وجه فيها شكل منتظم واحد، والتي يمكن إحاطتها بكرة تمر بكل رأس فيها. (والمعاني العددية لهذا فيما يتعلق بالفيثاغوريين واضحة). والمجسمات هي الهرم (رباعي الوجوه، كل منها مثلث متساوي الأضلاع)، وثماني الوجوه (ستة مثلثات متساوية الأضلاع)، والمكعب (ستة مربعات)، والعشروني الوجوه (عشرون مثلثا متساوي الأضلاع)، والاثنا عشري الوجوه (اثنا عشر مُخمسا منتظما).

كان هذا الاكتشاف مهما من وجهة نظر نظرية الأعداد، إذ إن كثيرا من العلاقات التي تظل خافية على التفكير الصرف غدت واضحة بالطريقة البصرية. وقد سار فيثاغورس شوطا أبعد.

فكما ذكر بلوتارك Plutarch، طابق فيثاغورس كلا من العناصر الأربعة (التراب والماء والنار والهواء) بشكل مجسم. (إن مثل هذه الأشكال معروفة من قبل المتخصصين بعلم المعادن على هيئة بلورات، أي أملاح صخرية.)وقد ظن فيثاغورس أن للأرض شكل المكعب، وللماء شكل مجسم عشروني الوجوه،

وللنار شكل الهرم، وللهواء شكل ثماني الوجوه. أما الكون نفسه فيتخذ شكلا اثني عشري الوجوه. ومن الواضح أن هذه التحديدات ليس لها أي صلة بالواقع.

وبعد موت فيثاغورس واصلت الخلية أعمالها مدة من الزمن. وقد ساعدت زوجته «ثيانو» Theano وبناته على الحفاظ على التقاليد التي رسخها. ويقال إن «ثيانو» أنجزت بحثا أصيلا حول «المقطع الذهبي». وهو موضوع اكتسب أهمية كبيرة في نظرية الفن بعد ذلك بعدة قرون. بيد أنه لا وجود لسجل لهذا البحث. وسرعان ما انقسمت الخلية إلى مجموعتين أولاهما مولفة من أولاء الذين استهواهم التصوّف وممارسة بعض الطقوس (وقد أُطلق على هذه المجموعة اسم «اكوسماتيكوي» Acousmatikoi، أي «أولئك الذين يسمعون»)، والثانية انكب أعضاؤها على تطوير معرفتهم للعدد «وهي مجموع ماثيماتيكوي» Mathematekoi أي «أؤلئك المهتمين بالعلوم»). وإثر ثورة ديموقراطية عنيفة حدثت في جنوب إيطاليا، قُتل عدد كبير من أعضاء هذه الخلية وتشرذم ما بقي من أعضائها. وإذ ذاك انتقلت ماثيماتيكوي إلى تارنتوم، أما أكوسماتيكوي فتحول أعضاؤها إلى أناس يمارسون طقوسا سرية وينتقلون من مكان إلى آخر.

واصلت أفكار فيثاغورس تأثيرها لا في الفلسفة اليونانية وحدها، وإنما أيضا في الفكر الغربي كله حتى حقبة متأخرة. وكانت نظريات أفلاطون حول الروح، وشرحه لخلق بعض الأشياء وخواصها الناجمة عن الأعداد اقتباسات مباشرة من المدرسة الفيثاغورية. وقد كان لعلم الأعداد الفيثاغوري أثر واضح في الشرعة المسيحية. وقد اعتُبر كاليليو من قِبَل أتباعه فيثاغوريا، كما عُدّ كوبرنيك ولايبنتز بأنهما من نفس المدرسة. وقد أثّرت أفكار فيثاغورس في نيوتن الذي كرّس قسطا كبيرا من وقته إلى «الكيمياء القديمة» Alchemy وأمور مماثلة بتأثير من «جاكوب بوم» Jakob Bohme، وهو أحد الفيثاغوريين.

إقليدس

وُلد إقليدس عام 330 قبل الميلاد تقريبا، ويحتمل أن يكون ذلك في الإسكندرية التي مارس فيها التدريس فيما بعد. وألّف كتابه «الأصول»

Elements، وهو كتاب في الهندسة حل محل كل ما كُتب قبله في هذا الموضوع طوال 2000 عام. ويتألف من 13 قسما، ويسرد مواضيعه وفق خطة منهجية تقضي بوضع النتائج بعد كل خطوة في دعوى محددة. ومن كتبه الباقية الأخرى «الظواهر» Phenomena، وهو يبحث في علم الفلك وعلم البصريات. ومات قرابة عام 260 قبلا الميلاد.

يُستهل كتاب الأصول بتعاريف النقطة والمستقيم والسطح والدائرة والمستقيمات المتوازية. بعد ذلك وضع إقليدس خمس أفكار عامة «مسلمات» لا يمكن إثباتها، لكن يمكن قبولها كحقائق بديهية توفر الأساس اللازم لعلم الهندسة. وهناك أيضا خمسة «شروط» شبيهة بالمسلمات يُفترض بأنها واضحة بذاتها، كما أنها قابلة لأن تُبرهَن لا بالمنطق وإنما بالفعل. والمحتوى الرئيسي لهذا العمل مؤلف من سلسلة من «الفرضيات»، وهي عبارات صحيحة تبنى بالاستنتاج بأسلوب منطقي منهجي انطلاقا من المسلمات والشروط.

لا يُجري إقليدس أي محاولة لإيضاح صحة الفرضيات استنادا إلى وقائع من العالم الخارجي، أو إلى أي تطبيق عملي. وهذه مفارقة غريبة إذا علمنا أن كلمة geometry تعنى حرفيا «قياس الأرض» أي «عملية المسح». وطريقته في البرهان هي استنتاجية بكاملها. وهو يعتبر الهندسة نظاما مغلقا من الجدل المنطقي لا يتطلب إدخال أي أمر يتعلق بالتجربة الإنسانية، ولا يُعنى إلا بالحتمية التي ترافق اكتشاف الحقيقة. وبصرف النظر عن حقيقة أن إقليدس لا يورد ذكرا للإلوهية، فمن الممكن أن يكون «الأصول» قد كُتِبَ من قِبل أفلاطون نفسه. وهو يشترط ما يُعدُّ غالبا قواعد لا معنى لها واختيارية، مثل عدم السماح باستعمال أدوات باستثناء الفرجار والمسطرة لرسم الأشكال.

ولسوء الحظ، فقد كانت الروح النقدية غائبة عن الهندسة طوال قرون عدة، بدءا من نشر «الأصول» وحتى عام 1800 بعد الميلاد تقريبا. ولحسن الطالع أو سوئه، فقد كان لكتاب إقليدس تأثير في الرياضيات كلها على نحو لم يجاره فيه أي كتاب آخر أُلّف في تلك الآونة.

وبدعاواه التي عددها 467، والتي نُظِّمت وفق منهج منطقي بحيث يكون كل منها مستندا إلى المبرهنات التي سبقته، وبالإصرار على الاستعانة بأقل

قدر ممكن من الوسائل في سرد مناقشاته المنطقية، فقد رسّخ تفوقه في هذا الميدان.

وقد كان يعد كتاب «الأصول» عملا كاملا لا يرقى إلى مضمونه أي ارتياب مثلما هي الحال في الكتب السماوية. وكان التعرض إلى أي شيء فيه يحتاج إلى شجاعة أدبية نادرة، كأن يقال مثلا إن مسلماته تعاني من بعض العيوب، أو إن عشرات من افتراضاته كانت مؤسسة على ادعاءات حدسية خاصة بإقليدس لم يحللها بما فيه الكفاية.

كان الكتاب أيضا تجميعا لأعمال سابقة يفسدها الحشو والإسهاب والمخالفات المنطقية. وعلى سبيل المثال، فإن ثلاثة أقسام من نظرية الأعداد (الأجزاء VII وVIII وIX) يبدو وكأنها جاءت من مكان مجهول، وهي تكرر نتائج حول الأعداد الصحيحة سبق أن استُنبطت من الأشكال الهندسية. وتعالج هذه الأجزاء أيضا الأعداد الأولية والمتتاليات الهندسية والأعداد الكاملة.

وفي العشرينيات والثلاثينيات من القرن التاسع عشر اقترح كل من يانوس بولياي Janos Bolyai، وهو ضابط في الجيش المجري، ونيكولاي لوباتشيفسكي Nikolai Ivanovich Lobachevsky، وهو أستاذ روسي، وكارل كاوس Carl Friedrich Gauss، عالم الرياضيات الألماني الأبرز في ذلك الوقت، كل على حدة، نوعا جديدا من الهندسة سميت الهندسة اللاإقليدية.

وقد انطلق كل منهم من مسلمات مختلفة عن تلك التي اقترحها إقليدس (مغيرين، على سبيل المثال، المسلمة القائلة إن «المستقيمات المتوازية لا تتلاقى»)، وتوصل كل منهم إلى مجموعة من النتائج المغايرة.

ولم تُستوعب أعمالهم في نطاق «الرياضيات المقبولة» إلا منذ عهد قريب، كما أن هندساتهم مازالت لا تدرَّس إلا في عدد ضئيل من الجامعات العريقة، وهي تبقى نوعا من سر المهنة.

والواقع أن الهندسة الإقليدية كانت مقصورة على المستوى المنبسط ذي البعدين (بغض النظر عن الأجزاء XIو XII وXIII التي عالجت الهندسة المجسمة في الفضاء الثلاثي الأبعاد المنسوب لثلاثية مستقيمات متعامدة مثنى). الهندسة الإقليدية هي نظرة «مسطحة» للفضاء، في حين أن الهندسة اللاإقليدية هي نظرة يتخذ فيها الفضاء شكلا كرويا أو أشكالا أخرى.

لقد كانت الفلسفة العامة لإقليدس والنهج الذي سار عليه في بحوثه مناهضين للتجديد بوجه عام، وللرياضيات «الحديثة» والحاسوبية بوجه خاص. ومن ثم فليس من المفاجئ أن يكون تفكيره محدودا على هذا النحو - ولِمَ يتعين عليه أن يكون معصوما عن الخطأ والانحياز بدرجة أعلى من المحيطين به؟ إن الأمر غير العادي يتجلى في أن نفرا كبيرا من الناس أحاطوا أفكاره بهالة من التقديس ردحا طويلا من الزمن، مع أنه كان يتعين على الأدلة الحسية أن تبين للناس بأن الرياضيات، بل العالم، لم يكونوا البتة على هذا النحو.

الجبر اليوناني

الجبر هو توسيع لقواعد علم الحساب بغية اكتشاف قيم الأعداد المجهولة. ويُنفَّذ هذا بالربط بين المجهول وعدد محدد. ويوجد في تاريخ علم الجبر مجموعة من الأنماط الجبرية تبتدئ «بالجبر البلاغي» الذي يستعمل بصورة أساسية كلمات، والذي كان معروفا عند قدماء علماء الرياضيات في الصين ومصر، وتنتهي «بالجبر المختصر» syncopated algebra الذي يستعمل الكلمات، ولكنه يستعمل أيضا رموزا خاصة تمكِّن من اقتصاد الصيغ في الجبر البلاغي.

ويَرِدُ العديد من الأمثلة على الجبر المختصر في مقتضيات[3] أدبية يونانية مختارة، وذلك في مجموعة من الأغاني والأشعار والحكم والأحجيات بين القرنين السابع والرابع قبل الميلاد. ويُحتمل أن تكون الأحجيات قديمة في الأصل، وتنتمي الآن إلى موضوع يسمى «رياضيات التسلية» recreatioal mathematics. ويبين المثال التالي مستوى المناقشة فيها: قُسِّمت كمية من حبات التفاح بين ستة أشخاص بحيث يكون نصيب الأول الكمية والثاني الثمن والثالث الربع والتالي الخمس. فإذا كانت حصة الخامس 10 تفاحات وبقيت حبة واحدة فقط للسادس، فما هو عدد حبات التفاح؟ (الجواب 120).

وقد انكب أحيانا علماء آخرون في نظرية الأعداد، مثل «إمباليكوس» Imbalichus و«ثيون» Theon و«هيرون» Heron وأرخميدس، على حل مسائل حول الطبيعة كانت ذات صبغة جبرية، بيد أنه لم يكن ثمة منهاج محدد

لعملهم، وإن وجد فقد كان ضعيفا. فقد فشلوا، مثلا، في تأسيس مجموعة من المعارف يمكن مقارنتها من حيث العمق والدقة بالهندسة اليونانية.

بيد أنه بعد صدور كتاب «ديوفانطس» Diophantus بعنوان «علم الحساب» Arithmetika «القرن الثالث بعد الميلاد» تغير الوضع. ولا نعلم شيئا عن ديوفانطس سوى أنه عاش في الاسكندرية. وبعيدا عن كتابه هذا، فإن أحد كتبه يبحث فيما نسميه اليوم «النتائج» corollaries (وهي استنتاجات إضافية يمكن استخلاصها من مبرهنات في علم الهندسة أو غيره من العلوم الرياضياتية)، كما أن له كتابا في الكسور وآخر في «الأعداد المضلعية» polygonal numbers (وهي الأعداد التي تمثل بنقط تكوّن أشكالا هندسية: انظر الصفحة السابقة 84). هذا ولم يبق حتى من كتابه Arithmetika، وهو عمله الرئيسي، سوى ستة فصول من ثلاثة عشر فصلا.

وفي كتابه هذا يعالج ديوفانطس بالتفصيل أنماطا مختلفة من المسائل التي يمكن أن نعتبرها اليوم مسائل جبرية، ويحلها باستعمال طرق جبرية. ومن المحتمل أنه كان يعرف بأن عمله مبتكر، إلا أنه لم يصرح بذلك في سياق كتابه.

ويبدو أنه اعتبره فرعا خاصا من نظرية الأعداد مهمته اكتشاف الأعداد المجهولة التي تحقق شروطا معينة، وهو يستند إلى المتطابقات الجبرية في الجزأين السابع والعاشر من كتاب «الأصول» لإقليدس، إلا أنه (باستثناء أحد الفصول التي تعالج أضلاع المثلث القائم الزاوية) لا يستفيد إطلاقا من علم الهندسة في حل المسائل المطروحة أو إيضاحها.

يعالج ديوفانطس 189 مسألة دون أن يولي اهتماما للمبادئ المجردة أو لشرح القواعد العامة، إذ إنه يهتم بإعطاء حل محدد لكل مسألة مطروحة. وقد يكون كتابه هذا، ككتاب «الأصول» لإقليدس، تجميعا لمسائل موجودة في مصادر قديمة. وكانت حلوله في منتهى العبقرية، إذ نفذها بأسلوب فريد يمكن أن نسميه أسلوب ديوفانطس.

والمسألة التالية وحلها يوفران نموذجا لأعمال ديوفانطس. والمطلوب هو تقسيم مربع عدد إلى مربعي عددين (الحلول الكسرية مقبولة). وإذا أردنا استعمال الصيغ الحديثة فيمكن إيراد حل ديوفانطس على النحو التالي:

ليكن العدد المعطى هو 16
وليكن س2 هو أحد المربعين المطلوبين
إذن فالمربع الآخر هو س2-16
الآن خذ مربعا بالصيغة (م س-4)2
ولتكن م=2
عندئذ نكتب (2س - 4)2 = 16 - س2
أي أن: (2س-4)2 = 4س2 - 16س + 16
= 16 - س2
لذا يجب أن تكون: 5س2 = 16س
وبتقسيم طرفي هذه المعادلة على س
نجد: س = 3/16
وبالتربيع نجد عددا واحدا هو: 25/256
والآخر يجب أن يكون 25/144
وكلا العددين مربع، كما أن مجموعهما يساوي 16.

ويمكننا الآن أن نضع م مساوية للعدد 3 أو 4 أو 5 أو 6... وفي كل مرة نفعل فيها ذلك نتوصل إلى حل مختلف: $\frac{1024}{289}$ و $\frac{3600}{289}$ وهكذا. وبعبارة أخرى فهناك عدد كبير من الحلول الممكنة للمسألة، وهي تنتمي إلى النصف الذي أسميناه المعادلات غير المحددة. إن مثل هذه المعادلات وطرق حلها هي من السمات المميزة لعمل ديوفانطس. وفي الحقيقة، فقد كان يُنسب الفضل في ابتكارها إلى ديوفانطس، وذلك قبل اكتشاف ما أنجزه علماء الرياضيات الصينيون في هذا المجال.

ونجد من الضروري ذكر بعض السمات الخاصة للحل الوارد آنفا. فقبل كل شيء هذا الحل «غير يوناني» بسبب معالجته حالة خاصة (إذ إنه يُقصرُ الطريقة على أخذ العدد 16 مثلا). ولدى معالجة المفكرين اليونانيين لموضوع، فإنهم يوردون عادة الحالة العامة ثم يستخلصون منها جميع الحلول الممكنة. وبإيراد المتغير الجديد م، فإن بإمكاننا الحصول على قاعدة عامة يمكننا استعمالها (دون أن نذكر البتة أعدادا فعلية بل نتوصل إلى قاعدة عامة) ومن ثم نستنتج جميع الحلول الممكنة. إن استعمال م يسمح لنا بتعويض قيم مختلفة «للرمز م» وهذا يُضفي درجة من العمومية على الجواب. لكن ديوفانطس لا يقوم بهذا الإجراء، كما أنه لا يستعمل رمزا عامّا آخر، وليكن ن، عوضا عن العدد 16.

ولدى حل معادلات ديوفانطس نستعمل الإجراءات المألوفة في علم الحساب. فنحن نحسب الجذور والقوى، ونستعمل قواعد فك المربعات لمجموع حدين ولحاصل طرحهما. والحلول الوحيدة المقبولة هي الأعداد الصحيحة أو الكسور. كان ديوفانطس أيضا أول من أدخل الرموز في الرياضيات اليونانية (بعد البابليين): فقد استعمل آخر حرف يوناني «ع» للدلالة على كلمة arithmos التي معناها «عدد». وكان من السمات المميزة لطريقته لدى وجود مجهولين أن يبدأ دوما بالتعبير عن أحدهما بدلالة الآخر. والرمز الآخر الوحيد الذي استعمله، وهو إشارة الطرح، كان قد استُعمل قبله بقرنين من قبل «هيرو» Hero الإسكندري.

وبسبب الطبيعة العملية للمسائل التي طرحها ديوفانطس (المتعلقة بالنقود مثلا) فلم تنسب المؤسسة الرياضياتية اليونانية إليه أي سمة من سمات التفرد والأصالة، واعتُبرت إسهاماته لا تعدو كونها شكلا منحطا من نظرية الأعداد، واعتُبر هو أنه مازال في بداية الطريق المؤدي إلى الجبر الرمزي. إنه أسير، بل ضحية إلى حد ما، للهجوم الفيثاغوري ـ الأفلاطوني على العلوم التجريبية.

الإسهام اليوناني في الجبر الرمزي

إن صمويل جونسون Samuel Johnson، الذي كان دائما متأكدا من صحة آرائه، معتقدا بأن كل ما يقوله يجب أن ينتشر ويسود، قال ذات مرة: «يمكن لكل شخص أن يأخذ من اليونانية بقدر ما يستطيع». ومن الواضح أن جونسون لم يتعلم الرياضيات بالنمط التقليدي، إذ إنه لو فعل ذلك لكان من المحتمل أن يكون له رأي آخر في الحروف اليونانية، وعلى الأقل عند استعمالها كأعداد. وقد لا تكون هناك حاجة لمناقشة هذه الحالة إذ يكفي أن تعرض إحدى مسائل ديوفانطس بالرموز الحديثة وبالرموز اليونانية، ثم تجعل الفروق بين العرضين تتحدث عن نفسها.

والمسألة التي سنختارها تكمن في إيجاد عددين بحيث يكون مجموعهما ومجموع مربعيهما عددين مُعطيين. فإذا اخترنا الخطوات التي علينا سلوكها على نحو غير عشوائي كليا فإننا نقول: ليكن مجموع العددين المطلوبين، بعد أن وجدناهما، يساوي 20، وليكن مجموع مربعيهما يساوي 208. وباتباع

أسلوب ديوفانطس نعبر عن العددين المطلوبين بدلالة مجهول واحد (وليس اثنين): 10 زائد س و10 ناقص س. ونحن نعلم من الجزء VII من كتاب إقليدس أنه إذا ربَّعنا مجموع هذين العددين، فإننا نجد مربعين ضلعاهما يساويان 10 وس بالترتيب. وهذا صحيح في كلتا الحالتين. وزيادة على ذلك، ففي الحالة الأولى علينا أن نجمع مستطيلين ضلعا كل منهما هما 10 وس. وفي الحالة الثانية، علينا أن نطرح هذين المستطيلين من مجموع المربعين. فلو جمعنا الآن هاتين النتيجتين، فإن المستطيلين اللذين جُمعا في الحالة الأولى يُحذفان بالمستطيلين اللذين طُرحا في الحالة الثانية. وعندما نطرح 200 من كلا طرفي المعادلة نجد ضعف مربع أحد العددين المطوبين. وإذ ذاك يصبح من السهل العثور على العدد الآخر.

وهذه المسألة وحلها واردان رمزيا بالرموز الحديثة والأسلوب اليوناني على النحو التالي:

الترجمة العربية	
ليكن مجموع العددين	20
ومجموع مربعيهما	208
وليكن العددان هما	10 - س و 10 + س
وبالتربيع نجد	$س^{2}$ + 20 س + 10
	$س^{2}$ - 20 س + 100
وبجمع هذين المربعين نجد المعادلة	2 $س^{2}$ + 200 = 208
وبطرح 200 من كلا الطرفين نجد	2 $س^{2}$ = 8
وهذا يجب أن يعني أن	$س^{2}$ = 4
ومن ثم فإن الحل	س = 2

هيباتيا

حين غزا الإسكندر الأكبر مصر عام 332 قبل الميلاد، أسس مدينة الإسكندرية، وفي غضون قرن من الزمان أضحى عدد سكانها قرابة مليون نسمة، كما أنها حلت محل أثينا كمركز ثقافي لبلاد الإغريق. وكان في عداد الأساتذة الذين كانوا يدرِّسون في الجامعة (التي كانت تسمى «المتحف الشهير» Famous Museum) عالم الرياضيات «ثيون» Theon، الذي ذاع صيته

عقب البحث الذي أجراه عن كتاب إقليدس «الأصول» وكتاب ديوفانطس «علم الحساب». وقد كان ثيون من أتباع فيثاغورس وتكفل بتثقيف ابنته «هيباتيا» Hypatia (علما بأنه بعد فيثاغورس بسبعمائة سنة كان من النادر جدا أن تتلقى المرأة أي نوع من أنواع التربية الفكرية).

وقد تألقت هيباتيا في الدروس التي كان والدها يقوم بتعليمها إياها إلى درجة أنها عُينت أستاذة للرياضيات والفلسفة في نفس المعهد المرموق للدراسات المتقدمة الذي كان والدها يدرِّس فيه. ونظرا إلى أنها سارت على نهج والدها، فقد كانت وثنية وأفلاطونية وفيثاغورية. هذا وقد تميزت محاضراتها في الرياضيات بشعبية واسعة جعلت الكثير من الطلاب الأجانب يواظبون على حضورها. وكما جرت العادة فيما يتعلق بالمدرِّسات الإناث في العصور القديمة، فقد نُسِجَتْ قصص عن جمالها، كان بعضها يقول إنها كانت تحاضر من وراء حجاب لإخفاء جمالها الفتان عن الحاضرين من الطلاب خوفا من صرف انتباههم عن محتوى محاضراتها.

وفي أيام هيباتيا كانت الجامعة، والمعرفة عامة، قد بدأتا بالانحدار منذ سنوات عديدة خلت. فمنذ موت بطليموس قبل قرنين لم يحدث سوى تطورات جوهرية قليلة في الرياضيات والعلوم الطبيعية والفيزيائية. وكما أن نفوذ مدرسة أرسطو طاليس هيمن على التعليم الوثني، فإن السلطة الإكليركية المطلقة للكنيسة المسيحية شلّت مناقشة المسائل الفكرية واستعاضت عن العقل كمعيار للحقيقة بالإيمان. هذا وإن توقع قرب العودة الثانية للسيد المسيح، وهي ما كان يبشر بها أتباعه، جعلت الناس لا يُعْمِلُون عقولَهم كما يجب: إذ لم يعد بهم حاجة للقيام بالمزيد من المحاكمات العقلية.

لم يكن لهيباتيا، وهي من المنتمين إلى المدرسة الأفلاطونية المحدثة، أي صلة بهذه المواقف. كذلك فإنها اعتادت على إشراك من تصادفهم من عابري السبيل في شروح ديالتيكية لبعض المسائل الفلسفية. وقد أدت هذه السمات التي ميزت شخصيتها، وكذلك اهتماماتها في السياسة المحلية، إلى موتها. فقد وُجهت إليها انتقادات من قِبَلِ «سيريل» Cyril بطريرك القسطنطينية المتعصب، و«أوريستس» Orestes الوالي الروماني «الوثني» للإسكندرية، الذي كان واحدا من أصدقائها وتلامذتها السابقين. وطبقا لما ذكره المؤرخ سكولاستيكس فقد التقى جمهرة من الرعاع المؤيدين للبطريرك

هيباتيا مصادفة خلال تظاهرة ضد الرومان كانت تسير في الشوارع. ولما كان المتظاهرون حانقين أشد الحنق على الشرور المعروفة للفلسفة الوثنية، وعلى الدعم الذي كانت تقدمه هيباتيا للطاغية الروماني، فقد اقتادوها إلى الكنيسة ثم جردوها من ملابسها وقتلوها ومن ثم أحرقوا جثتها.

قد يكون من المريح الانتقال من الحديث عن هذه الحادثة الشنيعة التي حدثت لهيباتيا إلى أعمالها في الرياضيات. فقد كتبت عددا من المؤلفات أرادتها كتبا جامعية لطلابها. وكان من بينها كتاب علّقت فيه على ملاحظات ديوفانطس على كتاب «القطوع المخروطية» الذي ألفه أبولونيوس، وكتاب آخر أوردت فيه تحليلا للنسخة التي أخرجها والدها لكتاب «الأصول» لإقليدس. وعلاوة على ذلك، فقد ابتكرت مجموعة من الآلات، وهي اصطرلاب للأرصاد الفلكية، وجهاز للتقطير، وأداة لقياس الرطوبة الجوية، وأخرى لقياس مستوى الماء. ولكن، ولسوء الحظ، لم يتبق شيء من هذه المنجزات من كتابات أو آلات.

وفي الحقيقة، فإن اهتمامات العلماء الذين أتوا من بعدها كانت منصبة على كيفية موتها أكثر من اهتمامهم بإنجازاتها العلمية. وقد اعتبرت الأجيال اللاحقة من المفكرين والعلماء وأعداء الكاثوليكية أن قتلها من قِبَل الرعاع المسيحيين هو رمز للاضطهاد الفكري. هذا وقد كانت آخر العلماء الوثنيين، كما أن تاريخ موتها (عام 415) تزامن مع السنة الأخيرة من الإمبراطورية الرومانية وبداية عصور الظلام. وتجدر الإشارة إلى أنه طوال 1000 سنة، أو نحو ذلك، لم تحدث في أوروبا المسيحية أي تطورات جوهرية في العلوم. وفي عام 640 دخل العرب مدينة الإسكندرية، وقضى على ما تبقى من محتويات مكتبتها الشهيرة، كما أن علماءها وكيميائييها ومنجميها هربوا غربا من الفاتحين. ومع أنهم حملوا معهم العديد من المخطوطات الثمينة، إلا أنها ضاعت بعد ذلك إلى الأبد. لكن العرب أنقذوا ما بقي منها. وقد قام العرب في عهود بعض الخلفاء المتنورين بتنفيذ برنامج للترجمة كان من شأنه تطوير علوم الغرب. وفي الوقت الذي كانت أوروبا المسيحية غارقة في الفوضى الفكرية والبربرية، قام العرب باستغلال كل المصادر العلمية المتاحة من يونانية ومسيحية ويهودية، الأمر الذي أدى إلى إنشائهم نهضة علمية مرموقة.

7 الصلة الغرامية للهنود بالعدد

كان لسكان شبه الجزيرة الهندية منذ حضاراتهم الأولى، اهتمام كبير جدا بالأعداد. وعلى سبيل المثال، فقد استخدم شعب موهنجو دارو، إحدى حضارات وادي إندوس، (2550 - 1550 قبل الميلاد) النظام العشري البسيط، وكانت لديهم طرائق للعد وللوزن وللقياس متقدمة جدا على معاصريهم من المصريين والبابليين ويونان ميسينا. شارك الغزاة المتعاقبون (الآريون في القرن السادس عشر قبل الميلاد، والفرس في القرن السادس قبل الميلاد، واليونان بزعامة الإسكندر الكبير في القرن الرابع قبل الميلاد) جميعا بنصيب في الازدهار الثقافي الهائل (الذي لم يكن في الرياضيات أبدا) والذي بلغ أمجاده الأولى في عهد جوبتا (القرن الرابع بعد الميلاد وما بعده)، ثم ازداد غنى بالعلماء الصينيين والعرب في وقت كانت فيه معظم أوروبا متخلفة حضاريا.

لم توجد منذ عهد الآريين أي قوى حضارية أخرى ضاهت تأثير الهندوسية في المجتمع الهندي وفي الحياة الفكرية. وقد نجت الديانة الهندوسية ولغتها السنسكريتية المقدسة ونظامها الطبقي من تأثيرات القادمين إليها الذين كانوا ينتمون إلى جميع

«لا يتخيلن أحد أن الرياضيات صعبة أو أنها لا تنسجم مع الفطرة السليمة»
وليم طومسون، لورد كلفن

أنماط التقاليد الحضارية الغريبة عنها، من البوذيين الصينيين إلى المسلمين، ومن الزرادشتيين إلى المسيحيين الإنكليز. وكانت أهم مساهمة للهندوس في المعرفة العالمية، في ميدان الرياضيات، النظام العشري الذي بَنَوْهُ باتِّباع طرائق «موهنجو دارو» Mohenjo Daro في العد، وأتموه بثلاثة اكتشافات هي:

أولا: استخدام رموز عددية خاصة غير مرتبطة بأي تأثير خارجي مثل الحروف الهجائية أو صور أصابع اليد أو القدم.

ثانيا: استخدام نظام منازل تتوقف فيه قيمة أي رقم على موضعه في رتبة (خانة) الآحاد أو العشرات أو المئات أو الألوف وهكذا....

ثالثا: وهو أهم جميع الاكتشافات ويمثل معلما حيويا يوازي اكتشاف الدولاب في تاريخ الحضارة، إنه استخدام رمز الصفر لبيان أن الموضع الذي يشغله لا يضيف شيئًا إلى العدد. كانت هذه المكتشفات نتاج قرون من التفوق الهندوسي في الحساب والجبر وعلم المثلثات. كان علم المثلثات إلى حد ما، اختراعا هنديا يستخدم مزيجا من الهندسة والجبر، ويفيد في حساب الأطوال والزوايا. وكان أول استعمال لهذا العلم في الفلك الهندي، وأضحى له أهمية كبيرة في أعمال المسح والرسوم الهندسية.

الهندسة الهندوسية والمذابح (الفيداوية)

استنادا إلى الـ«ريج فيداس» Rig-Vedas، وهي كتب مقدسة للديانة الهندوسية تعود إلى زمن بعيد، يجب على كل ربِّ أسرة ذكر أن يؤدي يوميا أعمالا تعبدية معينة تسمى بورفاس. وعليه لتحقيق هذ الهدف أن يوقد في بيته ثلاثة أنواع من النار تحمي بيته، وعليه أن يحفظ النيران بوضعها في مذابح ذات تصميم خاص. كانت هذه النيران تُعْرَفُ بالأسماء «دَكْشِيِّنا» و«كَارَ هابَاتِّيَا» و«أهَاڤَانِيَا». ويجب أن تبنى هذه المذابح، المصممة لتدرأ النيران، وفق خطط مصممة تربط بين أشكالها ومساحاتها.

أما الاحتفالات الأكثر إتقانا، فكانت تقام في مذابح متطورة. وكانت بعض الاحتفالات تجرى على مراحل من مذبح خاص إلى آخر.

كانت المذابح تُصنع من القرميد بدقة ووفق قياسات مقدسة، وكانت مساحاتها مرتبطة فيما بينها بأشكال بسيطة، فمثلا يمكن أن تكون مساحة

مذبح ضعفي أو ثلاثة أضعاف مساحة المذبح التالي. ولحساب الأبعاد الصحيحة برزت الحاجة إلى معرفة دقيقة للهندسة.



مذبح أهافانيا



مذبح كارهاباتيا



مذبح دكشينا

يمكن مثلا أن تكون المسألة هي إنشاء مذبح مربع مساو في المساحة لمذبح دائري مفروض. وهذا الحساب ليس سهلا أبدا، ويتطلب معرفة قيمة دقيقة لـ π، ولصيغتي المساحة للدائرة والمستطيل. بناء على هذا فلقد أدت الشؤون الدينية لرؤساء الأسر الهندوسية إلى رفع المستويات الحسابية لكل شخص له علاقة بها.

سجلت الإرشادات التفصيلية لكيفية إنشاء المذابح في سولفا سوتراس، وهي توسيعات للنصوص المقدسة الواردة في ريج ڤيداس («سَامْهِيتَا» و«تَيْتِرِيَا سَامْهِيَتا» و«تَيْتِرِيَا بْرَاهْمَانَا»). تعني كلمة سولفا، حبل، وهذه التسمية السنسكريتية الأصلية للهندسة (وللسبب ذاته عُرِفَ مساحو المعابد المصرية باسم «شَادِّي الحَبْل»).

هناك سبعة «سُولْفَا سُوتْراسْ»، يسمى كل واحد منها باسم الحكيم الذي ألفه في ما بين 800 و500 قبل الميلاد. يوضح السوتراس بعض الإنشاءات الهندسية البسيطة وبعض المبرهنات التي تتصل بالمثلثات والمستطيلات والدوائر. ولكنها لا تقدم معالجة منهجية للهندسة، إنما تقدم مساعدات للديانة ليس غير. كما أنه لم يَبنِ عليها الرياضياتيون شيئا فيما بعد.

إن المبرهنة حول العلاقة بين المربعات المنشأة على أضلاع المثلث القائم الزاوية والتي تنسب حاليا خطأً إلى فيثاغورس كانت معروفة في الهند القديمة وتستخدم على نطاق واسع. كما وجدت في سولفاسوتراس ثلاثيات فيثاغورس التي تعطي أطوال أضلاع المثلث القائم مثل (3 ، 4 ، 5) و(5 ، 12 ، 13) و(7 ، 24 ، 25) و(8 ، 15 ، 17) و(12 ، 35 ، 37)، ومن الممكن أن تكون هذه، شأنها في ذلك شأن معارف رياضياتية هندوسية أخرى، قد طورت من منابع أخرى. فهي قد عرفت أيضا لدى البابليين والمصريين والصينيين، وكانت

جميعها على صلة تجارية مع الهند ذلك الزمان.

وعلى نقيض اليونانيين لم يكن الرياضياتيون الهندوس مرتبكين باللاقياسية، أي أن بعض الأعداد لا تنتهي أبدا ولا يمكن حسابها بدقة تامة. أقلقت الأعداد الصماء وغير المنطقة الإغريق لأنهم كانوا يعتقدون أن الله خلق العالم من الأعداد الصحيحة. أما الهندوس، الذين لا يحملون مثل هذه الأفكار، فلم يكن لديهم سبب لهذا الذعر.

كتب العلماء الهندوس مسائلهم في الرياضيات، بوجه عام، شعرا، واستخدموا كلمات جميلة وجذابة لتشجيع الطلاب، كما تعاملوا بشيء من الدعابة المقصودة مع الأعداد الكبيرة كبرا يفوق التصور، واستخدموا موضوع الرياضيات للتسلية.

وقد طبعت هذه الصلة الغرامية بالأعداد والمختلفة عن ذلك الرعب أو تلك المهابة لدى الشعوب الأخرى (كشعور اليونانيين أن الأعداد جزء من سر مقدس) الرياضيات الهندية منذ عهود قديمة.

رياضيات «جَاينَا»

كان لدى مركز جَايْنَا الديني في پَاتالِيبُوتْرَا (پَاتْنَا الحديثة في شمال شرق الهند) مدرسة استمرت عدة قرون ما بعد القرن الأول قبل الميلاد. كان مؤسس طائفة «المهاريفا» الذي عاش في القرن السادس قبل الميلاد، رياضياتيا؛ وكانت الرياضيات جزءا من التعليم الديني في جاينا على الدوام. تعامل عدد من النصوص المقدسة مع كانيتا نيوغا، أي نظام إجراء الحسابات. ومن الممكن أن يكون فيثاغورس وبلاتو درسا أفكار جاينا في الرياضيات. ومن المحتمل كذلك أن «أريَابْهَاتا»، ذلك الرياضياتي الهندي الكبير المعروف الذي جاء بعد ألف سنة، كان منضما لهذه المدرسة.

إن الأرض، استنادا إلى علم الكونيات لدى جاينا، هي دائرة ضخمة مقسمة إلى سبعة أجزاء متساوية بست سلاسل جبلية متوازية تمتد من الشرق إلى الغرب، وكان عدد سكانها يقبل القسمة على 2 ستا وتسعين مرة، فهو إذن عدد من رتبة 10,000 مليون مليون مليون مليون.

واستنادا إلى نص ستهاناكا سورتا (300 ق.م) فإن عدد المواضيع التي اهتمت بها رياضيات جاينا، عندما كانت المدرسة في ذروتها، هو عشرة.

بَاريَكرْمَا: عمليات الحساب الأربع.
فِيافَا هَارَا: تطبيقات محددة لمسائل.
رَاجُّو: الهندسة.
رَاسِي: الهندسة الفضائية.
كَالاسَافَارْمَا: الكسور.
يَافَاتْ ـ تَاوَاتْ: (أو الأعداد المجهولة): الجبر.
فاركا: المربعات.
فاركا ـ فاركا: القوى والجذور.
غانا: المكعبات.
فَيكَالْبَا: التباديل والتوافيق.

تنص نظرية جاينا في الأعداد على أن الأعداد ثلاثة أصناف: قابلة للعد «عدودة» وغير عدودة ولا نهائية. تبدأ الأعداد العدودة من الاثنين وتتقدم بواحدات إلى أكبر عدد ممكن، ويمكن تصور هذا العدد الكبير على أنه العدد الكلي لبذور الخردل البيضاء الضرورية لتغطية الأرض بكاملها وملء المحيطات والوديان. وإذا ما وصلنا إلى ذلك بالعدّ، يمكن أن نتابع في مراحل لنصل إلى اللانهاية. نتابع في المرحلة الأولى لنصل إلى مربع أكبر عدد عدود، ثم المرتبة الرابعة فالثامنة وهكذا... ولا يوجد عدد غير عدود واحد، بل يوجد الكثير منها. وعندما نصل إلى اللانهاية فإننا نحتاج إلى إعادة الخطوات مرة أخرى.

إن سبب هذه المقدمة الأخيرة غير المعتادة هو اعتقاد الجاينيين بوجود خمسة أنواع من اللانهاية. فهناك اللانهاية الموجبة وهي اللانهاية في اتجاه واحد، واللانهاية السالبة، ويمكن الوصول إليها بالعد في الاتجاه المقابل بدءا من ناقص واحد، وهناك اللانهاية بدلالة المساحة، ولانهاية الزمن.

(لم يكن الافتتان بالأعداد الكبيرة جدا في الواقع، حكرا على الجاينيين، بل هو صفة مميزة للهنود عموما. ففي «لاليتْها فِيْستَهِيرا»، وهو كتاب بوذي يرقى إلى القرن الأول قبل الميلاد، خضع بوذا لاختبار في النظام العشري أجراه له الرياضياتي «أرْجُونا». كان أحد الأسئلة أن يذكر بوذا أسماء الأعداد بالتفصيل، بحيث يفصل بين العدد والذي يليه 100، انطلاقا من العدد 10 مرفوعا إلى القوة السابعة (كُوتِي واحد، وهذا يساوي 10 ملايين) ليصل إلى 10 مرفوعا إلى الأس 53. كذلك كان للأعداد الكبيرة في القياسات الزمنية الهندية القديمة مظاهر مذهلة. فَپُورْفَا واحدة، مثلا تساوي

000 , 000 , 000 , 600 , 75 سنة، و«شيِّرشَا بْرَهَالِيكَا» واحدة تساوي العدد 00 , 400 , 8 مرفوعا إلى الأس 28 يورفا.

وأخيرا، فلقد كان الرياضياتي الجياني (هَالايُودْهَا)، الذي عاش في القرن الثالث قبل الميلاد، هو أول من تعرّف المثلث الحسابي الذي ينسب الفضل فيه إلى پاسكال (يفضِّل أن يسمى المثلث قاعدة مِيرُو ـ پَاسْتِيرَا التي اكتُشفت قبل پاسكال بثلاثة عشر قرنا). يعطي هذا المثلث معاملات الحدود في مفكوك ذات الحدين $(a + b)n$. كما أن هذا المثلث أساسي في حساب الاحتمالات (انظر الصفحة 183).

الساحق

كانت المعادلة غير المحددّة والتي عُرفت في الصين القديمة كذلك (انظر الفصل الخامس) موضع دراسة مستفيضة للرياضياتيين الهنود. ليس لهذه المعادلة حل وحيد فقط، بل لها عدد كبير من الحلول. أنت تختار الأكثر ملاءمة وتشير إلى وجود حلول أخرى. اشتغل الرياضياتيون الهنود منذ زمن مبكر في مثل هذه المسائل، وأعطى معلم الرياضيات الهندي الأول ذو الشهرة العالمية أرْيَابْهَاتَا (475 - 550) طريقة لحل المعادلات غير المحدّدة من الدرجة الأولى تعرف بطريقة الكُوتَّاكَا (الساحق). وتشير هذه الطريقة إلى أنك عندما تعمل بعددين فإنك تضربهما معا بقوة إلى أن يُطحنا أويُسحقا، يُضم الحطام ثانية لنحصل على حل المعادلة الأصلية.

إن نوع الوضع الواقعي المنسوب إلى دراسة أريابهاتا، مماثل للحل غير المعين المعطى في الحالة الصينية، ولكن طريقة الساحق لحل المسائل أبسط من الطريقة الصينية وأكثر تطورا في آن واحد. تمكننا المعادلة غير المحدّدة من الوصول إلى عدد عندما لا نعرف سوى بواقي قسمته على متتالية من أعداد أخرى. لنفرض مثلا أننا نبحث عن عددمجهول باقي قسمته على 137 هو 10، ولكنه يقبل القسمة على 60. يمكن وضع هاتين العلاقتين في شكل معادلة من الدرجة الأولى:

$$137x + 10 = 60y$$

يبدأ الساحق بالقاسمين 137 , 60. يقسم الكبير على الصغير، ثم يُجْري عمليات قسمة متتالية على البواقي الجديدة كما يتضح في الجدول التالي:

نشكل الآن الجدول

*2	2	2	2.	297.
*3	3	3.	130.	130.
*1	1.	37.	37.	
*1.	19.	19.		
18.	18.			
1.				

2 *
60) 137
120
17 (الباقي)

3 *
17) 60
51
9 (باقي)

1 *
9) 17
9
8 (باقي)

1 *
8) 9
8
1 (باقي)

X=130
Y=297

إن مصادر العددين في العمود الأيمن من الجدول العلوي هي كما يلي:

1- 2، 3، 1، 1 هي على الترتيب خوارج القسمة.

2- 18 عدد اخترناه بحيث إذا ضربناه بالباقي الأخير 1 وطرحنا من الناتج 10 (المستخلصة من المعادلة الأصلية) نحصل على عدد يقبل القسمة على 8. أي أن الباقي الأخير يجب أن يكون:

$$1 \times 18 - 10 = 8$$

3- هذه الأعداد:

$$18 \times 1 + 1 = 19$$

$$19 \times 1 + 18 = 37$$

$$37 \times 3 + 19 = 130$$

$$130 \times 2 + 37 = 297$$

قد اتبعت بنجوم صغيرة (علامات) في الجدول.

إن أحد حلول المعادلة هو 130 = x، 297 = y. يمكن الوصول إلى حلول أخرى بإضافة (أو طرح) مضاعفات 60 من x للحصول على قيم جديدة لـ x

وإضافة (أو طرح) مضاعفات 137 للحصول على قيم جديدة لـ y:

X = 10 , 70 , 130 , 190 , 250 ... إلخ ونتابع بإضافة 60.

y = 23 , 160 , 297 , 434 , 571 .... ونتابع بإضافة 137.

وبسلوك هذا الأسلوب نحصل على عدد غير منته من الحلول.

يصعب متابعة عملية الكوتّاكا، ولكن من المفيد تقديم مثال آخر. لتكن لدينا المعادلة غير المحددة.

$$19\,x + 5 = 12\,y$$

19 x + = 12 y

1 *						
12)19						
12		*1	1	1	1.	59.
7	(الباقي)	*1	1	1.	37.	37.
		*1	1.	22.	22.	
1 *		*2.	15.	15.		
7)12		7.	7.			
7		1.				
5	(باقي)					
1 *						
5)7						
5						
2	(باقي)					
2 *						
2)5						
4						X=37
1	(باقي)					Y=59

إن مصادر العددين في العمود الأيمن لهذا الجدول هي كما يلي:

1- 1 , 1 , 1 , 2 هي على الترتيب خوارج القسمة.

2- 7 عدد اخترناه بحيث إذا ضربناه بالباقي الأخير 1 وطرحنا منه الناتج 5 (المستخلص من المعادلة الأصلية) نجد عددا يقبل القسمة على 2، أي يجب أن يكون الباقي الأخير 2 = 5 - 7 x 1.

3- أُتبِعَت الأعداد

$7 \times 2 + 1 = 15$

$15 \times 1 + 7 = 22$

$22 \times 1 + 15 = 37$

$37 \times 1 + 22 = 59$

بنقاط (علامات) في الجدول

لذلك فإن حلول المعادلة الأصلية هي:

X = 1 , 13 , 15 , 47 , 49، ونتابع بإضافة 12.

Y = 2 , 21 , 40 , 59 , 78، ونتابع بإضافة 19.

إن (الكوتَّاكا) طريقة متطورة جدا وتدل على فهم عميق لنظرية الأعداد. قام أريابهاتا كذلك بدراسات معمقة مماثلة في حقول أخرى. حَسَبَ r ووجد لها القيمة $\frac{62,832}{20,000}$، وهذه تساوي تقريبا 3,1416 (كما أدرك أن هذه القيمة تقريبية. إنها، مع ذلك قيمة محسنة لقيمة أرخميدس الواقعة بين $\frac{22}{7}$ و $\frac{223}{71}$ أي أنها بين 3,1408 و3,1428). ووضع كذلك أساسا لعلم المثلثات بوضعه جدولا للجيوب الذي حل محل جدول بطليموس للأوتار في الحسابات الفلكية، وأكد قبل كوبرنيكوس بعدة قرون أن دوران السماء وَهْمٌ سببه دوران الأرض حول محورها. وبعبارة أخرى، فإن الراصد هو الذي يتحرك وليست السماء.

بْهرَا مَاكُوبْتَا (598 - 665)

ولد بهراما كوبتا في السند (باكستان حاليا)، وكان فلكيا قياديا. إن أعماله المشهورة هي بْهْرَاما سْفُوتَا سِيْد هَانْتَا (كتاب في الفلك يحوي ستة فصول في الرياضيات) وخَانْدَا خَادْيَا، المؤَّلف عام 665. نجد في أعماله عرضا مميَّزا للتعقيد والتفوق الطاغي للرياضيات الهندية في هذه الحقبة المبكرة.

قدم بهراما كوبتا المعالجة المنهجية الأولى للأعداد السالبة وللصفر بما في ذلك القواعد الدقيقة لضرب الأعداد الموجبة والسالبة وللضرب بصفر وللقسمة عليه. قَبِلَ الصفر على أنه عدد بحد ذاته، وليس فقط لأنه ملائم للإشارة إلى المنزلة الخالية في العدد. قدم كذلك حلا عاما للمعادلة التربيعية وأدرك أن لها جذرين حتى ولو كان أحدهما سالبا (فللمعادلة $X^2 - 4 = 0$

مثلا الحلان 2 = X و 2- = X).

إن إدراك وجود حلين أو جذرين للمعادلة التربيعية قد نقله العرب في ترجماتهم وتطويرهم للجبر الهندي. وقد أعاد الرياضياتيون الغربيون اكتشاف ذلك بعد موت بهراماكوپتا بألف سنة. أعطى بهراماكوپتا كذلك الحل العام للمعادلة الخطية (من الدرجة الأولى) غير المحددة.

$$ax + by = c$$

على الشكل $x = p + mb$, $y = q - ma$ بفرض أن p وq أي حلين. وتعطي قيم مختلفة لـ m (أي m1, m2, m3... إلخ) مجموعة من القيم لـ x وy.

عرض بهراماكوپتا كذلك المعادلة غير المحددة:

$$X^2 = 1 - Py^2$$

للحل. (سمى أولر هذه المعادلة فيما بعد خطأً معادلة «بيل» Pell.)

تبنى بهراماكوپتا طريقة لإعطاء عدد من الحلول للمعادلات غير المحددة. إن الكثير من أمثلته لا تختلف جوهريا عن معادلات ديوفانطس (انظر الفصل السادس). وهذا يدفع إلى الظن أن لأعمالهما مصدرا مشتركا يمكن أن يكون جبر البابليين. وليس هناك أي دليل يشير إلى أي أثر للإغريق في الرياضيات الهندية.

بْهَاسْكَارَا (1114 - 1185)

ولد بْهَاسْكَارَا في بِيجَّادْهَا بِيدَا في ولاية مَايْسُورْ. لا يعرف عنه شيء سوى كتابه سَيْدْهَانْتَا سِيُومَانِي (جوهرة الرياضيات) الذي كتبه عام 1150. يقع الكتاب في أربعة أجزاء:

- لِيَلافَاهْتي (الجميلة) في الحساب.
- بِيَجاهَانِيتَا (الجبر).
- كُولادْهَايَا (في الكرة السماوية).
- كْرَاهَاكَانِيتَا (في الكواكب).

كُتب ليلافاهتي شعرا مع تعقيب نثري. إنه عمل مبتكر يبحث في المقام الأول في الحساب مع بعض الهندسة. وفيه فصل حول طريقة كوتّاكا. ويفترض أن بهاسكارا كتب هذا النص ليصرف ابنته عن الرومانسية البعيدة عن الحكمة. يحمل الكتاب اسمها ليلافاهتي وكُتب بأسلوب جذاب رقيق.

لنقرأ مسألة نموذجية منه:

يابنتي الصغيرة عندما هطلت الأمطار الموسمية طار من بجعات البحيرة عدد يساوي عشرة أمثال الجذر التربيعي لعددها، بعيدا إلى ماناسا ساروفار، وذهب ثُمْنُ عددها بعيدا إلى غابة تُدعى ستهالا بادميني، وبقي في البحيرة ثلاثة أزواج تتبادل إشارات الحب. فما هو العدد الكلي للبجعات التي كانت في البحيرة؟

(الجواب 144).

تحقق هذه الطريقة في تقديم المسائل هدفين. فهي خيالية ومن ثم فهي تحافظ على انتباه الطالب دون أن تصرف انتباهه عن الحقائق المهمة في المسألة، وتعرض طرائق رياضياتية ذات صلة بحلول مسائل واقعية (حتى ولو كانت هذه بدهية تماما). يتدرب الطالب منذ المراحل المبكرة على انتخاب معطيات مناسبة، ويبتعد عن الابتذال. إنه أسلوب إنساني يرسخ في الطالب اهتمامات دون أن يسخر من قابلياته أو من عدم نضجه.

ترينا مسألة أخرى من كتاب بيجاهانتيا أسلوبا مشابها بزخرفة أقل: يلعب داخل غابة فريق من مجموعة من القردة يساوي مربع ثُمن عدد أفراد المجموعة، أما البقية، وعددها 12، فتلعب على هضبة مجاورة. يزعج صدى لعب القردة على الهضاب المجاورة القردة في الغابة. كم هو عدد القردة؟

(الجواب 16 أو 43 وكلاهما حل مقبول)

وفي مسألة ثالثة من الكتاب ذاته معادلة لها جذران، لكن أحدهما غير مقبول:

انشطرت مجموعة من القرود إلى فريقين. فريق، عدده مربع خُمس العدد الكلي ناقصا ثلاثة، ذهب إلى كهف في الغابة، في حين تسلق الفريق الثاني المكون من قرد واحد فقط شجرة. فما هو العدد الكلي ($x = 50$ أما الحل الآخر، $x = 5$، فهو غير مقبول).

حل بهاسكارا في الكتاب ذاته المعادلة التكعيبية

$$X^3 - 6X = 12X + 35$$

بكتابتها على النحو التالي:

$$X^3 - 6X^2 + 12X - 8 = 27$$

$$(X - 2)^3 = 3^3$$

ومن ثم فإن:

$$X - 2 = 3$$

$$X = 5$$

الإسهام الهندي

تنشأ مشاكلنا الرئيسية في تقييم الإسهام الهندي في العدد من عدم وجود اهتمام تقليدي مستمر لعلماء الغرب بدراسة تطور هذا الإسهام وتاريخه. إن لتاريخ الهند أوجه شبه بتاريخ أمريكا الوسطى، وإن الحضارات القديمة للإنكا والأزتيك والمايا قد بلغت تقريبا مستوى الحضارة الهندية من حيث الثراء والمادة والقيم الروحية. وصلت المايا تقريبا إلى المرحلة ذاتها في عملها في العدد (ليس من الواضح تماما من أين جاء الدفع الأصلي لهذا النشاط، هل هو من الصين أم من البابليين أو من أي حضارة قديمة أخرى). بيد أنه لما كانت الديانة المسيحية قد احتكرت تماما المدارس والجامعات في أوروبا في القرون الوسطى، فإن الفلسفة والرياضيات اليونانية اكتسبتا نفوذا مهيمنا هناك. وهذا يعني أن العلم الغربي كان مقيدا لعدة قرون بدراسة العلم الروماني واليوناني. أما في العلوم، وخاصة الكيمياء، فقد ساعدت معرفة اللغة العربية أو الكتب المترجمة إلى العربية، عددا مصطفى من الأفراد للتخلص من ضيق الأفق في التفكير ومن الاعتقاد بالتميز العرقي الذي اتسم به أولئك الذين يفترض أنهم كانوا متعلمين.

وباتباع الأسلوب ذاته تقريبا، أهلك الإسبان في الأمريكتين القسم الأعظم من الشعب وأتلفوا دون تعقل الحضارة العالية للأزتيك والإنكا والمايا، كما قضى المهاجرون البيض الذين غزوا أمريكا الشمالية الحضارة الفطرية للهنود الأمريكيين. وكذلك فعل البريطانيون بدءا من أواخر القرن السابع عشر عندما ألحقوا بهم شبه الجزيرة الهندية وتغلبوا على كل المصادر المتاحة. لقد واصلت شركة الهند الشرقية وموظفوها سلب الإمبراطورية الهندية مشاريعها الخاصة دون انقطاع. لم يكن لهذه الشركة أي اهتمام سواء في فهم إنجازات المفكرين الهنود أو في دقائق الديانات الهندية، أو أي معرفة تخصصية. لم يبذلوا أي جهد في حفظ ودراسة تراكم المواد الفكرية في الجامعات الهندية. وادعوا، وقد سادهم ارتباك أمام الحس

الهندي للفنون وأمام الديانات الهندية بسبب اعتناق الهنود المذهب الطبيعي، أن هذه الشؤون قد أفسدتها الوثنية، ورفضوا الاعتراف أو التسليم بأن هناك أشياء يتحتم على الغربيين تعلمها من الثقافة الهندية في الماضي أو الحاضر.

8 المايا

مفهوم المدنية

انشطر سطح الأرض في الماضي الجيولوجي السحيق إلى كتل أرضية عديدة. انحرفت هذه الكتل متباعدة، وكأنها تطفو على سطح سائل، لتشكل القارات ... ظهرت بعد ذلك بملايين السنين وعلى أكبر هذه الكتل الأرضية، الكائنات الإنسانية المبكرة لتبدأ في تكوين أنواع شتى من المجتمعات. ثم تطورت هذه المجتمعات الإنسانية نتيجة ركام من التغيرات، بعضها مفيد والآخر ضار، إلى مرحلة عرفها المؤرخون بأنها مدنية، وارتكزت هذه المدنية على خمسة اكتشافات حاسمة هي: كيف نتحكم في النار، وكيف نزرع البذور ونُنمي المحاصيل، وكيف نروّض حيوانات العمل، كالكلب والثور والحصان، ونستفيد منها، وكيف نذيب الحديد والخامات الأخرى لصناعة الأدوات والأسلحة، وكيف نستخدم الدولاب لتحريك الحمولات الثقيلة؟ أضحت هذه الاكتشافات، التي استغرقت آلاف الأعوام في أوروبا وغيرها لتظهر على حيز الوجود جزءا هاما من الحياة اليومية، لا يمكن الاستغناء عنه، وأُنجزت في أثناء ذلك فنون وعلوم، كما تابعت المجتمعات الإنسانية تغيير دياناتها وفلسفاتها، واخترعت الدول

لاشيء سوى الزهور
وأغنيات الأسى
تختلف هناك حيث رأينا مرة
محاربين وحكماء....
هل أصبحت ملولا من
عبيدك
يا مانح الحياة؟
شاعر أزتيكي

القومية والحروب الدولية.

وبدأ المكتشفون والجنود والبعثات المسيحية منذ بدايات القرن الخامس عشر بفرض «مزايا» هذه المدنية على العالم الجديد. كان في أمريكا آنذاك العديد من الحضارات القديمة مثل حضارة الإنكا والأزتيك والمايا. إن نموذج هذه الحضارات كان مختلفا كليا عن تلك الحضارات التي عرضت في هذا الكتاب، فهي تنتمي إلى تقليد فطري تماما، هو شكل الحضارة القديمة، أُوْلْمِكْ - مايا - تَوْلِتيكْ - مِيكْستِكْ - أَزْتيكْ، الذي تطور عبر آلاف السنين معتمدا على ذاته دون أن يعتمد على الخارج. لم تكن هذه الحضارة أدنى من حضارة الغزاة الأوروبيين، ولكنها كانت أكثر منها بقليل، تعطشا للدماء، أخفق القادمون الجدد تماما في استيعابها، بل حكموا على من يمارسها بالانحراف الشيطاني. وبادروا إلى النهب والتخريب. قضى هؤلاء الأوروبيون (الإسبان خاصة) على أنماط من الحياة والتفكير، تطورت عبر آلاف السنين، في أقل من جيل واحد بأسلحتهم النارية وبنفاقهم.

إن السمات الرئيسية لكل من هذه الحضارات معروفة، لكن أفضل ما يمكن فعله هو أن نقدم وصفا لأكثرها تطورا، إنها حضارة المايا، لافتين النظر إلى أن لها نموذجا مشتركا، فكل حضارة هندية بنيت، استنادا إلى حق الفاتحين إلى إنجازات الحضارة التي سبقتها، وبغض النظر عن اختلاف اللغات وأسماء الآلهة، فلقد كانت هناك علاقة وثيقة بين نماذج الحضارات المختلفة.

لم يكن لأمم العالم الجديد، على النقيض من العالم القديم، سوى مؤشرين اثنين فقط من المؤشرات التي يبحث عنها المؤرخون الأوروبيون لتعريف الحضارة، هما التحكم في النار والاقتصاد المبني على المحاصيل الزراعية. لم يكن هناك أحصنة أو ثيران أو حيوانات أليفة قوية لتقدم الخدمة التي يمكن أن تقدمها حيوانات العمل. لم تكن هناك أدوات معدنية أو أسلحة (مثل المحاريث أو السيوف المعدنية)، أو دواليب باستثناء الموجودة على بعض الألعاب (كتلك التي دفنت قديما تحت الأرض في المكسيك). ومما يثير الدهشة أن هنود أمريكا الوسطى قد بنوا مدنا أكبر من حجم لندن أيام هنري الثامن عدة مرات. وتختلف هذه المدن عن المدن الأوروبية في أنها لم تصمم في بداية الأمر لتكون مراكز تجمع سكانية، إنما لتكون

مجمعات دينية ضخمة، وقد توارث النبلاء ورجال الدين العيش فيها، في حين عاش الحرفيون ورجال التجارة في الضواحي. اشتغل القسم الأعظم من السكان في زراعة الأرض، ودعموا الطبقة الحاكمة بعملهم ودفعهم الضرائب.

لحضارة المايا لغة مكتوبة (الهيروغليفية المايانية)، ألّفوا بها الكتب حول تاريخهم وعلم الفلك والتنجيم والشعائر الدينية والأعياد والمهرجانات، وفي حضارتهم بوجه عام. (حُفرت هذه المؤلفات بما في ذلك الأعداد، على أحجار تذكارية تمجيدا للحكام وزوجاتهم وأطفالهم)، وقد أبدعوا أعمالا فنية ومجوهرات مازالت تبهر النقاد. أما ديانتهم فلم تكن أقل ملاءمة للحاجات الروحية لمجتمعهم، وإرضاء لما يقع فوق نطاق المعرفة البشرية، ولا أكثر تعصبا من مسيحية الفاتحين والفضوليين الذين نهبوهم، وفاقوا العلماء الأوروبيين الذين عاصروهم فيما قدموه في التقويم والعلم. وكانوا في الحساب متقدمين على أوروبا ألف سنة. وأما عن أرصادهم الفلكية فلم تكن أقل من المستويات العالمية في ذاك الزمان.

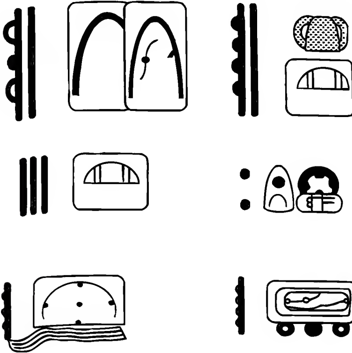
الهيروغليفيات المايانية

إذا تجاوزنا ثلاث مخطوطات محفوظة في مدريد ودريسدن وباريس، فإن جميع السجلات المكتوبة للشعب المياني أتلفها الراهب الفرنسيسكاني دييكو دي لاندا (1524 - 1579) في أحد أيام عام 1541 في ماني في يوكاتان. لكن هذا الراهب عندما أصبح فيما بعد أسقف ميردا، أراد أن يكفّر عن خطئه، فقضى بقية حياته يجمع من أفواه المايا الذين تحولوا عن دياناتهم، كل ما يعرفونه عن الحضارة التي نكبها، وكتب ذلك باللغة الإسبانية، وتعتمد معلوماتنا جزئيا على هذه السجلات وعلى تقرير أو تقريرين كتبهما باللغة الإسبانية مايانيون تحولوا عن ديانتهم فيما بعد. ولكننا اعتمدنا في الغالب على الآثار المايانية الباقية في أبنية ومدن في يوكاتان وغواتيمالا التي أنقذها علماء الآثار من الأدغال.

وعلى كل حال فإن الأمر، كما لاحظ هؤلاء العلماء في الماضي، لا يختلف عن حالنا عندما يطلب منا أن نقدم وصفا للحضارة في أمريكا الشمالية وليس لدينا أي مرجع سوى نصف دستة من الأبنية وثلاثة كتب صلاة

ونسخة من كتاب (رحلة الحجاج).

لم يكن هناك وصف ذو شأن للغة المايانية أو الهيروغليفيات أو علم الفلك أو علم الحساب، باستثناء تلك التي ألفت بعد الفتح الإسباني، ومازالت اللغة المايانية، بشكلها الحديث، لغة التخاطب لمليونين من الناس تقريبا، ونجح العلماء في العقد الأخير، بعد سنوات من العمل في الاستفادة منها لفك رموز الهيروغليفيات.



وساعد ذلك جدا على فهمنا لحضارة المايا على غرار ما حدث مع الحضارة المصرية والسومرية قبل 170 سنة عندما أمكن فك تعمية الكتابات. وأمكن ترجمة ما يقرب من 500 هيروغليفية مايانية من أصل 800 تقريبا. ولحسن حظنا نحو بلوغ هدفنا، فإن الكثير من هذه النصوص كان في التقويم والفلك والأعداد (التي كانت موضع اهتمام دي لاندا الخاص، ومن

ثم فإنها شكلت القسم الأكبر من تقاريره)، يمكن كذلك تعرّف طرائق التفكير المايانية من الكتابات الأزتيكية وكانت هذه الأخيرة، نوعا ما، أسهل منالا، كما أنها نبعت من النبع ذاته.

تم تعرف الكتابة المايانية الفريدة من الأحجار المنقوشة في أكثر من 120 موقعا في أمريكا الوسطى. هذه المواقع هي أبنية معابد ومراكز احتفالات وأماكن وإقامة كهنوتية ونصب تذكارية حجرية.

كانت هذه المنشآت، التي يرجح أن تكون تذكارية، قد حُفرت وأرّخت على نمط واحد، وكتبت التواريخ بالهيروغليفية بشكل موحد، وهذه يمكن أن تكون معقدة جدا، فهي مكونة من عدة إشارات مختلفة، بما في ذلك إطار مزخرف أو خط محيطي، وظن الكثير من علماء الآثار للوهلة الأولى، أن الرؤوس في هذه الآثار هي لآلهة، ولكن تبين الآن أنها للحكام وزوجاتهم وأولادهم.

إن التوثيق من أن الصور كانت لأناس أحياء في ذلك الزمان وليست لآلهة، يعد تقدما حديثا هاما في استنباط ما تحويه الهيروغليفيات. وقدّم التحليل الحاسوبي مفتاحا هاما آخر لحل رموز الهيروغليفيات. وأظهر كل هذا أن الكثير من الرموز كان ثنائي الوظيفية، بمعنى أن هذه الرموز تمثل أحرفا صوتية كما تمثل أيضا أفكارا محددة.

الأعداد المايانية ورمزية الأعداد

إن أي فهم للعلم المياني أو للأعداد المايانية يتعثر بغياب النصوص المكتوبة التي تزودنا بخلفية لأفكار المايا. ليس لدينا سوى نتائج مصاغة بتعابير عقيمة، علينا أن نستنتج منها، في كل حالة، المسألة الأصلية وطرائق الحل والخوارزميات وحقائق أخرى. ولا يوجد أي سجل للعبقريات المجهولة التي أنجزت النظام، كما لا يوجد ما يدل على كيفية فعل ذلك. ومن ثم فإن ما وصلنا إليه وهو مختصر للاحتمالات مبني على ما استُنتج حتى هذا الوقت، أكثر من أن يكون قائمة شاملة.

استخدم المايانيون في الحساب النظام العشروني أي الأعداد التي أساسها 20 (وليس 10 كما في النظام العشري). تتزايد في هذا النظام قيم المنازل بقوى العشرين. إن قيم المنازل (الخانات) الخمس الأولى في النظام

العشري هي 1, 10, 100, 1000, 10000 أما في النظام العشروني فهي 1, 20, 400, 8000, 160000.

وبغية السهولة في كتابة النص سننقل الأرقام المايانية إلى الأرقام العربية فنكتب كل عدد أفقيا ونفصل بين كل منزلة وأخرى بنقطة، وعلى هذا فإن عددا عشرونيا مكتوبا بالأرقام العربية سيعبر عنه على النحو 1, 1, 2, 14, 3. لكن الأعداد المايانية الهيروغليفية فقد كانت تكتب رأسيا مبتدئة من الأسفل بالفئات الدنيا وتتزايد مراتب هذه الفئات عندما نتحرك نحو الأعلى، فإذا أردنا أن نعرف ما هو العدد 1, 102, 14, 3 فإننا نحتاج أن نضع الأعداد رأسيا (موضحة بقيمها المكانية) كما يلي:

الأرقام المايانية	قيمة المنزل	القيمة العشرية
•	1 مرة 160000	160000 =
═	10 مرات 8000	80000 =
••	مرتان 400	800 =
•••• ═	14 مرة 20	280 =
•••	3 مرات 1	3 =

نقرأ الأعداد المايانية من الأسفل نحو الأعلى، وتتزايد قيم المنازل أو مستويات المراتب بالعشرينات، وليس بالعشرات. فالعدد 1, 1, 2, 14, 3 المكتوب بالترميز المياني في العمود الأيمن، هو مجموع جميع الأعداد في العمود الأيسر، أي أنه يساوي 241, 083.

يعتقد عموما أن المايانيين انتابتهم الهواجس حول الزمن، ربما كان الأمر كذلك، لكن من الممكن أيضا، وبالقدر نفسه أن تكون هناك مبالغة، أو لعل ما يسوّغ ذلك من الناحية العلمية هو أن جل ما نعلمه حول الحياة الفكرية للمايانيين يدور حول التقويم والفلك والتنجيم، (مرة أخرى، من أين نبدأ تكوين فكرة حول حضارة حديثة إذا لم يكن لدينا معلومات حولها أكثر من تلك؟) لاشك أن دارسي حضارة المايا، مع غياب التسجيلات التاريخية الصحيحة، قد أقبلوا على دراسة التقويم والأعداد المرسومة على الآثار.

يُظن أن الكهنة وحكام المايا قد ألهوا الزمن، فتصوروه يمر في تيار، لكنه

لم يكن تيار الأعداد المجردة تماما (المجاز المشترك في كثير من اللغات). ويحمل كل عدد في تصور المايانيين عن الزمن إلهٌ. ولكل إله شخصية مميزة واسم مميز، ويتقلب مزاجه كالإنسان بين الخير والشر. تؤثر هذه الصفات في العدد المترافق مع الإله. ويقع العدد كذلك تحت تأثير إلهين آخرين. يرعى أحدهما رمز اليوم، ويرعى الآخر الشهر الذي يلحق به العدد. وأعطى مركّب هذه التأثيرات خاصة فردية لكل يوم. وأوجد ذلك حاجة دائمة للكهنة بقراءة الماضي واستشفاف المستقبل وتعرّف الأوضاع العاطفية ـ كل يوم ـ للآلهة وإخراج خرائط البروج الفردية.

يصعب الربط بين هذه الأفكار، وربما يدفعنا ذلك إلى الاعتقاد بأن الأعداد الثلاثة عشر لتقويم الشهر المقدس، هي في تتابع متحرك تنتقل في ملف تحمله الآلهة، ويُودع كل من هذه الآلهة حمله العددي على ما يبدو في محطة وسيطة هي اليوم، وعندما تُودع كل الأحمال، ينتقل ملف الآلهة إلى مكان آخر عائدا إلى نقطة البدء ملتقطا متتالية جديدة من الأعداد، وبهذا الشكل يتحرك الزمن إلى الأمام تحمله الآلهة في عملية غير منتهية.

يساعدنا هذا النموذج أيضا في توضيح الحركات الظاهرة للشمس والقمر، إنهما يتحركان في مساريهما بتوجيه آلهة مختلفة دقيقة بعد دقيقة. وهما مازالا يقومان برحلتهما في ظلام الليل فوق العالم الدوني غير مرئيين في الظلام، وتهاجمهما هناك آلهة بنزعة شريرة لعرقلة تقدمهما.

ولذا فإن الأجرام السماوية احتاجت إلى عون إنساني، تكفلت به الطقوس الدينية، ويمكن أن يكون هذا العون أخذ أشكال التشويه الذاتي أو تعذيب الآخرين أو ربما الموت. وليست هذه إلا فروض على الكائنات الإنسانية أن تؤديها لاستقرار الحياة واستمرار الكون. ولم يكن الهدف من التضحية والموت في هذه المسرحية العالمية هو الحط من قيمة الضحايا، بل على العكس، فإن الموت في سبيل هذا الهدف هو امتياز لصاحبه، فهو يضمن الخلود لمن وقع عليهم الاختيار ليكونوا ضحايا أو لمن قدموا أنفسهم ضحايا.

يقاس مرور الزمن في أكثر الحضارات بحركات الأجرام السماوية، وخاصة الشمس والقمر. وتظهر الأرض في هذه الحركات مؤدية دورانا منتظما. ولهذا علاقة واضحة بدورة الحياة الأبدية وبالموت والبعث. إن هذه المجموعة من الأفكار انتقلت إلى كل أمه من العالم الجديد على التعاقب،

وربما اكتشفتها هذه الأمة وحدها من جديد، فمثلا إن الازتيكيين عبدوا الشمس، وحمّلوا أنفسهم مسؤولية إبقاء إله الشمس متحركا في السماء، غذاؤه قلوب الضحايا البشرية ودماؤهم، وكانت نشأة الكون لدى المايانيين مشابهة، وإن لم تكن دموية مثلها، وتشمل مراقبة الشمس والقمر وعدة كواكب أخرى يأتي في مقدمتها الزهرة التي قالوا عنها إنها نجمة الصباح والمساء معا. وللقيام بمراقبة العملية الكونية، هناك حاجة ماسة لنظام عددي، وهذا يتطلب رموزا مختلفة للأعداد المختلفة، وهذه الأعداد، في أكثر النظم العددية، في ترتيب محدد، ويمثل كل موضع قوة معينة لأساس النظام، وأما الأساس فهو شأن يتعلق بالاستخدام والاتفاق، ويمكن ألا يؤتى على ذكره أبدا، وقد برزت الحاجة إلى الصفر ليملأ أي مرتبة (خانة) فارغة ولمنع الالتباس مع أي مرتبة أخرى.

الأعداد المايانية من 1 إلى 20

الاسم	العدد	الرمز
هُيو	1	•
كا	2	••
أوكس	3	•••
كان	4	••••
هو	5	___
أواك	6	• ___
أويوك	7	•• ___
أواكساك	8	••• ___
بولون	9	•••• ___
لاهون	10	═══
تولوك	11	• ═══
لاكا	12	•• ═══
أوكس لاهون	13	••• ═══
كان لاهون	14	•••• ═══
هو لاهون	15	
أواك لاهون	16	
أويوك لاهون	17	
أواكساك لاهون	18	
بولون لاهون	19	
هن كال	20	

يعود تاريخ أول دليل على نظام الأعداد المياني إلى القرن الرابع، أي قبل تنظيم الأعداد الهندوسية بنحو 400 سنة، وقبل أن يصل الصفر إلى أوروبا بأكثر من ألف سنة. وللصفر المياني شكلان: صدفة الحلزون أو رأس بوجه كامل أو بشكل جانبي. (كان اكتشاف الصفر، الذي لا نلقي إلى إشارته اليوم بالا، كسبا من المكاسب الهامة في تاريخ الإنسان التي حدثت مرتين أو ثلاث مرات فقط).

وكانت بعض الأعداد، كما يقال، مقدسة أكثر من بعضها الآخر، كان ذلك لأنها كانت «عقدا» من هذا النوع أو ذاك، تؤدي دورا خاصا (العقدة هي علامة خاصة في النظام ذات وظيفة مختلفة وتشير إلى انقطاع مقصود عن العناصر الأخرى للنظام). فمثلا إن كون العدد 20 هو الأساس قد جعل منه عددا خاصا، على الرغم من أصله الأرضي كمجموع لأصابع اليدين والقدمين. وكان العدد خمسة عددا خاصا آخر، وهو عدد الأصابع في كل يد أو في كل رجل. ولقد خلقه هناب كو، كبير الآلهة الذي يصنع كل شيء.

وكان العدد 13 مقدسا كذلك فهو المجموع الكلي للآلهة كما أنه أساس التقويم المقدس، ويتكون العالم والسماء عند المايانيين من 13 طبقة. وثمة عدد مقدس آخر هو العدد 52، الذي يدل على عدد السنوات في حزمة (مجموعة محددة من السنوات) تشبه إلى حد ما القرن لدينا. وعندما يحين وقت الانتقال من حزمة 52 سنة إلى الحزمة التالية، فإن الآلهة يفكرون مليا في الاستمرار الفعلي لحياة الأرض وحياة كل كائن حي، وهناك عدد آخر هو 400، وهو عدد مقدس لأنه يمثل عدد آلهة الليل. وكان عدد النجوم التي يراها كهنة المايا في السماء ليلا 1600 نجم، لكل منها إله صغير، وتخضع هذه الآلهة نهارا لإله الشمس عندما يرتفع بكامل عظمته، وكما لاحظ ايبكتيتوس فإن «كل شيء حافل بالآلهة».

التقويم المياني

سجل شعب المايا مرور الزمن بطريقتين، تهتم إحداهما بالشؤون الدينية خاصة، وتهتم الأخرى بالدورة اليومية، وكان التقويم مزيجا من الاثنين معا.

كان في البداية «حساب اليوم» المقدس. إن عيد الميلاد لإنسان المايا، أو رمز ذلك اليوم، يحدد قدره طوال حياته، لقد ربطوا بين المولود الجديد وإله

اليوم الذي ولد فيه. ويبقى الطفل تحت تأثير هذا الراعي عمره كله. ولكل إله مظهران أحدهما حاقد والآخر خيّر. وللتوازن فإن بعض الآلهة صاحب ود نحو البشرية والبعض الآخر خلاف ذلك. ومن حسن حظ الطفل أن يولد تحت رعاية إله يريد له الخير، وإلا فعلى المولود أن يدرك أنه خاضع لإله الحظ السيء وأن عليه ارضاءه عمره كله، وبخاصة في الأزمان غير الحصينة، فالأيام الخمسة الأخيرة من كل سنة مثلا أيام خطيرة بشكل خاص. لا أحد يعمل فيها ويبقى كل فرد داخل مسكنه. وكان الكهنة يفسرون التقويم المقدس ومعناه لكل شخص يوميا، ولذا فإن من الحكمة أن ينقاد الإنسان لما يشيرونه عليه.

وللتقويم مغزى اجتماعي إضافة إلى مغزاه الفردي، فالطقوس الدينية والأعياد مرتبطة بالحوادث الموسمية وكانت تحت سلطان الشمس والقمر، وكان التقويم متأثرا بالحوادث الدينية والدنيوية معا في تحديد التاريخ. وكان هناك دليل رباعي يعرّف اليوم في سلسلة طويلة من الزمن: عدد اليوم في التقويم المقدس، وإله رمز ذلك اليوم، وعدده في التقويم السنوي، وأخيرا إله الشهر الذي يقع فيه اليوم. (قارن هذه المعلومات الأربع بنظام التأريخ الحديث: مثلا الخميس 20 مارس 1990 يعني «إله يوم الرعد، العشرين من مارس، عام 1990».

يحدد العدد الأول في تقويم الشعائر المایاني إن كان هذا اليوم أحد الأعداد بين 1 و13، ويحدد العدد الثاني اسم الإله، واحدا من 20 رمزا للأيام، ولما كان كل يوم من الأيام الثلاثة عشر مرتبطا على التعاقب بواحد من رموز الأيام، فقد كان من الممكن تحديد 260 يوما (13 x 20) بالعدد والرمز، وهذا يعني أن وضع اليوم كان يتحدد من خلال موقعه في السنة المقدسة (ايزولكين) كما في الجدول القادم.

كان تقويم «السنة المقدسة» هذا أداة دقيقة لتنظيم شؤون الدولة وفقا لرغبات الآلهة كما أعلنها الكهنة. ولم يعرف حتى الآن إلى ماذا يشير الرقم 260، إذ لا توجد علاقة صريحة بين هذا الرقم وبين أي شيء يحدث في السماء، المصدر الطبيعي للدورات التقويمية.

ولكن التقويم المقدس ليس إلا جزءا من القصة، إنه نصف التقويم كما يمكن أن يقال، أما النصف الثاني فهو التقويم الدنيوي، وهو ما يطلق عليه

الكهنة اسم «هاب»، ويطلق عليه علماء الغرب اسم «السنة المبهمة». يتعلق هذا التقويم بالفصول والزراعة ويستند إلى الدورات الشمسية: والدورة الشمسية هي الزمن اللازم لتدور الأرض حول الشمس دورة واحدة وتقدر الآن بـ 2422 ، 365 يوما، في حين عدّتها المايا 360 يوما فقط ومن هنا جاء الاسم الأوروبي للسنة المبهمة.

						عدد اليوم							اسم اليوم
7	13	6	12	5	11	4	10	3	9	2	8	1	إيك
8	1	7	13	6	12	5	11	4	10	3	9	2	اقبال
9	2	8	1	7	13	6	12	5	11	4	10	3	كان
10	3	9	2	8	1	7	13	6	12	5	11	4	شيكشان
11	4	10	3	9	2	8	1	7	13	6	12	5	سيمي
12	5	11	4	10	3	9	2	8	1	7	13	6	ماتيك
13	6	12	5	11	4	10	3	9	2	8	1	7	لامات
1	7	13	6	12	5	11	4	10	3	9	2	8	مولوك
2	8	1	7	13	6	12	5	11	4	10	3	9	أوك
3	9	2	8	1	7	13	6	12	5	11	4	10	شوين
4	10	3	9	2	8	1	7	13	6	12	5	11	إب
5	11	4	10	3	9	2	8	1	7	13	6	12	ين
6	12	5	11	4	10	3	9	2	8	1	7	13	إكس
7	13	6	12	5	11	4	10	3	9	2	8	1	مس
8	1	7	13	6	12	5	11	4	10	3	9	2	سيب
9	2	8	1	7	13	6	12	5	11	4	10	3	كاهان
10	3	9	2	8	1	7	13	6	12	5	11	4	إزناب
11	4	10	3	9	2	8	1	7	13	6	12	5	كاواك
12	5	11	4	10	3	9	2	8	1	7	13	6	كاهاو
13	6	12	5	11	4	10	3	9	2	8	1	7	إيميكس

اعتبر كل شهر في السنة المبهمة، انسجاما مع نظام العد العشروني الماياني، 20 يوما فقط. وهذا يعني أن عدد الأشهر في السنة 18 شهرا، في كل منها 20 يوما، وكانت الأيام الخمسة المتبقية تعد شهرا «أخيرا» من خمسة أيام تتميز عن غيرها بالنحس والخطر. وبذا يبقى ربع يوم (أو بشكل أدق 2422جزءا من عشرة آلاف من اليوم). حل التقويم الغريغوري المسألة بأسلوب معقد، فحدد عدة أيام إضافية لتكون ما يسمى أيام السنة الكبيسة، ويجب أن تضاف هذه أو لا تضاف استنادا إلى نموذج معقد جدا،

واستخدم المايا حلا مشابها وأجروا كذلك تعديلات عليه (لا تقل تعقيدا)، يستند إلى ملاحظة كوكب الزهرة، أو إلى الكسوفات الشمسية.

وكما سبق أن أشرنا فإنه يجب، لتحديد اليوم في تقويم المايا، أن نضع أربع مركبات:

العدد شهر تزولكين ـ العدد، شهر هاب

يبدو، وكأن كل مركبة من هذه المركبات تظهر على مدرجة منفصلة وراءها شريط ورقي متصل، وعندما تمضي الأيام يتحرك كل شريط موضعا واحدا، فتقوم تزولكين (المقدس) يعمل بتحريك يوم في كل مرة كما هو موضح في نموذج الجدول السابق. وأما تقويم هاب (اليومي) فهو يتحرك كذلك في كل مرة، ولكنه يبدأ من الصفر (الذي هو اليوم الأول) إلى 19 في كل من 18 شهرا منتظما مدة كل منها 20 يوما، وشهر «النحس» الأخير التاسع عشر، ومدته 5 أيام فقط.

تقويم تزُولكين		تقويم هاب	
أرقام الأيام	أسماء الأيام	أرقام الأيام	أسماء الأشهر
(13-1)	(20)	(13-1)	(1+18)
1	إيميكس	0	بُوب
2	ايك	1	أو
3	أكبال	2	زيب
4	كان	3	زُوتز
5	تشيكتشان	4	ترك
6	سيمي	5	اكسُول
7	مانيك	6	ياكسكين
8	لامات	7	مُول
9	مولوك	8	تشن
10	اوك	9	يَاكس
11	شُوين	10	راك
12	إبَ	11	سيه
13	بن	12	مَاك
1	اكس	13	كانكين
2	من	14	موان
3	سيب	15	باكس
4	كاهان	16	كاياب
5	إرناب	17	كومهو
6	كاواك	18	أوايب
7	كاهاو	19	_

العدّ الطويل

اتخذ كهنة المايا قرارات حول تاريخ الحوادث المقدسة والدورة الزراعية، لم يكن هناك أي إلحاح لاعتماد نظام يمكن أن يفهمه عامة الناس، إنما العكس هو الصحيح. وهذا يعطي تفسيرا لتعقيد التقويم، إنهم لم يستعملوا حساب الـ 365 يوما وحده، كما لم يستخدموا حساب الـ 260 يوما وحده لتأريخ الحوادث، بل إن هذه الأرقام والأسماء كانت تُدمج لتشير إلى اليوم الخاص وإلى الشهر الخاص. ومع هذا فإن التواريخ المحددة على النصب التذكارية لحوادث الدولة، مثل موت الملك، تورد ذكر السنة أيضا، وكان ذلك يحتاج إلى «عد طويل» لإنجازه. إن أحد أسباب تعقيد النظام ينبع من أسطورة الخلق المايانية. لم يكن الآلهة في هذه الأسطورة راضين عن محاولاتهم الأربع الأولى في خلق الكائنات البشرية، بل كانوا في كل مرة يدمرون الأنواع كلها ويبدأون من جديد، وكانوا يستخدمون في كل مرة مواد مختلفة مجربين مثلا بالطين والقرود. وأما في محاولتهم الخامسة فقد استعملوا عجينة من طحين الذرة والماء.

ولكننا مانزال في طور التجربة، ويمكن للآلهة أن تحطم العالم ثانية. وسيتخذ القرار العظيم في 24 ديسمبر عام 2011 بالتقويم المعاصر (آمل ألا يذكر القارئ هذا الأمر لأحد!).

يعني هذا التاريخ المتفاوت للخلق أن التقويم لا يبدأ في اليوم واحد، بل في تاريخ يكتب على الشكل 7, 0, 0, 0, 0 وهو تاريخ محاولة الآلهة الخامسة للخلق (ويوافق هذا في تقويمنا 3133 قبل الميلاد).

السبب الثاني في تعقيد التعامل مع التقويم هو أن النظام العشروني يغير تواريخ التقويم المقدس قليلا. (يختلف الحساب المقدس قليلا عن الحساب الدنيوي). وتشير الأرقام في النظام العشروني كما سبق وذكرنا، إلى القوى المختلفة للعشرين. وتتحدد هذه القوة بموضع الرقم في العدد. إن الوحدة الأساسية في التقويم هي بالطبع يوم واحد، يدعى اليوم في لغة المايا «كِن»، وتدعى المرتبة الثانية إذا تحركنا نحو اليسار «أوينال». ولكن الأوينال لا يحسب، لأغراض التقويم المقدس، 20 «كن» بل 18. ولقد أجري هذا التغيير ليعطي السنة المبهمة والتي تتكون من 360 يوما، أما المراتب الأخرى فتزداد بالعشرينات كما في النظام العشروني العادي، وعلى هذا

فإن مدد الزمن تحسب كما يلي:

20 كنا = 1 أوينال (هذه القيمة العادية)

18 أوينالا = 1 نون (360 يوما وليس 400 يوم)

20 تونا = 1 كاتُونْ (7,200 يوم)

20 كاتونا = 1 باكْتُونْ (144,000 يوم)

20 باكتونا = 1بِيكْتُون (2,880,000 يوم)

ويتابع النظام بالعشرينات من البيكتونات إلى الكالابتونات إلى الكينشيلتونات إلى الأنالتونات، ولذا فإن التدرج الزمني للعد الطويل يمكن أن يمتد إلى 367,000,000 مليون سنة أو قريبا من ذلك.

وصل كولمبوس العالم الجديد في 13 أكتوبر عام 1492 (باستخدام مصطلحات التقويم الغربي). ويرينا الجدول التالي كيف أمكن حساب هذا التاريخ وكيف يسجل بمصطلحات المايا:

التاريخ الغريغوري	الحدث	تاريخ المايا
3133 قبل الميلاد	الخلق (المايالي)	7,00,00,00,00
1492 بعد الميلاد	وصول كولمبوس أمريكا	4,14,12,06,04
4625 سنة		11,14,12,6,4 = 11 باكتونا و 14
= 1,689,244,25 يوما		كاتونا و 12 تونا و16 وينالا و 4 كنات
وبعد 268 يوما حتى 12 أكتوبر ، نرى أن التاريخ المايالي هو :		
11,14,12,6,4	4 سيمي و 14 بوب	

إذا أخذنا التقويم مؤشرا على الإنجاز الرياضياتي للمجتمع ما قبل المعاصر، فإننا نجد توازنا تاما إلى حد ما، بين المايا وأوروبا العصور الوسطى، كانت الحسابات في هذين المجتمعين حكرا على الكهنة. كما وجد التقويم، أساسا، ليضع التواريخ الدقيقة للحوادث الشعائرية والاحتفالاتية. (يعكس عمل بيد «القرن التاسع» المرشح والمنظم للتقويم الكنسي المسيحي في هذا السياق، عمل نظرائه المايانيين). وبسبب عدم وجود آلات آنذاك، فإن الفريقين عملا على أساس المشاهدة بالعين المجردة للسماوات، وأعاق الفريقين الحاجة إلى توافق الأعداد الإنسانية مع تعابير الأسطورة الدينية، وحل الفريقان مسائلهما بإجراء تسويات في القانون أضحت فيما بعد لا مناص منها. ينتج عن هذه الممارسات فروق طفيفة تبقى قائمة ما بقيت معرفة التقويم سرا مقدسا تعنى به وتقوم بشرحه نخبة متخصصة.

9 العرب: نهضة العدد والعلوم

عندما ولد النبي محمد (صلى الله عليه وسلم) في العام570 بعد الميلاد، كان العرب قوم صحراء بدوا رعاة، يتكلمون لغة سامية، وكانوا على مستوى مماثل لمستوى أقربائهم في العرق، اليهود. وابتدأوا قبل قرن واحد من ذلك حملة فتوحات واسعة أدت إلى سيطرة حضارية، ليس فقط في البلاد المتاخمة للبحر الأحمر، بل في كامل الشرق الأوسط، وفي أجزاء كبيرة من إفريقية وآسيا الوسطى وجنوب غرب أوروبا.

ومع أن المسلمين الأولين كانوا متحمسين لنشر رسالة الدين الجديد، فإن العرب، من وجهات أخرى، اتصفوا بالقدرة على التمثل وعلى التكيف الفكري. كانوا شغوفين باستيعاب وتطوير ونقل الحضارة والعلوم من جميع البلاد التي وقعت تحت سيطرتهم، وبالتعلّم، قدر طاقتهم، من الحضارات القديمة كالمصرية والبابلية والهندية. درس علماؤهم علوم الغرب وترجموا النصوص الإغريقية واللاتينية. كان هدفهم الذي ألزموا أنفسهم به هو إحياء المعرفة الإنسانية. بيد أنهم قاموا أيضا بمساهمات، وأسسوا مواضيع جديدة كالكيمياء والجبر وعلم المثلثات.

«كانت بغداد وقرطبة، الخلافتان العربيتان المشرقية والمغربية، موضعين طرفيين لنظام عملاق يمتد إلى عدة قارات... ومن بينهما... تدفق التيار الحضاري... عبر كبل فائق الموصلية بلغة عربية واحدة... كان اتجاه التيار من الشرق إلى الغرب... فالشرق - إذا تابعنا بأسلوب المجاز - هو المرسل والغرب هو المستقبِل».

كارل مينينجر

تزامن العصر الذهبي للعلم والفن الإسلاميين مع عصور الظلام الأوروبية. وعند سقوط الإمبراطورية الرومانية في القرنين الرابع والخامس، وبغضّ النظر عن بعض العواصم، فإن أوروبا كانت تحيا متخلفة في بربرية قبلية، ويمكن أن نتصورّ بأن أوروبا التي رزحت 1200 سنة تحت ظل الحكم الروماني، كانت بعيدة كل البعد عن الحضارة آنذاك. وبقيادة رجال الكنيسة قبع الأوربيون في أصولية بدائية نجم عنها تعصب واحتقار للمعرفة الدنيوية. إن نفوذ الكنيسة، وسلطة بعض العلميين «الوثنيين» الموهوبين، مثل «أرسطو»، خنقت، ليس فقط أي معرفة جديدة بدت أنها متناقضة مع الحقائق الملهمة، بل وقضت أيضا على روح البحث ذاتها.

وهكذا فإنه على مدى 700 سنة، بدءا من القرن السابع تقريبا حتى القرن الخامس عشر، تألقت العمارة العربية والفن والأدب العربيان،وتفوقت هذه السمات الحضارية، ليس فقط على مثيلاتها لدى الأمم المسيحية في أوروبا، بل وأيضا على منابعها اليونانية والرومانية. ومع أن العرب كانوا أشداء جدا في الحرب، فإن أسلوب حياتهم في السلم كان متسامحا ومتحضرا.

وقد أضافوا إلى الفنون، والعلوم خاصة، عناصر مهمة أنقذت النشاط الفكري من عبث اليونان ومن تعصب الرومان؛ هذا وإن هذه السمة ما انفكت آثارها ماثلة في الدراسة العلمية إلى يومنا هذا.

أقام العرب في كل مكان من مملكتهم الواسعة مكتبات عامة ومراصد ومراكز للبحث، يسترشدون بآية القرآن «خلق السموات والأرض بالحق تعالى عمّا يشركون» (النحل 3) وجهد العلميون العرب في تسجيل كل قدر من المعرفة وصلت إليه البشرية، وفي تطويره إلى آفاق أوسع. وقد نفذوا برامج ضخمة لنشر أعمالهم العلمية والرياضياتية، ولترجمة أعمال من السريانية والفارسية والصينية واليونانية ولغاتٍ أخرى، كما استثمروا، أكثر من أي باحثين آخرين في أي حضارة قبلهم، معيار الممارسة والتجربة في البحث عن الحقيقة العلمية. ربما يكون قد فاتهم التخيل المفرط الذي كان لدى اليونان، لكنهم عوضوا عن ذلك بالشمولية وبالاستشراف العملي (البرجماتية).

لم يشارك العربَ في هذه النظرة العبقرية جلُّ مسيحيي ذلك العصر

(مازال موقف هؤلاء المسيحيين يلوّن نظرتنا الغربية إلى الإسلام خاصة، وإلى الحضارة العربية والخلق العربي عامة). ومنذ عهد الصليبيين فإن حكام المسيحيين (ومن ضمنهم البابوات)، الذين اندفعوا بالطمع وبالتنافس التجاري وبدعوى التبشير الديني، كتبوا عن العرب أنه يجب أن ينأوْا بأنفسهم عنهم، كما يجب اجتثاثهم إن أمكن من أي بقعة في الأرض وُجدوا فيها. ولم ينجح الاهتمام العربي بالعلم والبحث في تلطيف هذا التصور البغيض الذي كان سائدا في أوروبا الرازحة تحت قبضة المغامرة العسكرية والتقوقع الديني والنظام الإقطاعي على حد سواء.

الخوارزمي (680 - 750)

لا نعرف إلا القليل عن حياة أبي عبدالله محمد بن موسى الخوارزمي، هذا الرياضياتي الذي ربما يُعُد أكثر من أثّر في الرياضيات العربية. يدلنا اسمه على أنه ينحدر من أسرة من خوارزم في بلاد فارس (كانت تحت نفوذ الاتحاد السوفييتي سابقا)، عمل الخوارزمي في بيت الحكمة في بغداد، وهو مركزٌ للبحوث العلمية والتعليم أنشأه الخليفة المأمون (ابن الخليفة هارون الرشيد المخلّد بكتاب ألف ليلة وليلة).

قدَّمت اعمالُ الخوارزمي إضافاتٍ جوهرية جدا أدت إلى تطوير الرياضيات العالمية. وقد تمخض عن ترجمة كتابه في الحساب، مثلا، إدخال الأعداد العربية إلى الغرب، وولدت عملية قادت إلى استخدام الأرقام العربية التسعة مع رمز الصفر، باعتبار ذلك أهم أدوات رئيسية في العلوم. وكان من شأن كتابه في الجبر أن أُعْطِي هذا الاسم (الجبر Algebra) إلى هذا الفرع من الرياضيات، ودُفعَ الموضوعُ إلى الأمام أبعد من بداياته الأولية التي انطلقت مع ديوفانطس، عالم القرن الرابع الإسكندري. كان هدف الخوارزمي من كتابه هذا هو تمكين العلميين من حل مسائل عملية معقدة، مثلا حساب توزيع الإرث على مستحقيه وفقا للشريعة الإسلامية (التي قيدت الموصِي في التصرف بأملاكه لزوجته وأولاده وبناته وإخوته وأبناء وبنات الأخوة والأخوات وفق نسب معينة حسب درجة القرابة من المورِّث).

بيد أن الخوارزمي تجاوز هذه الشؤون الدنيوية، ذلك أنه كان مهتما بالمناحي النظرية للجبر باعتباره علم المعادلات.

حساب الخوارزمي

كانت رسالة الخوارزمي في الحساب أول كتاب في العالم يوضح عمليات الأعداد العشرية. فُقِد الأصل العربي لهذه الرسالة، ولكن الرسالة بقيت على قيد الحياة من خلال ترجمتها. وفي عام 1857 اكتُشفت نسخة لاتينية من ترجمة القرن الثالث عشر في مكتبة جامعة كامبريدج. تبدأ هذه الرسالة بالقول: «وهكذا قال الخوارزمي». وتشير هذه المقدمة إلى أن الخوارزمي أعطى بدءا جديدا لدراسة الرياضيات، كما أنها أدت إلى استحداث كلمة جديدة (الخوارزمية) algorism التي استخدمت في البداية لذلك النوع من المعرفة الذي يُعرف الآن بـ «علم الحساب». عالج الخوارزمي ذلك الصدع الذي اصطنعه اليونانيون بين نظرية الأعداد (والتي دعيت أريثْمِطيقاً arithmetica) والممارسة (والتي دعيت لوجيستيكا logistica). سُميَ الحسابُ في أوروبا المسيحية خلال عهد التفوق العربي «ألغُوريزْمَ» alogrism أو «أُغْريزْم» augrism أو أي تحريف آخر لاسم الخوارزمي، وظن كثيرون من طلبة هذا العلم أن الغوريزم كان مَلِكاً أو أميرا، أمر بإجراء الحسابات وفقا للقوانين (القوانين وليست القواعد) الظاهرة في هذا النص. ولكلمة الخوارزمية في الوقت الحاضر معنى أكثر تحديدا: إنها خطة محددة لحل مسألة معينة. فنحن نتعلم مثلا خوارزميات عمليات الجمع والقسمة المطولة وإيجاد الجذر التربيعي، هذه العمليات التي نجد حلها في كتاب الخوارزمي.

إن استخدام الأرقام العربية التسعة والصفر في كتاب الخوارزمي كان سبباً لمعركة أيديولوجية استمرت ثلاثة قرون في أوربا مع الحساب الجديد وضده. وقد وقفت قوى التغيير مع البرنامج العربي، مع نظام المراتب ومع استخدام عشرة رموز فقط لتمثيل جميع الأعداد. وأما معارضو التغيير فكانوا أغلبية التجار والمحاسبين الذين اعتادوا استخدام المعداد واستعمال الأرقام الأبجدية اليونانية والرومانية. وقد أعدت فعلا حاسبات على شكل أقراص صغيرة بحجم قطعة النقود المعدنية للعمل بالأعداد.

جعلت الأرقام والخوارزميات العربية الحساب بسيطا يمكن معه الاستغناء عن الأدوات المساعدة مثل المعداد، والعمل مباشرة بالأعداد ذاتها، وسهّل هذا إدراك طبيعتها ككائنات مجردة يمكن أن تحل محل أي مجموعة من الأشياء العينية، أو يمكن التعامل معها على أنها مجردات بحتة، وإذا كان

إقليدس ورياضياتيون يونانيون آخرون قد حرروا الهندسة من قيود المسح الأرضي ومسائل البناء، ومكّنوا العلماء من التفكير في الخصائص المجردة للفضاء، فإن العرب وحدهم قدموا خدمة مشابهة للعدد.

لم تتمكن الأعداد المكتوبة بالحروف الأبجدية غير العملية، رغم الاستعانة بالورق والقلم والحبر (وكانت هذه جميعها سلعا نادرة في العالم ما قبل الحديث)، من التلاؤم بيسر مع الحسابات السهلة، واستبعدت من هذه الحسابات حساب المجاميع المعقدة، أي الحسابات التي هي ليست مجرد جمع عددين أو طرح عدد من آخر. وكان من نتيجة ذلك أن تحوّل الانتباه إلى العلاقات المتعددة والمعقدة المتأصلة في نظام الأعداد الطبيعية، فمثلا صرف فيثاغورس وزملاؤه آلاف الساعات محاولين الكشف عن العلاقات بين الأعداد العشرة الأولى، وقد وفرت لهم حقيقة كون 1 + 2+ 3 + 4=10 «الرباعيات» مادة للعمل الذي استغرق عددا غير منته من الأيام والأسابيع، بل والسنين، للتأمل الآسر.

عرف العرب تأثير الشامانية (الاعتقاد بعالم محجوب هو عالم الآلهة والشياطين وأرواح السلف) العلمية من تعاملاتهم السابقة مع الأعداد، وقد استخدموا في البدء، شأنهم في ذلك شأن الأمم السامية كعبريي العهد القديم، حروف أبجديتهم كأعداد، كما أنهم استخدموا في أيامهم الأولى النظام الستيني الذي تعلموه من السومريين والبابليين القدماء. ولاشك أن هذه الخبرات هيأتهم لاكتشاف الطاقات الهائلة للنظام العشري الكامل، إذ يمكن استخدام عشرة رموز فقط بدلا من ستين رمزا لتسريع جميع الحسابات وتبسيطها.

إن اكتشاف رمز الصفر خاصة (جاءت الكلمة اللاتينية Zero من الكلمة العربية «صفر» أي «خال») نقل الحساب من الشكل الحسي إلى الشكل المجرد، وغدت المراتب العددية إلى جانب المظهر الفيزيائي للعدد حاسمة للتعرف على العدد. إن القيمة الحقيقية لكل رقم لا يمكن أن تعرف إلا بدمج قيمته الأساسية بقيمته المكانية التي يوضحها موقع الرقم في العدد. وتُعْرَفَ القيمة المكانية بعدّ الأرقام من اليمين إلى اليسار. تمثل المراتب بدءا من اليمين الآحاد فالعشرات فالمئات، إن قوى العشرة (ومن هنا جاءت التسمية العشرية) تشير إلى قيمة الموضع في العدد، وعلى هذا فإن الرقم

ذاته، 7 مثلا، يمكن أن يكون 7 وحدات أو 7 عشرات أو 7 مئات أو 7 ألوف، ويتوقف هذا تماما على موقعه في العدد، وإذا ما ضربنا قيمة كل عدد بمرتبته، وجمعنا نواتج الضرب هذه، فإننا نحصل على قيمة العدد، مثلا العدد 777 هو 7 وحدات + 7 عشرات + 7 مئات أو من اليسار إلى اليمين: 7 + 70 + 700.

الأرقام الأبجدية العربية (جُمل)										
(1-9)	أ	ب	ج	د	هـ	و	ز	ح	ط	(آحاد)
(10-90)	ي	ك	ل	م	ن	س	ع	ف	ص	(عشرات)
(100-900)	ق	ر	ش	ت	ث	خ	ذ	ض	ظ	(مئات)
(1000)	غ									(ألف)

(اقرأ من اليمين إلى اليسار)

استبدل بهذا النظام ، واستغرق ذلك وقتا طويلا ، الأعدادُ العشريةُ :

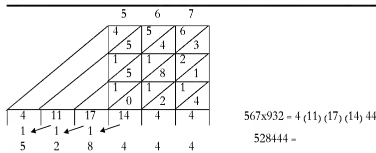
1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	(مسلمو المشرق)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	(مسلمو المغرب)

تَعلَّمنا هذه الحقائق عن النظام العشري تماما وقبلناها على أنها شيء مألوف لا يستحق التوقف عنده. ونحن ننظر في الواقع إلى الأعداد العشرية على أنها طبيعية، بل حتى قدرية. بيد أن أوربا في العصر الوسيط، ولعدة قرون، وجدت هذه الرموز غامضة وصعبة لدرجة أن الأوربيين اتهموا الرياضياتيين العرب الذين يمارسون المهارات الجديدة بأنهم سحرة ومخادعين. (يقدم لنا تاريخ النظام المتري في الدول الناطقة بالإنكليزية مثالا مشابها مهما. إن هذا النظام الذي أوجده الفرنسيون في العقد الأخير من القرن الثامن عشر لم يقبل تماما حتى الآن إلاّ في العمل العلمي، ونظر إليه الكثيرون بالارتياب بل وبالخوف. وكأن الأعداد بحد ذاتها تنطوي على التهديد).

لايوجد في بحث الخوارزمي في الحساب صفحة تورد عنوان الكتاب، ولكن قوائم الكتب في المكتبات العربية تشير إليه على أنه «كتاب الجمع والطرح بالطرق الهندية». وهذا يعطي إشارة إلى محتوياته وطرائقه. إنه تركيبٌ وتوضيحٌ وتدقيقٌ لمعرفةٍ موجودةٍ جلّها من أصل هندي. وبعد تقديم

تفصيلي للنظام العشري ولاستخدام رمز الصفر، وبعد إيراد فصل بُيِّنَ فيه كيف نتعامل دون خطأ مع الأعداد الكبيرة (المستخدمة في الفلك) مثل 863, 492, 051, 703, 187, 1، مضى الخوارزمي ليصف بالتفصيل المسهب ماذا يعني بالطرائق الهندية للعمليات الأساسية في الحساب. وأنجز الخوارزمي عمليتي الجمع والطرح بالأسلوب ذاته الذي نجريه نحن. أما الضرب فينجز بطريقة الشبكة (وهذه تقريبا نظام «نابيير» الذي وصفناه في الفصل الحادي عشر. ونحن على شبه يقين من أن نابيير أخذ هذه الفكرة عن العرب). ويمكن توضيح هذه الطريقة في المثال التالي الذي يبين كيف نضرب 932 في 567.

الطريقة: ارسم أولا شبكة من المربعات ثلاثة في ثلاثة (هي عدد أرقام «المضروب فيه» 567 وعدد أرقام «المضروب» 932 على الترتيب، ثم ارسم الأقطار ومددها لتحصل على الشبكة كما في الشكل. اضرب 5 في 9 واكتب الجواب 45 في السطر الأول من الشبكة تحت العدد 5 بحيث تضع رقم العشرات فوق القطر. اضرب بعدئذ 6 في 9 واكتب الجواب بالأسلوب ذاته تحت 6. افعل الأمر ذاته من أجل 7. اضرب بعد ذلك كلا من 5 و 6 و 7 في 3 واكتب الأجوبة في السطر الأوسط، وتوثق كل مرة من فصل أرقام العشرات عن الآحاد كما فعلت في السطر الأول. اضرب أخيرا في 2 وضع الأجوبة في السطر الثالث. أجمع الأرقام قطريا، الآحاد مع الآحاد والعشرات مع العشرات، وضع المجاميع في أسفل الأقطار. وعندما يكون مجموع أرقام قطر أكبر من 9 لابد من بعض الترحيل. وهذا موضح بالأسهم في المخطط.



والقسمة سهلة بالقدر ذاته. لنقسم مثلا 978 ,17 على 472. نجري ذلك على شبكة كما في الجدول التالي. لما كانت هناك خمسة أرقام في المقسوم، فإننا نضع خمسة أعمدة رأسية. يكتب المقسوم (978 ,17) في السطر الأعلى. وأما المقسوم عليه (472) فنضعه في السطر الثاني من الأسفل، ونكتب نتيجة القسمة (خارج القسمة) في السطر الأسفل. لنبدأ بـ 4 (الرقم الأول من المقسوم عليه)، فنجد أنه لا يقسم العدد 1 (الرقم الأول من المقسوم)، لذا نضع 0 في الجواب. ثم إن 4 تقسم 17 أربع مرات، ولكن بضرب المقسوم عليه بالعدد التجريبي 4 نجد الجداء أكبر من المطلوب لذا نختار 3 كرقم أول بعد الصفر في خارج القسمة. بعد ذلك نضرب المقسوم عليه في 3 ونطرح الناتج من المقسوم 978 ,17 في ثلاث خطوات (3 x 4 = 12 و 3 x 7 = 21 و 3 x 2 = 6). ولما كنا نتابع الإطار في نشر هذه الخطوات الوسطى، فإننا لا نحتاج أن نفكر في المراتب. إن نتيجة عمليات الطرح الثلاث هذه هي 3878. نقسم هذه على 472فنجد 8 الرقم الثاني في النتيجة. وكما فعلنا قبل قليل، نقوم بالطرح في ثلاث خطوات (8 x 4= 32 و 8 x 7 = 56 و 8 x 2 = 16). ونجد بنتيجة الطرح أن الباقي هو 42.

1	7	9	7	8
0	5	9	7	8
0	3	8	7	8
0	3	8	1	8
0	0	6	1	8
0	0	0	5	8
0	0	0	4	2
		4	7	2
0	3	8		

17979 ÷ 472 = 38 والباقي 42

يمكننا بالطبع إجراء القسمة بسرعة أكبر بضغط الخطوات الثلاث في واحدة، ولكن هذا يزيد من احتمالات الخطأ، وذلك لأنه يجب أن نقوم

بالترحيل ذهنيا، في حين أن إجراء العمل خطوة خطوة يُحوِّلُ العملية إلى رتابة ميكانيكية بحتة ندعوها «خوارزمية القسمة».

ربما ينتقد البعضُ العربَ أحيانا لتعاملهم مع «المسائل البسيطة» فقط. إن هذا الادعاء ينّم عن عجز في فهم طبيعة مساهمتهم. إن قطع ميل في أربع دقائق يعد اليوم إنجازا عاديا إلى حد بعيد في الألعاب الأولمبية. ولكن عندما نوقش هذا أول مرة كمشروع، قيل عنه إنه مستحيل. كذلك كان اختراق جدار الصوت بطائرة تطير بسرعة تتجاوز 18 ميلا في الثانية يعد محفوفا بالمخاطر، وهذا جعله مستحيلا في الماضي. ولكن ما إن تحققت هذه الأعمال البطولية أول مرة، أعيدت مرارا وتكرارا إلى أن أصبحت رتيبة. ويصح الأمر ذاته تماما فيما يخص خوارزميات الخوارزمي. فسبب سهولتها الآن هو أنها غدت مألوفة لنا. ولكن هذا لاينال من أصالتها وأهميتها في وقت إنجازها. إننا الآن حيث نحن، إذا حكمنا العقل، لأنهم كانوا هناك آنئذ.

الكسور

قدم الخوارزمي في كتابه فصلا كاملا عن الكسور. وإن الصلة بين كلمتي «الكسر» بالمعنى الإصطلاحي «والكسر» بالمعنى اللغوي في اللغة العربية موجودة بين كلمتي fraction و fracture في اللغة الإنكليزية. فكلمة «كسر»، وتعني الأعداد المكسورة، هي كلمة الخوارزمي. يبين الخوارزمي كيف يمكن تقسيم الواحد المفرد إلى قطع بواسطة كل رقم من أرقام النظام العشري، للوصول إلى كسور تحمل أسماء خاصة كمايلي:

$\frac{1}{2}$ = نصف　$\frac{1}{3}$ = ثلث　$\frac{1}{4}$ = ربع　$\frac{1}{5}$ = خمس　$\frac{1}{6}$ = سدس

$\frac{1}{7}$ = سبع　$\frac{1}{8}$ = ثمن　$\frac{1}{9}$ = تسع　$\frac{1}{10}$ = عشر

ويدفعنا هذا إلى النظر في الكسور الستينية. كُتبت تلك الكسور من اليسار إلى اليمين وسميت ثواني ودقائق ودرجات. ومازلنا نستخدم هذه المصطلحات في قياس الزمن أو أقواس الدائرة أو الزوايا. ويرتبط ذلك

بالحركات الظاهرة للنجوم. فالأجرام السماوية، كما تبدو من الأرض، تدور على مسارات دائرية بحركات منتظمة، وباتجاه مخالف لاتجاه حركة دوران عقارب الساعة. وتوضح هذه الحركة بسرعة قيمتها ثابتة كيف أن الحركات الظاهرية للمجموعات النجمية أو للكوكبات النجمية كانت واحدة من أقدم الطرق في قياس الزمن، كما يوضح ذلك أيضا تصميم أوجه الساعات.

تقرأ الأعداد الكسرية الستينية من اليسار إلى اليمين. فمثلا نرى في العدد 48 ,36 ,24 ,3 أن الرقم 3 و36 هو ثلاث وحدات وأن 24 هو $\frac{24}{60}$

36 هو $\frac{36}{60 \times 60}$ و 48 هو $\frac{48}{60 \times 60 \times 60}$

ونقرأ العدد على أنه 3 وحدات و 24 درجة و 36 دقيقة و 48 ثانية. وهذا يساوي 3,4102 في النظام العشري فيما عدا أنه كسر دوري يكون فيه الرقم الأخير 2 مكررا إلى اللانهاية، والقيمة الدقيقة في هذه الحالة هي $(3 + \frac{3692}{9000})^*$

قدم الخوارزمي كذلك طريقة لإجراء عملية الضرب بين كسور الواحد. لنفرض مثلا أن المطلوب ضرب 245/111 8 في 39/11 3. وضع الخوارزمي هذه العملية في جدول على النحو الوارد في الجدول التالي:

$(8\ \frac{111}{245})$ في $(3\ \frac{11}{39})$

المطلوب ضرب: $8\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{5}$ by $\frac{1}{3}\ \frac{1}{9}$

يكتب الحل بالشكل:

27 1080 40	المقامات المشتركة
93 33 294 358	تحويل البسوط إلى هذه
30	المقامات الثلاثة

894

1080

$8\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{5}$

(i) $\frac{320}{40}\ \frac{20}{40}\ \frac{10}{40}\ \frac{8}{40} = \frac{358}{40}$

$3\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{9}$

(ii) $\frac{81}{27}\ \frac{9}{27}\ \frac{3}{27} = \frac{93}{27}$

يضرب (i) في (ii)

$\frac{358}{40}\ \frac{93}{27} = \frac{33294}{1080} = \frac{894}{1080}$

مازلنا حتى الآن نستخدم خوارزمية الخوارزمي ولكن بشكل أبسط (عدديا):

$8\ \frac{19}{20} \times 3\ \frac{4}{9} = \frac{179}{20} \times \frac{31}{9} = \frac{5549}{180} = \frac{894}{1080}$

تنطوي الطريقة على ضرب جميع المقامات لإيجاد المقام المشترك (40 في أحد المضروبين و 27 في المضروب الآخر). نعبّر بعد ذلك عن العددين الصحيحين على شكل كسرين بهذين المقامين (نجمع بعد ذلك مجموعة الكسور في كل من العددين) معبرين عن كل مجموعة بدلالة مقامها المشترك (إن هذين المجموعين هما $\frac{358}{40}$ و $\frac{93}{27}$. نضرب الكسرين بعدئذ البسط في البسط والمقام في المقام 358 x 93 = 33294 و 40 x 27 = 1080، فيكون الجواب $\frac{33294}{1080}$. يحول هذا الكسر بالتقسيم إلى الكسر المختلط $30\,\frac{894}{1080}$

أعطى الخوارزمي في فصل آخر طريقة لإجراء ضرب الأعداد المختلفة (الأعداد الصحيحة مع الكسور). ويكون العمل في هذه الحالة بما يمكن أن يُدعى الكسور العادية. وهذه كسور يمكن أن تكون بسوطها أكبر من الواحد. أوْرَدَ الخوارزمي مثالاً على ضرب 2/1 3 في 4/3 8 على النحو التالي:

3	8	الجزءان الصحيحان من العددين
1	3	البسكان
2	4	المقامان
6	32	حاصل ضرب الجزأين الصحيحين بالمقامين
7	35	العددان السابقان بعد إضافة البسطين
$\frac{14}{4}$	$\frac{35}{4}$	ضرب آخر للحصول على مقامين موحدين
الجواب	$\frac{490}{16}$	حاصل الضرب المطلوب للعددين
أي	$\frac{5}{8}$	30

عدّلت هذه الإجابات قليلاً فقط عن أصولها لدى الخوارزمي وذلك برسم خطوط وبتوضيحات كلامية. يمكننا بسهولة أن ندرك كم يبدو علم الحساب الجديد عسيراً لأي امرئ تدرب على الطرائق القديمة، ولكن أيضا بمجرد إدراك المبادئ، كم سيكون إنجاز العمليات الحسابية أسرع وأغنى.

جبر الخوارزمي

كتاب الخوارزمي في الجبر متوافر في اللغة العربية وفي عدة طبعات لاتينية. وجاءت كلمة الجبر فعلا من عنوان هذا الكتاب «رسالة مختصرة

في طرائق الجبر والمقابلة». وتشير كلمة الجبر (المنقولة حرفيا إلى اللغة الإنكليزية) إلى أن توازن معادلة يبقى قائما عندما نحرك كميات موجبة أو سالبة من جانب إلى آخر من المعادلة، وذلك بتغيير إشاراتها فقط. أما كلمة المقابلة فتشير إلى تقسيم كل حدٍّ من حدود المعادلة التربيعية على معامل الحد التربيعي.

إن هاتين العمليتين، الجبر والمقابلة، هما الخطوتان الأُولَيَان في خوارزمية الخوارزمي التي قدمها لحل المعادلات التربيعية. ويمكن عن طريق مثال توضيح الطريقة. لنفرض أنك قطعت من سجادة طولها 15 وحدة وعرضها مجهول شريطا مساحته 21 وحدة مربعة. فإذا كانت القطعة المتبقية من السجادة على شكل مربع فما هو عرض هذه السجادة؟ تبدأ برسم السجادة مبينا عليه الأبعاد المختلفة. إن الكمية المجهولة هي العرض، وقد دعا الخوارزمي هذه الكمية جذراً (يُستعمل اليوم هذا المصطلح بمعنى أكثر تحديداً). إن الجذر من الدرجة الأولى. وبتربيعه، أي بضربه بنفسه، تنتج مساحة. تسمى هذه الكمية المجهولة (الجذر) مرفوعة إلى الدرجة الثانية «مربعا».

علينا أن نجد معادلة من أحد أنماط الخوارزمي المعيارية الخمسة (سنشير إليها في موضع لاحق). وضعنا، لتبسيط الأمر، Y (العرض) للجذر و YY (أي Y ضرب Y) للمربع.

باستخدام الرموز (وليس الكلمات) تكتب المعادلة بالشكل:

$$Y^2 + 21 = 10Y$$

يقول الخوارزمي «لدينا الآن معادلة تربيعية من أحد الأنماط التي استنبطنا لها روتينا معينا. إنه النمط الرابع، أي مربعات (Y في Y) وأعداد (21) مساوية لجذور (10Y) لحل هذه المعادلة يكون الروتين مايلي:

قسم عدد الجذور (10) على 2. . . . . .الجواب5

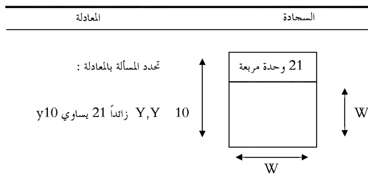
اضرب 5 في نفسها. . . . . .الجواب 25

اجر عملية الطرح 4= 21-25. . . . . .الجواب 4

خذ الجذر التربيعي للناتج الأخير. . . . . .الجواب 2

اطرح 2 من نصف عدد الجذور (2 ـ 5). . . . . الجواب 3

3 هو أحد الجذرين المطلوبين، والمربع 9.



وبسلوك روتين مماثل نجد الجذر الثاني:

«عندئذ 14=5+9، اقسم على 2....... الجواب 7

7 هو الجذرالثاني المطلوب ومربعه 49

وعلى هذا فإنه يمكن أن يكون للسجادة عرض مقداره 3 وحدات أو 7 وحدات (ويتعذر دون معلومات إضافية معرفة أيهما العرض الفعلي). لقد كان جزءا من الروتين، عندما حل الخوارزمي هذه المعادلة التربيعية، تسجيلُ الجذرِ والمربعِ في الوقت ذاته. أما الآن فإنه يفترض أن الجذر هو الحل المطلوب وأن المربع نتيجة.

نرى من هذه الحالة أن الخوارزمي كان مدركا أن للمعادلة التربيعية جذرين موجبين (في هذه الحالة Y = 7 و Y = 3)، وهو يعلم كذلك أن لبعض المعادلات حلولاً سالبة، ولكنه لم يوردها مطلقا. ذلك أنه لم يكن في أيامه أي معنى للحلول السالبة. لايمكن أبدا، على سبيل المثال، أن يكون جواب مسألة السجادة سالبا. لايوجد سجادة عرضها 3ـ وحدات مثلا.

نظرية الخوارزمي في المعادلات التربيعية

يقول الخوارزمي إن هناك ستة أنواع من المعادلات. خمس منها تربيعية والسادسة خطية (يقصد بالمعادلة الخطية معادلة في القوة الأولى للمجهول، ويمكن تمثيل هذه المعادلة بيانيا بخط مستقيم، ومنه جاءت كلمة خطية). أعطى الخوارزمي طريقة لحل كل نوع منها... وكما رأينا فقد سمى الخوارزمي الكمية المجهولة جذراً.

إن أكبر قوة في المعادلة التربيعية هي 2، الجذر مرفوعا إلى القوة الثانية. كان الخوارزمي يسمى هذا الجذر المرفوع إلى القوة الثانية «مربعا» وكانت طريقته في حل هذه المعادلات هي: اقسم أولا على عدد المربعات. فخوارزميته، كما يمكن أن نقول، تعتمد على جعل معامل X^2 يساوي 1. وكان يعلم أن للمعادلة التربيعية حلين، ولكنه لم يتناول سوى الحالة التي يكون فيها الحلان موجبين، أي أنه تجاهل الصفروالحلول السالبة إن وجدت.

مرّت قرون عدة قبل أن يدرك الناس أن الأعداد السالبة ليست سوى مقابلات للأعداد الموجبة بمعنى الاتجاه مثلا، أو توازن المديونية في المحاسبة. كذلك لم يتمكن الخوارزمي من التعامل مع الجذور التربيعية للأعداد السالبة (وهذه مانسميها الأعداد التخيلية). ولم يُعْطَ لهذه الأعداد معنى فيزيائي إلاّ عند اكتشاف فاراداي، في ثلاثينيات القرن التاسع عشر، التيارات المتناوبة. فالكميات التخيلية تتعلق بخواص التيارات المتناوبة على عكس التيارات المباشرة). لم تُدْرَكْ هذه الأصنافُ المختلفة من الأعداد على أنها أعداد إلاّ عندما ارتبطت بأجزاء أخرى من النظام العددي. وعندئذ غدت خاضعة للقوانين المألوفة في علم الحساب. إن الكسوريات (الفصل السادس عشر) تتكون من أعداد مركبة بجزء «حقيقي» وآخر «تخيلي».

أما مساهمة الخوارزمي الرئيسية في هذه الصورة الكلية فكانت في نظرية المعادلات. وكما ذكرنا، نظم الخوارزمي هذا الحقل من الرياضيات بتعرفّة ستة أنماط من المعادلات وهي:

1- مربعات مساوية لجذور. مثال: $X^2 = 8X$

2- مربعات مساوية لعدد. مثال: $X^2 = 4$

3- جذور مساوية لعدد (المعادلات الخطية). مثال: $8X = 4$

4- مربعات وجذور مساوية لعدد. مثال: $X^2 + 4X = 12$

5- مربعات وأعداد مساوية لجذور. مثال: $X^2 + 4 = 5X$

6- جذور وأعداد مساوية لمربع. مثال: $5X + 6 = X^2$

لكل من المعادلات التربيعية الخمس (المعادلة الثالثة خطية وليست تربيعية) طريقتها الخاصة للحل.

وتعتمد جميعها على الجبر والمقابلة، وتحل جميعها بأداة مماثلة لتلك التي مرت فيما سبق.

عمر الخيام

وُلِدَ غياث الدين أبو الفتح عمر الخيام عام 1048 في نيسابور (حاليا في إيران) ومات هناك عام 1132. وقضى جل حياته طالب علم متجولا. وعندما بلغ من العمر 26 عاما عمل راصداً في سمرقند وأصفهان والري وميرف ومدن أخرى في آسيا الوسطى. ولما أصبح في منتصف عمره كوفئ بمنحه منصب فلكي البلاط لدى السلطان أَلْبْ أرْسلاَنْ، وغدا قادراً على قضاء بقية حياته في مدينته، مسقط رأسه، متابعا العمل في الفلك والرياضيات والشعر. وتمكن في سمرقند من تأليف كتاب في الجبر يشبه كثيرا كتاب الخوارزمي. وألف بعد ذلك رسالة علّق فيها على إقليدس وبحث في طريقة إيجاد الجذور التربيعية وجذور أخرى للأعداد، لكن هذا البحث فُقد. ويعدّ الخيام واحداً من أشهر العلميين العرب الذين عملوا في تجديد التقويم. باشر ذلك عندما كان مسؤولا عن الرصد الفلكي في أصفهان، وأخرج جداول فلكية مستخدما أرصاده والأرصاد البابلية. كان عمله دقيقا فلا ينشأ عنه خطأ إلاّ مرة كل 5000 سنة.

لم يكن لدى السلطان اهتمام بالشؤون الفكرية. بل كان يفضل عليها العمل في المسرح السياسي والفنون الحربية، تاركا تعهد الفنون الأخرى والعلوم إلى وزيره وإلى فريق من العلماء. أخرج عمر خرائط للبروج، بناء على طلب سيده الملك، لكنه كان يشك في قدرتها على التنبؤ بالمستقبل مع أنه لم يكن كارها للتنبؤ بالطقس للسلطان (الذي احتاج إلى من يدله على الأيام الجيدة للصيد).

كان الانقطاع الوحيد في الأسلوب الرتيب الهادئ لحياة عمر، عندما توفي السلطان عام 1092، وأغلقت السلطانة الأرملة المرصد وأوقفت دفع رواتبه. اتهم مستشاروها عمر بحمله وجهات نظر تدعو إلى الشك وإلى استعمال العقل دون سواه. وإذ ذاك أدى في الحال فريضة الحج إلى مكة مبينا أنه مؤمن مسلم صحيح، فأعيد توظيفه، وبقي في عمله حتى وفاته عام 1132. كان عمر زينة البلاط الملكي الذي لم يكن مميزاً بأي شيء آخر، كتب في الفلسفة (في منحى خالف فيه أرسطو)، وكتب في الشريعة الإسلامية والتاريخ والطب والفلك والرياضيات. فقدت جميع أعماله باستثناء عمله في الجبر وبعض الفصول في الفلسفة ورسالة في التعليق على إقليدس.

ولكن عمر عُرِفَ في الدول الناطقة بالإنكليزية منذ عام 1859 على أنه شاعر قبل أي شيء آخر، وذلك عندما ترجم (إدوارد فيتزجِرالد) أشعاره إلى الإنكليزية.

أما عمله الشعري «الرباعيات»(*)، فقد كُتبت في أوقات راحته بعيدا عن أعبائه الوظيفية وعن بحثه في الرياضيات. والرباعية قطعة شعرية مكوّنة من أربعة أبيات، يكون البيتان الأول والثاني منها كالمقدمتين الصغرى والكبرى لقياس في المنطق تضعان حقائق لا جدال فيها. أما البيت الثالث فينطوي على مأزق أخلاقي يرفض وضعا مقبولا، أو على نتيجة من المقدمتين. أما البيت الرابع فيكرر النتيجة مع تأكيد أقوى. (لم تتبع ترجمة فيتزجرالد الإنكليزية دائما هذا النهج).

تبنّى عمر موضوعا يتصل بالأحوال الإنسانية، فكانت أشعاره تَطرحُ هذه الأحوال منبها إلى قصر أعمارنا، وأنه ليس أمامنا سوى القليل من الوقت على الأرض، وأنه لارجعة لنا. ولذا فهو يرى أن علينا أن نتمتع بنعم الله ما أمكن ذلك.

يُلاحَظ أنه على الرغم من مراعاة الالتزام الديني في حياة عمر، فقد كان قادرا على كتابة أمور تنطوي على ضرورة اللجوء إلى العقل دون سواه. لا يوجد أي دليل يؤكد أنه شارك بأفكاره أيا من الناس، أو أنه شعر بحاجة إلى دعمهم له. ومع كل هذا فإن بعض أفكاره لم تسبب له على ما يبدو، ولحسن الحظ، أي أذى كبير.

«يلج الفجر فأفق مبتهجاً هذا السحر
واملأ الكأس برفق وداعب الوتر
فكل من هاهنا ستطاله يد القدر
بلا رجعة أبدا، بذا ربك أمر»

(*) نص هذه الرباعية في ترجمة أحمد رامي للرباعيات يأتي على النحو التالي:

أفق خفيف الظل هذا السحر
وهاتها صرفا وناغ الوتر
فما أطال النوم عمرا ولا
قصر في الأعمار طول السهر

(المترجم)

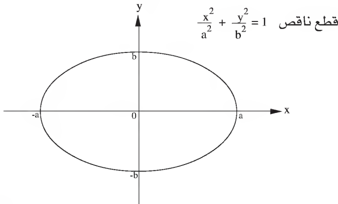
جبر عمر الخيام

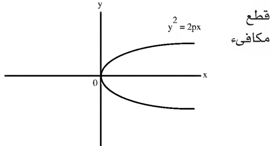
رغم أن كتاب الخوارزمي في الجبر كان قد بلغ من العمر 400 عام عندما بدأ عمر عمله، فإن الحساب والجبر لم يكونا قد تمايزا بوضوح بعدُ، لأنهما قد صُمما معا سعيا وراء قيم الأعداد المجهولة عن طريق معرفة ارتباطها بأعداد معلومة. أجرى عمر التمييز الأساسي في تعريف الجبر على أنه استخدام المعادلات لإيجاد الأعداد المجهولة عن طريق كثيرات حدود كاملة (تشير كلمة كثيرة حدود إلى عبارة تشتمل على حروف هي بمثابة رموز، ويمكن أن تشتمل على أكثر من قوة لهذه الحروف).

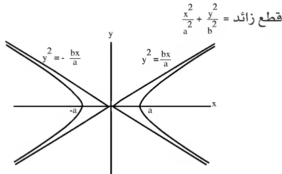
وخالف اليونان في رفضهم قبول الأعداد الصماء (تلك الأعداد التي لا يمكن تمثيلها بكسور مثل الجذر التربيعي لـ 2). ولكن مساهمته التي انفرد بها، مع ذلك، كانت تعرّف 25 نمطا من المعادلات مقابل الأنواع الستة للخوارزمي (انظر الصفحة 148). وكان قد أرفق أربعة عشر نمطاً من هذه الأنماط بطرائق جديدة استخدمها لحل المعادلات التكعيبية (من الدرجة الثالثة). وتتضمن هذه خوارزميات جديدة تطلبت استخدام القطوع المخروطية، حيث أمكن تمثيل هذه بمعادلات تربيعية تمثل أشكالا هندسية مثل الدائرة والقطع الناقص والقطع المكافىء والقطع الزائد أو أجسام فضائية مثل المكعب أو الاثني عشري السطوح أو الرباعي السطوح.

لنفرض مثلاً أن علينا إيجاد قيم X في معادلة من الشكل:

$$X^3 + aX = b$$







حيث يكون a و b عددين موجبين عاديين مثل 2 أو 5 أو 3. لحل هذه المعادلة نبدأ بكتابتها كمايلي:

$$X^3 + P^2X = P^2 q$$

حيث $P^2 = a, \quad q = \frac{b}{a}$

ثم نرسم الدائرة التي يرتبط إحداثيا أي نقطة عليها y,X أحدهما بالآخر وفق المعادلة:

$$X^2 + Y^2 = qx$$

ونرسم القطع المكافئ: $X^2 = py$

نكون بذلك قد أوجدنا معادلتين آنيتين بمجهولين X و Y بدلا من المعادلة التكعيبية الأصلية. وتعامل عمر مع هذه المعادلات برسم أشكالها البيانية (والأجوبة هي تقاطع هذه الأشكال) أو بطريقة جبرية مباشرة. وإذا ما تقاطع الشكلان البيانيان للقطع المكافئ والدائرة فإن المعادلتين تكونان

صحيحتين. ومن ثم تكون النقط حلول المعادلة التكعيبية الأصلية.

سنوضح هذا بحل معادلة تكعيبية باستخدام طريقة عمر الخيام. سنحل كذلك معادلات القطوع المخروطية بأسلوب جبري. إن المعادلة التي نستخدمها لتوضيح الخوارزمية لهذا النمط الأول من المعادلات التكعيبية هي المعادلة:

$$X^3 + 4X = 16$$

لنبدأ بوضع هذه المعادلة بالصورة:

$$X^3 + 2^2X = 2^2 . 4$$

وهذا يعطينا 2 لـ P و 4 لـ a و 4 لـ q. وهذا يعني أن للقطع المكافئ والدائرة المعادلتين التاليتين:

الدائرة: $X^2 + Y^2 = 16$

القطع المكافىء: $X^2 = 2y$

يمكن حل هاتين المعادلتين إما بوسائل بيانية أو بأسلوب جبري أكثر بساطة. ونجد في الحالتين أن $X = 2$ هو حل. إذن $X = 2$ تحقق معادلتي الدائرة والقطع المكافىء. واهتمامنا في هذا هو هل $X = 2$ يُحقق كذلك المعادلة التكعيبية.

لبيان ذلك نقوم ببعض العمليات الجبرية البسيطة:

إن معادلة الدائرة هي:

$$X^2 + Y^2 = qx$$

وتكتب هذه على النحو:

$$\frac{X}{Y} = \frac{Y}{(q - x)}$$

ومعادلة القطع المكافىء هي:

$$X^2 = py$$

وتكتب هذه على النحو: $\frac{P}{X} = \frac{X}{Y}$

بضرب المعادلة الأولى بـ $\frac{X}{Y}$ نجد: $\frac{X^2}{Y^2} = \frac{X}{q-X}$

ونجد من المعادلة الثانية: $\frac{X^2}{Y^2} = \frac{P^2}{X^2}$

ومن ثم: $\frac{P^2}{X^2} = \frac{X}{q-X}$

وإذا ما ضربنا طرفي المعادلة في X^2 أولا وبعدها في (X-q) نجد المعادلة التكعيبية $X^3+p^2X=p^2q$ ذاتها. وهذا يعني أن كل حل للمعادلة التكعيبية هو حل للمعادلتين التربيعيتين، والعكس بالعكس.

الحل الهندسي

رسم بياني الدائرة والقطع المكافىء

$x^2 + y^2 = 4x$

الحل الجبري

$$X^2 + y^2 = 4X$$
$$X^2 = 2y$$

نجد من المعادلة الأولى:

$$X^2 - 4X + 4 + y^2 = 4$$

أي: $(X - 2)^2 + y^2 = 4$

ومن ثم فإنه إذا كان البحث عن حلول صحيحة، يجب أن يكون: $(x - 2)^2$ و y^2 إما 0 أو 1 أو 4 لأن هذه هي مربعات الأعداد الصحيحة التي تقل عن 4.

لنحاول $y^2 = 1$ و $(X - 2)^2 = 1$ فنجد بسهولة استحالة ذلك. لذا إما أن يكون:

$y^2 = 4$ و $(X - 2)^2 = 0$

أو $y^2 = 0$ و $(X - 2)^2 = 4$

إذن إما $x = 2$ و $y = \pm 2$ وإما: $X = 4$ و $y = 0$

وبتجريب جميع الإمكانات في المعادلة الثانية فنجد أن الحلول الوحيدة الممكنة التي تحقق هذه المعادلة هي $X = y = 2$ و $X = y = 0$.

والإمكان الثاني لا يحل المعادلة التكعيبية الأصلية، ولكن الإمكان الأول يحلها. فالحل المطلوب هو:

$$X = y = 2$$

أعطى عمر الخيام طرائق لحل الأنماط الأخرى للمعادلات التكعيبية. وكانت الطريقة العامة التي استخدمها هي وضع المعادلة في أحد الأشكال المعيارية (بالأسلوب الذي أوضحناه سابقا) بهذا تُردُّ هذه المعادلات إلى المعادلات التكعيبية النظامية التي نعرف حلها.

تمكن عمر من حل معادلات تكعيبية أخرى مستخدما صيغة عامة أخرى. تلك المعادلات هي من النمط $X^3 = a\, bX$ يمكن حل هذه المعادلة بتركيب القطع المكافىء: $X^2 = y\sqrt{b}$ والقطع الزائد $X^2 - \frac{a}{b}X = Y^2$

ولقد تأكد له تماما إمكان أن يكون للمعادلة التكعيبية أكثر من جذر، مع أننا نعلم بالطبع أنه كان مهتما فقط بالحلول الموجبة الصحيحة. أدرك عمر أنه من الممكن وجود حلول سالبة، ولكنه لم يبد اهتماما بها لأنه كان من المستحيل عليه أن يتعامل مع الأعداد السالبة (أو مجرد تحديدها بمفاهيم) دون أن تكون لها وظيفة في حل المسائل. ويبدو هذا غريبا لأنه عند رسم الأشكال البيانية للقطوع المخروطية يجب استخدام الأعداد الموجبة والسالبة. ويمكنك فعلا رؤية الجذور السالبة. لقد فاته فقط أن يقوم بالربط، وفاته كذلك أن يلاحظ أنه إذا أمكن قسمة طرفي المعادلة التكعيبية على المجهول X، الأمر الذي يحول المعادلة إلى تربيعية، فإن $X = 0$ تكون أيضا جذراً.

عمر الخيام ومبرهنة الحدانية (ذات الحدين)

نال إسحق نيوتن شرف وصفه بأنه مؤسس الرياضيات الحديثة بسبب بحوثه في التحليل. أما بحثه الأساسي الآخر فكان في الجبر، مبرهنة الحدانية. وهذه حول مجموع عددين، مثلا (a+b)، مرفوعا إلى قوة مثل 1، 2، 3 أو أكثر. اكتشف نيوتن كيف نفك هذا النوع من العبارات، والمسألة هنا هي التالية: مع أن المجموع (a+b) مرفوعا إلى القوة واحد يُساوي a+b فإنه إذا رفع إلى قوى أكبر من الواحد، فستكون هناك حدود وسيطة أيضا. فمثلا $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. وبشكل مماثل فإن $(a + b)^3$ يساوي $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$، وللقوة الرابعة يكون ذلك مساويا $a^4+4a^3b+6a^2b+4ab^3+b^4$ وهكذا... وعندما نزيد القوة يزداد عدد الحدود.

وكما رأينا سابقا فإن عالم الرياضيات الصيني شوشي شين ابتكر خوارزمية للوصول إلى معاملات مفكوك ذات لحدين. أما عمر الخيام فإما أن يكون قد نقلها عنه، أو أنه وصل إليها وحده في بحثه حول صعوبات الحساب. عرفت هذه الخوارزمية في أوربا بمثلث «باسكال»[*1]، وكانت موضع نقاشات واسعة، لأنها تظهر خواصا كثيرة للمتسلسلات العددية. كما أنها كانت أداة مفيدة لنظريتي الصدفة والاحتمالات.

(*1) ورد هذا المثلث في مؤلفات أبو بكر محمد بن الحسن الكرخي المتوفي سنة 421 هجرية، 1020 ميلادية. (المترجم)

قوة (a+b)	معاملات المفكوك
صفر	1
1	1 1
2	1 2 1
3	1 3 3 1
4	1 4 6 4 1
5	1 5 10 10 5 1
6	1 6 15 20 15 6 1
7	1 7 21 35 35 21 7 1
إلخ	إلخ

إن الخوارزمية بسيطة: نحصل على عناصر كل سطر بعد السطر الثاني (1 1) من السطر الذي قبله بجمع حدين من اليسار إلى اليمين ووضع المجموع على القطر وإلى الوراء خطوة واحدة في السطر التالي. وعلى هذا فإن السطر التالي في الجدول السابق هو:

1 8 28 56 70 56 28 8 1 إلخ

المساهمة العربية

حدثت الإنجازات العربية الرئيسية في العلوم والرياضيات أثناء العصور الذهبية للتفوق الإسلامي. وقد حفظ برنامجهم الضخم لترجمة الأعمال العلمية إلى العربية، من اللغات البابلية والمصرية واليونانية والهندية والصينية، ما هو معلوم في تلك الحضارات، فأصبح متاحا للعلماء الغربيين. وكان هذا أساس الثورة العلمية الغربية في القرنين الخامس عشر والسادس عشر.

كذلك فإن العرب أبدعوا فروعا جديدة في الرياضيات، نذكر منها الجبر وحساب المثلثات. كما أنهم وضعوا أسس الهندسة التحليلية. صانوا الهندسة اليونانية ونظرية الأعداد من الضياع الناشىء عن سوء الاستخدام، وذلك عن طريق ترجمة الجزء الأعظم من رياضيات اليونان، ويشتمل ذلك على كتاب «الأصول» لإقليدس وكتاب أريثمتكس لجيراسا وديوفانطس. ووضع العرب قبل نابيير بستمئة سنة الأفكار الرئيسية التي تستند إليها اللوغارتيمات. أما في أوربا المسيحية فلقد كان تقليدا طوال ما يقرب من

أربعة قرون من الزمن تشويه سمعة المساهمة العربية في الرياضيات، وإن كان الأمر لم يكن كذلك في العلوم الأخرى مثل الكيمياء والنبات والصيدلة والطب، إذ كان المؤرخون لها أكثر موضوعية، فاعترفوا بالإنجازات العربية. أنكر المؤرخون أن يكون للعرب أصالة في الرياضيات، وادَّعوا أن الكثير مما يُنسب للرياضيات العربية من إنجازات هامة كان في الواقع من عمل غير عرب مثل اليهودي (موسى بن ميمون) والفارسي (عمر الخيام) والمصري (الفارابي). لكن ألا يمكن أن تقال هذه الملاحظة نفسها حول علماء الرياضيات «اليونانيين». نذكر هنا اسمين شهيرين من عشرات من سكان الأراضي التي كانت تحت السيطرة اليونانية والذين قاموا بإسهامات باهرة: أرخميدس الذي ولد وعاش في سيراكوزا في صقلية وبطليموس المصري. فهذان كتبا أعمالهما باليونانية، كما ألف عمر الخيام أعماله العلمية بالعربية (باستثناء شعره فكتبه بلغته الأصلية الفارسية). وعلى هذا فإنه مثلما لم يكن هناك أي اعتراض على اعتبار أرخميدس وبطليمون عالمين إغريقيين، فمن الطبيعي ألاّ يكون هناك أي اعتراض على قبول عمر وغيره عربا. لقد خطّوا إنجازاتهم بالعربية مع زملاء عرب، مع تسهيلات عربية وكتبوا وفكروا وتحدثوا بالعربية.

وعلى كل حال - وهنا بيت القصيد - فإن أفكار اليونان والعرب على حد سواء كانت متأثرة بغيرهم، وإن القسم الأكبر من مكتشفاتهم كان صينيا وهنديا وبابلياً. لكن يجب ألاّ يغيب عن بالنا أن تألق الرياضيات اليونانية كان حكراً على عدد صغير من المفكرين الذين طوروا الهندسة وجعلوا منها فرعا منطقيا استنتاجيا. إنما أخفقوا تماما في الوصول إلى ترميز عددي مناسب... واقتصر العصر الذهبي لرياضيات اليونان على إقليدس وبطليموس وأرخميدس وديوفانطس.

لذا فإن المقارنة الحقة للرياضيات العربية لا تكون باليونان القدماء بل بأوروبا خلال القرون الممتدة من القرن السابع إلى الخامس عشر. لم يكن للعرب آنذاك باستثناء الأندلس (حيث كان للعرب التأثير المسيطر) سوى بعض المنافسين. والأوربيون الذين تميزوا في الرياضيات كانوا طلابا في معاهد العلم العربية؛ البابا سيلفستر الثاني وليوناردو بيزا، وفيبوناشي وآخرين.

وأما إسهامات العرب الرئيسية الثلاثة فكانت:

أولا: ابتدعوا ونشروا معرفة النظم العشرية، وأوجدوا طريقة القيمة المكانية للتعبير عن الأعداد، ومكنّوا أولئك الذين اقتفوا أثرهم في الرياضيات من إدراك الأعداد على أنها نظم مجردة.

ثانيا: مكنّوا من إدراك أنه في سياق النظام العشري، من الممكن إخضاع الكسور والأعداد الصحيحة والأنواع الأخرى من الأعداد إلى القواعد العامة ذاتها بعد تعريفها على نحو مناسب، ووضعوا بوجه خاص الأساس لتوضيح الأعداد السالبة ومعالجة الجذور والقوى تتميما لذلك.

ثالثا: أوضحوا أن الأنواع المختلفة من النظم العددية ليست ممكنة فقط، بل يمكن مبادلتها فيما بينها.

ونحصل على النتائج ذاتها إذا استخدمنا النظام العشري أو العشريني أو الثنائي.

توجد مزايا ومساوئ لاستخدام أي نظام. إنما كل واحد منها هو نظير مباشر للآخر.

10 فرانسيس بيكون واتجاهات جديدة

إذا اتسم عقلي بما يكفيه من النباهة وتعددت البراعات التي تؤهله لإدراك أوجه الشبه بين الأشياء، وكان في الوقت ذاته حصيفا إلى درجة تكفي لترسيخ فروقها الدقيقة وتمييزها، وإذا ما وهبته الطبيعة التوق إلى البحث، والصبر على التشكك، والولع بالتفكر والتأمل، والتريث في الحزم، وعدم التحرج من إعادة النظر في الأمور، والتأني في التصرف ووضع الأمور في نصابها، وإذا كنت من أولئك الناس الذين لا يؤثرون كلَّ جديد ولايبهرهم كلُّ قديم، ويمقتون كل شكل من أشكال الخداع، عندئذ فإني أعتقد أن لعقلي نوعا من الإلفة والتناغم مع الحقيقة.

فرانسيس بيكون

من الواضح أن زملاءه المثقفين كانوا يعدونه شخصا مصابا بالهوس

موريس كرانستون

إن تفاصيل السيرة العامة لبيكون معروفة جدا. ولد عام 1561، وأصبح محاميا عام 1582. دخل البرلمان عام 1584، ثم انضم إلى بطانة إيرل أوف إسكس وتركها عام 1601 (عندما قام بمهمة الادعاء أثناء محاكمة الإيرل بتهمة الخيانة). عمل فيما بعد مدعيا عاما ورئيسا أعلى للقضاء. اتهم عام 1621 بالرشوة والفساد، وفرضوا عليه غرامة وصرفوه من العمل. مات بعد ذلك بخمس سنوات. نشر باسمه ما يقرب من ثلاثين بحثا فلسفيا، جُلّها باللغة اللاتينية، في مواضيع مثل طبيعة المعرفة ومنطق العلم والدولة المثالية. وكان هدفه المعلن التجديد والتحسين وإعادة تنظيم جميع فروع المعرفة وتوفير الانسجام بينها.

وبمعزل عن هذه الحقائق فإن مجموعة غير عادية من الأساطير (التي يمكن أن تكون صحيحة أو باطلة) نسبت إلى اسمه. فإذا ما صحت هذه الأساطير (التي قدم أصحابها أدلة على صحتها بدرجات احتمال متفاوتة)، فإن «حياته السرية» تنطوي على التفاصيل التالية:

أولا: كان بيكون نتاج زواج غير متكافئ للملكة إليزابيت الأولى بإيرل لايسستر وكان إيرل أوف إسيكس أخاه الأصغر من الأبوين ذاتهما.

ثانيا: كتب بمفرده، وفي محاولة منه لإحياء الأدب الإنكليزي، ليس فقط جميع تمثيليات شكسبير، بل نظم كذلك شعرا وكتب قطعا أخرى تنسب إلى (جون ليلي) و(إدموند سبنسر) و(توماس واطسون) وغيرهم.

ثالثا: كان اعترافه بأنه مذنب عند محاكمته بتهمة الرشوة ناجما عن ضغط من جيمس الأول ليغطي عددا من الممارسات الاحتيالية للملك وليا كنكهام أحد رعيته المقربين منه.

رابعا: طور الماسونية (وهي مزيج من شعائر نقابات تجار القرون الوسطى ومعاني الأعداد السحرية عند قدماء المصريين والفرس)، وأدخل هذه الجماعة السرية إلى بريطانيا. أخيرا - وهذا ليس سرا - حمل لواء الدعوة المهمة جدا إلى العلماء والفلاسفة في أن تطور العلوم الطبيعية والفيزيائية ضروري جدا. وصاغ ذلك في عبارة رنانة إذ قال: «إنها تسهم في تحرير الإنسان».

الأساس الراسخ للمعرفة: العلم التجريبي

عرض بيكون في كتابه الرئيسي، تقدم التعلم Advandement of Learning (1605) الذي يعتبر أهم كتبه، ما أسماه «إعادة البناء العظمى»، لجميع فروع المعرفة الإنسانية. كانت نقطة الانطلاق عنده أن أسلوب التفكير ذاته قد تردى، وأنه كان في أسوأ عهوده لقد أصابه شر تعاليم المدرسة السكولاستية التقليدية القاحلة باعتماده على النصوص (مثل نص أرسطو) أكثر من اعتماده على التجربة،وقال إن ذلك قد قاد إلى جدل عقيم بدلا من الإبداع، وأن الناس مالوا إلى إدانة الحقيقة نتيجة للجدل الذي نشأ حولها. وادّعى لعلاج ذلك أن الطريق الصحيح الوحيد لتقدم الفهم هو التفكير الاستقرائي.

لم يفرق بيكون بين «التعلم» وما دعاه الفلسفة كما لم يفرق بين الفلسفة وما يدّعى الآن علما تجريبيا. وقال إنه توجد ثلاث طرائق لتقدم فهمنا للفلسفة: طريقتان خاطئتان وثالثة صحيحة. الطريقتان الخاطئتان جُربتا في الماضي وأثبتتا عدم جدارتهما، وهما أولا: تلمّس الطريق في الظلام دون خطة. ثانيا: الاهتداء بنصوص القدماء. أما الطريق الصحيح فهو بناء

المعرفة بتجريبها متقدمين من تجربة إلى أخرى . يجب أن نتعلم قوانين الطبيعة، وهذه لايمكن استنتاجها من المنطق أو من المتعارف أو من الكتب، بل من دراسة متفحصة للطبيعة ذاتها واختبارها. ويدَّعي بيكون أن هدف الإنسانية الأول في هذا العالم هو السيطرة على الطبيعة.

فضح بيكون في معرض دفاعه المحكم عن الأساليب العلمية وعن المعرفة المتصلة بها، «الأخطاء والتفاهات التي ارتكبت في دراسات العلميين». كان مشغول البال بالحاجة إلى التخلص من الأرسطوطالية المتفسخة، أساس الفلسفة السكولاستية بأشكالها المتعددة. لقد كان يُفْتَرضُ في تلك الفلسفة أن تغير العقل، ولكنها انحطت إلى سفسطة سخيفة وتكلفٍ مثيرٍ للضحك. لقد أراد بيكون، بدلا من هذه المناقشة الديالتيكية المرتكزة علىً المجادلة الكلامية، قاعدة جديدة لتعرُّف الطبيعة. ولا يمكن تنمية هذا وتطبيقه إلا بمتابعة الملاحظة الممتدة والتجربة.

إن أهم ما في أفكار بيكون هو الوضع الجديد الذي حدده لما وراء الطبيعة، فالميتافيزيقيات التقليدية اهتمت بمفاهيم الوجود والعدم بالعرض والجوهر، بالمضمون والشكل. وقد هيأت هذه الأفكار وأخرى مثلها الفرص لجدل لاينتهي. وكان الاتساق المنطقي، وليس التوافق مع الحقيقية، محك الحقيقة. رفض بيكون جميع هذه الأفكار وأعاد تعريف الميتافيزيقا ذاتها على أنها الاختبارات الأولية للحقيقة الميتافيزيقية، وصف ثلاثة مستويات للبحث الطبيعي هي: جمع البيانات العلمية، والبحث في الصفات المميزة الخاصة، وفي الأسباب، وتصنيف الأشكال الأساسية للأشياء. وكان التجديد المثير الآخر هو الفصل الحاد للحقيقة الإنسانية عن تعاليم الديانة السماوية. لقد خصص للعقل وظيفة محددة هي استخلاص نتائج عملية من الأسرار السماوية.

ومع ذلك فإن بيكون كان حريصا ألاّ يهاجم الدين. إن حقائق الدين تقع وراء نطاق اختبار العقل ومستثناة من الاختبار، وإنه لا طائل من البحث عن حقائق الطبيعة في اللاهوت أو البحث في اللاهوت المقدس عن حقائق الطبيعة. إن هذا الفصل للمعارف عن الاعتقاد ينسجم مع نظرته في أن المعرفة البشرية (المؤسسة على التجربة) محدودة بالحس والمادة والأشياء المنتهية. لقد قصر بحوثه بوعي كامل على تحليل المعرفة التجريبية، ولم

يناقش مطلقا طبيعة الدين، أو بكلام أدق لم يناقش طبيعة اختلاف الإيمان عن المعرفة التجريبية ويبدو أنه يفترض أن لا جدوى من فعل ذلك.

وفي كتابه «طريقة جديدة للتفكير»(Novum Organum 1620) ، شرح بيكون علاوة على ذلك برنامجه الضخم في تنظيم المعرفة. يشير عنوان هذا الكتاب إلى أن بيكون يعارض طريقة تفكير أرسطو الاستنتاجية للتحليل المنطقي. أما طريقة بيكون الجديدة فهي استقرائية؛ وتناول بالدراسة الحالات الخاصة منتقلا إلى الصيغة العامة. تعتمد الصيغة العامة للأرسطوطالية والسكولاستية المسيحية التي نشأت عنها، على التعريف والاستنتاج. أما طريقة بيكون فتعتمد على اختبار الارتباطات بين الأشياء بالتوثق من أن هذه الأرتباطات موجودة فعلا. أي أنه يوضح أو يقدم الارتباطات المقترحة أو المعلنة ثم يتوثق من حدوث أن الظاهرة تحدث عندئذ دون استثناء وأن الظاهرة تحدث ثانية عند كل تكرار للتجربة.

سرد بيكون في كتابه «طريقة جديدة للتفكير» إعاقات المعرفة، وهي الأوهام التي تؤدي بعقول الناس إلى إقصاء الحقيقة. هذه الأوهام هي أمور مثل الأفكار الخاطئة والمبادئ (التعاليم) والخرافات والأخطاء. وصف بيكون أربعة أنواع من الأوهام بوجه خاص وهي أربعة مصادر رئيسية للخطأ تشوه المعرفة الصحيحة بتلوين طبيعة الأشياء وتشويه فهمنا لها وهذه هي:

١- **أوهام القبيلة:** وهذه أخطاء تنتج عن الطبيعة البشرية مباشرة. إن تفكيرنا يتأثر خطأً بشخصياتنا ورغباتنا وانفعالاتنا. يستقبل العقل في المجرى العادي للحوادث الانطباعات من الأشياء. ولكننا مقيدون مسبقا بآراء تأتي من خبراتنا السابقة. والإنسان عادة يستسيغ ما كان يؤمن به مسبقا. إننا نرفض الأفكار والخبرات الجديدة لأن أسلوب انفعالاتنا يؤثر في فهمنا ويحرفه. يستقبل العقل هذه الأشياء التي توثر فيه، ويقودنا الرأي المستساغ إلى قبول تلك الحقائق وحدها التي تظهر أنها داعمة له. نحن نتجاوز، بل ننسى أي شيء يبدي ميلا إلى معارضة ذلك.

2- **أوهام الكهف:** وهذه أخطاء تنشأ عن طبيعتنا الفردية وعن ثقافتنا وعن المحيط. إننا جميعا معزولون أو مغلقون في كهف تصنعه خصوصياتنا الفردية. فكل واحد منا تتتابه الخواطر بطريقة معينة وبمفاهيم وافتراضات مسبقة معينة. ونحن نقوم بتركيب ما نعتقد لينتج عن ذلك كيان معرفي

كامل مرتكز على هذه المقدمات. استشهد بيكون بأرسطو فوصفه بأنه مؤسس لفلسفة «كاملة» تعتمد على الاستنتاج من بعض فئات التجربة. وارتكب أخطاء مشابهة أولئك الذين اختاروا «اكتشافا» خاصا ووصفوه بأنه جاء عن طريقة الحكمة والعقل، متجاهلين ما أثبته الخصوم أو المفكرون من أزمان أخرى. ومن جهة ثانية يدرس بعض الباحثين الطبيعة بكليتها، في حين يجزئها البعض الآخر. ومهما كان الأمر، فإن الأسلوب الأفضل علميا هو تركيب هاتين التقنيتين للتحليل والتركيب في تقنية واحدة هي تحليل التجربة.

3- أوهام السوق: وهذه الأكثر إزعاجا. إنها أخطاء تنشأ عن وسائل الاتصال الإنساني، ومن خصوصيات اللغة: فالكلمات لا تنقل دائما المعنى الصحيح؛ ومن ثم فإنها تعمل غالبا على تشويه المعرفة ، ويُساء استعمال الكلمات خاصة عندما تشير هذه الكلمات إلى أمور لا توجد في الواقع، وإنما هي محض تجريدات مشوشة. ويعاني المكتشف من التعارض عندما يضطر إلى تغيير معنى الكلمة أو توظيفها لمعنى جديد يعتقد بعض الناس أنهم يتحكمون بالكلمات مع أنه من المؤكد أن بعض هذه الكلمات مثل «قوس التتر» هي من النوع الذي يتجاوز فهم أكثر الناس حكمة إذ إنها تعوق الحكم وإبداء الرأي.

إن هذه الأصناف الثلاثة من الأوهام متأصلة في الطبيعة البشرية ويمكن مراقبتها، ولكن لايمكن استئصالها. أما الصنف الرابع فهو أوهام المسرح. وهذه الأوهام غيرمتأصلة في الطبيعة ويمكن الحيلولة دونها من غير أن تدخل العقل أو ترحل عنه، وتنشأ عن التعليم المؤسس على نظم فلسفية والصفة العامة لها هي أنها تتوسع في تمثيلات للطبيعة ناشئة عن حد أدنى من الملاحظة والتجربة والتاريخ الطبيعي.

إن المعنى الأساسي لهذا التصنيف المعقد للأخطاء البشرية هو أنه يبدو قد صُمم ليؤكد أن لا وجود لعقل بشري يقوم بدور مخزن (مستودع) للحقيقة الإلهية وللمطلق والشامل. أما إذا ما ارتكزت حقيقة علمية على التجربة، فإن علينا أن نكون حذرين أمام التأثيرات التي تفسد فهمنا لبيانات التجربة. لكن بيكون كان حريصا على ألا يشير بوضوح إلى الخصائص الخلافية التي تفصل الناس، ولم يفصِّل في الأمر. إنما كان هدفه، على ما

يبدو، هو أن يضع أسس دراسة الفروق الفردية بإظهار منابع التنوع في التفكير البشري على طبيعة الواقع وعلى حقيقة هذا التنوع.

يضع بيكون في كتابه «طريقة جديدة للتفكير» برنامجه لمنطق يهتم بنتائج الملاحظة الدقيقة والتجربة. وصف كيفية الأسلوب العلمي لطرح السؤال، والطريقة الصحيحة للتجربة بشعل الشمعة أولا (الفرضية) ويستدل بعدها بوساطة الشمعة على الطريق (ينظم التجربة) مبينا أن الأمر يتعلق بتجربة مرتبة كما ينبغي ومنظمة، وهي ليست عملا فوضويا أو مضللا نستنتج من التجربة المبادئ، ونقوم انطلاقا من المبادئ التي وصلنا إليها بالتجارب ثانية ويقول إن هدف طريقته هو اكتشاف القوانين الثابتة والمهمة التي توضح عمل الأجسام المادية. وهذا كما يقول، ما يعنيه الفلاسفة حقا عندما يتكلمون عن «الصيغ».

وفي الحقيقة عندما نتكلم عن الصيغ فإننا لانعني شيئا أقل من تلك القوانين والتنظيمات للفعل البسيط التي تنظم الطبيعة البسيطة وتشكلها... صيغة الحرارة أو قانون الضوء... ذلك مع أنه لايوجد في الطبيعة سوى أجسام فردية تظهر آثارا فردية واضحة طبقا لقوانين خاصة، فإن هذه القوانين ذاتها ـ في البحث والاكتشاف والتطوير ـ تكوّن الأساس لكل من النظرية والتطبيق في جميع فروع المعرفة.

يعتمد مذهب بيكون في الصيغ على «المذهب الطبيعي» الذي يفسر الحقيقة على أنها تعمل مبدأ الحتمية. ليس الكون، كما يظن بعضهم، كائنا حيا مزودا بروح محركة، إنه نوع من الآلة. وعندما اكتسف العلم أشكال الأشياء فإن العالم لم يعد سوى مادة أولية تنطلق منها الكائنات البشرية لتنشيء ما تختاره من دنيا مثالية ، ويتوقع بيكون أن تلاقي هذه النظريات الترحيب من قبل أهل الإيمان والعلم باعتبارها فلسفة سليمة.

بيكون والإله

لا يرى الأرسطوطاليون المسيحيون فرقا بين السبب الأول (الخالق) وبين الإله عند المسيحيين الذي ورد وصفه في العهد الجديد. أما الأفلاطونيون المسيحيون فيؤمنون بالتنوير الروحي الذي يهب الكائنات الحية القدرة على رؤية الحقيقة مباشرة. وأما بيكون فيأخذ وضعا ثالثا:

إنه يقبل بوجود خالق، لكنه يرفض الروح الطائفية، وعلى العالم أن ينتظر ثلاثة قرون كي يصوغ الكلمات المناسبة لعقيدة بيكون (وفقا لتوماس هنري هكسلي) وقد يكون أحسن وصف لنظرية بيكون الدينية هي «اللاأدرية» agnosticsm شرط أن نعرف اللاأدرية بأنها العلم كتوازن للاحتمالات ، بأن الله موجود دون أن نعرف، باستثناء خلقه للعالم، أي شيء أكثر من ذلك، (وهذا يختلف جذريا عن موقف هكسلي الذي وصف ذات مرة على أنه مادية خجلة).

رفض بيكون أن يعبر عن عقيدته في صيغة أفلاطونية أو أرسطوطالية. إنه يؤكد قدرتنا على أن نتفلسف بدقة، وعلى أن نصل بفلسفتنا إلى تعرف الاله وقدرته كما هي جلية في مخلوقاته. ولكن بيكون كان يرى أنه لايمكن بلوغ الحكمة بأن نتوصل إلى وجود الإله العلي بالعقل والحس، بل بالإلهام فقط. لم يختر بيكون أي جزء خاص من الاعتقاد يمكن قبوله على أنه وحى الله إلى البشرية.

إن هذا الفصل بين الفلسفة الطبيعية واللاهوت أساسي في فلسفة بيكون عن الطبيعة والإنسانية والإله، وهذا يتضح من قوله التالي:

«صحيح أن التفكر في مخلوقات الإله ينتهي بالمعرفة (فيما يخص طبائع المخلوقات ذاتها)، أما فيما يخص تحديد طبيعة الإله فهو موضوع لاينتهي بالمعرفة إنما بالتشكك ...، لذلك اخضع لإرادته كما يريد وآمن بكل أمر يتطلب الإيمان؛ الأفضل لك أن تؤمن في هذه الحالة من أن تفكر أو تعلم».

بيكون واكتشاف معالجة النصوص

عالج بيكون في كتابه «تقدم التعلم» استخدام الشيفرات والكودات موردا بعض الأمثلة. وصف ما دعاه «الكود الألفبائي الثنائي الجانب» ويتكون هذا الكود مما دعاه ألفباءين الواحد مهما هو حرف A أو حرف B وحقيقة الأمر أن بيكون وصف بذلك النظام الثنائي مستخدما A وB محل 0 و 1 في استخداماتنا الحالية.

أما الشيفرة فهي نقل كل حرف من الرسالة إلى مجموعة من أحرف A وأحرف B وفق مخطط معين... (قال عنه بيكون في حديثه عن الشيفرة السرية أنه يجب ألا يكون معلوما إلا من مرسل ومستقبل الرسالة). لدينا

خمسة مواضع نملأها بـ A أو B أي لدينا خمسة اختيارات لهذين الحرفين.

بعبارة أخرى، لدينا 52 (أي 32) اختيارا. هذا يكفي، لأننا لانحتاج إلا إلى ترميز 26 حرفا من الأحرف الأبجدية. ولقد كود بيكون الأحرف كما يلي:

A	AAAAA	G	AABBA	M	ABABB	S	BBAAB
B	AAAAB	H	AABBB	N	ABBAA	T	BAABA
C	AAABA	I	ABAAA	O	ABBAB	U	يحذف
D	AAABB	J	يحذف	P	ABBBA	V	BAABB
E	AABAA	K	ABAAB	Q	ABBBB	W	BABAA
F	AABAB	L	ABABA	R	BAAAA	X	BABAB
		Y	BABBA	Z	BABBB		

مرت حتى الآن عدة قرون على ذلك اليوم الصيفي الجميل في باريس عندما ابتدع بيكون هذه الشيفرة. تلك كانت اللحظة التي ولدت فيها الفكرة الأساسية لمعالجة النصوص. وكان الكثير من النظم الداعمة ـ الطباعة على الآلة الكاتبة وأنابيب الأشعة المهبطية والكهرباء السيالة والتلغراف والترانزستور مازالت آنذاك في رحم الزمن . وكان نظام الأعداد الثنائي يستورد من الصين. أما بيكون فقد قدم الفكرة الأساسية التي بنيت عليها جميع النظم الحديثة. لقد قبل «الكود المعياري الأمريكي لتبادل المعلومات (ASCII) في عام 1966، لو مؤقتا، لنقل الرسائل بالتلغراف. يوجد في هذا الكود 2 قوة 7 (أو 128) عددا كوديا للتحكم وللأحرف الأبجدية وللأرقام تقابل الحروف والتحكمات مثل المسافة بين الكلمات، والعودة إلى أول السطر، وهكذا إن الأعداد الكودية هذه، والمعبر عنها في النظام الثنائي، تقدم الوظيفة ذاتها التي تقوم بها صيغ بيكون الأبجدية الخماسية الأحرف. فالحرف G مثلا يتمثل بكود بيكون على الشكل AABBA أما في الـ ASCII فهو 0100111 (أي 71 بالنظام العشري) يستعمل كود ASCII في الحواسيب الحديثة التي تقوم بمعالجة النصوص. وعمليا يترجم الحاسوب جميع أحرف اللوحة والفراغات والأرقام (العربية) وتحكمات اللوحة عندما يقرع عليها إلى مكافئاتها في ASCII لإجراء العمل الداخلي والتخزين في الذاكرة. ثم يحول هذه الأعداد ثانية من الـ ASCII إلى الأحرف والفراغات وأوامر

التحكم التي تظهر على الشاشة أو تطبع بالشكل ذاته كما في الوثيقة الأصلية. وفي الجدول التالي أهم كودات ASCII :

أعداد الكود (معطاة بالنظام العشري)	الرموز (كما في الآلة الكاتبة)
49 إلى 57	1 2 3 4 5 6 7 8 9
58 إلى 64	: ; < = > ? @
65 إلى 78	A B C D E F G H I J K L M
79 إلى 90	N O P Q R S T U V W X Y Z
91 إلى 96	[\ ] ^ _ ,
97 إلى 109	a b c d e f g h i j k l m
110 إلى 122	n o p q r s t u v w x y z

مساهمة بيكون

ينظر المهتمون بتاريخ العلوم والفلسفة إلى بيكون على أنه ذلك الرجل الذي وفر المفتاح الأساسي للشكل الذي يبدو فيه العالم الحديث. لقد أعطى انتقاده للفلسفة السكولاستية والميراث الجدلي الإغريقي روحا جديدة للدراسات حول أصول الأشياء وطرق الحقيقة التي يجب أن تُسلك إذا أردنا أن يكون لدينا بعض الأمل في الوصول إلى ثمرة إيجابية. ومع أنه لم يتدرب أبدا كرجل علم (وربما بسبب ذلك) فقد كان قادرا على أن يستفيد من نور العقل ليحمل على أخطاء المثقفين وخرافاتهم. تركزت أهم كتابات بيكون على «المنهج». كان قادرا على الانطلاق بسرعة في تفاصيل العلم الجديد، وعلى عزل البحث العلمي المميز عما يقابله من الجدل الفلسفي واللغة المنمقة. إن طريقة العلم استقرائية تنطلق من الملاحظة والتجربة. ويزود «كتاب الطبيعة» المشتغل بالعلم بالمنهج وبالبيانات التي تكشف عن الحقيقة. صمت بيكون أمام عدد كبير من القضايا التي قُبلت بالجدل. كان صمته أبلغ من جدل يتراكم فوق جدل يمارسه المتجادلون. رفض الجدل الكلامي وأعطى نموذجا وظيفيا جديدا للتاريخ العلمي الذي أرسى قواعده. صحيح أنه لم يقدم أي مساهمة للعدد . ولكن ما أسهم فيه فيما يتعلق بالموقف والافتراضات الأساسية أنار فهمنا لطبيعة الأعداد وحررنا من العبودية لمثالية المدرسة الأفلاطونية والسكولاستية الرومانية التي سيطرت على التفكير في أيامه. إنه رائد عصر جديد.

11 جون نابيير: إنطاق علم الحساب

لو سئل جون نابيير (1550 - 1617) لأجاب قطعا إن أهم ما قدمه للبشرية هو حملته ضد هيمنة الكاثوليكية الرومانية في اسكوتلندة وفيما بعد في إنجلترا، وباعتباره أحد المتعصبين للكنيسة البروتستانتية الاسكوتلندية وواحدا من أتباع جون نوكس John Knox، فقد أمضى معظم شبابه في مقارعة الملكيات الأوروبية الكاثوليكية مثل ماري ملكة اسكوتلندة وشارل التاسع في فرنسا وفيليب الثاني في إسبانيا. وعلى امتداد 27 سنة منذ كان عمره 16 سنة حتى أصبح 43 سنة، اشتغل نابيير في كتاب «الكشف الواضح للسفر الكامل للقديس جون»، A Plaine Discoverie of the whole Revelation of Saint John الذي كان هدفه الرئيسي أن يبين أن البابا (أي بابا، بل وربما جميع البابوات) كان عدوا للمسيح. ويبين الاقتباس الذي يتصدر هذا الفصل أن نابيير قد أعطى الملك درسا قاسيا تماما في الأخلاق، بدلا من أن يتودد إلى الملكية.

يبدو مثل هذا الجنون اليوم، مثيرا للشفقة أكثر من كونه ذا معنى، لم تكن مساهمات نابيير الهامة

«ليكن هدف جلالتكم المتواصل إصلاح الفساد الشامل في بلدكم، ولتبدأوا أولا من بيت جلالتكم وعائلتكم وبلاطكم، ولتطهّروا ما ذكر آنفا من كل شك البابويين والملحدين والمحايدين».

(من إهداء نابيير في كتابه «الكشف الواضح Plaine Discoverie » للملك اسكوتلندا جيمس السادس).

في مجال الدين، ولكنها كانت في مجال الرياضيات، كما أن كتابه في اللوغاريتمات Miraculous Canon of Logarithms وآلة الحساب التي أطلق عليها اسم «عظمات نابيير» كانا من ثمرات أوقات فراغه، إذ استغرقت الحسابات الخاصة بكتاب اللوغاريتمات وحدها 20 سنة، إن عبقريته الرياضية وعمقه يجعلاننا نأسف لأنه لم يكرّس عمله لدراسة الأعداد.

ويمكن القول إن عالم المعرفة هو الخاسر الأكبر لأن نابيير صرف كل ذلك الوقت لنشر الفكر المعادي للبابوية. وعلى أي حال، توجد صلة بين جانبي حياة نابيير، حيث التقت تماما جميع صفاته المتمثلة بتفانيه المتعصب للفكر البروتستانتي مع مثابرته المفرطة وحبه للتفاصيل في أسلوب عمله في الرياضيات، وقد كان طموحه تحرير عقول أولئك الذين تعذبهم الأعداد، كمن يتمكن من تحرير الروح من تعقيدات البابوية ـ ليطهّر الحساب بالطريقة نفسها التي طهر بها نوكس Knox أو كالفين Kalvin المسيحية. وقد أراد، في الواقع، أن يقضي تماما على علم الحساب كما كان معمولا به ويستبدل به نظاما نسبيا بسيطا للغاية، بحيث يمكن لأي شخص، ولو كان طفلا، أو حتى لآلة التعامل مع هذا النظام. ويكفي أن نورد مثالا واحدا لنبين أن حلول نابيير تختلف عن تلك التي كانت سائدة في ذلك الحين.

مع أن الأرقام العربية كانت قد بدأت تحل محل الأرقام الرومانية في وقته فلم تكن هناك طريقة نموذجية لكتابة الكسور. لقد ابتدع نابيير استخدام الفاصلة العشرية (وبالفعل فقد كان في هذه النقطة سابقا لعصره، إذ لم يتم تعميم استخدام الفاصلة العشرية للتمييز بين العدد الصحيح والعدد العشري إلا بعد قرنين من الزمن). ولكي نوضح الفرق، نورد ثلاث طرائق معاصرة له للتعبير عن الكسر نفسه:

سيمون. ستيفن Simon Stevin: 139 ‘2 “5 “”6 ””’8

هنري. بريجز Henry Briggs: 1619 $139 \frac{2568}{10000}$

نابيير Napier: 1617 2568, 139 أو 139, 2568

عظمات نابيير:

لقد أصبح نابيير أكثر قربا من اهتمامات الناس العاديين من خلال كتابه Rabdologiae المنشور باللاتينية عام 1617.

ربما يكون نابيير الأول ـ كما كان «ببيج» Babbage الأعظم ـ من بين المتطوعين البارزين الذين احترفوا دراسة الرياضيات. وقد شرح في كتابه (Rabdologiae) «عظماته المشهورة» أو «عصي التنبؤ» كما سماها. إنها تطبيق عملي بسيط لطريقة «اللوحة الطباعية» galley في الضرب التي كانت مستخدمة في عصره، وقد وفر ذلك الكثير من الجهد المبذول في عملية الضرب والقسمة، كما يمكن استخدامها لإيجاد الجذور والقوى. كل ما يجب أن تعرفه هو الأرقام العربية من 0 حتى 9 ومعنى الترميز العربي للعدد، وكيف نجمع وكيف نطرح، وتحل «العظمات» محل الجداول، منبئة باختراع نابيير للوغاريتمات.

ويمكن صناعة «العظمات» بسهولة باستخدام أشرطة «شرائح مستطيلة» من الورق أو القطع الخشبية. حيث نحتاج إلى عشرة أشرطة بطول 5 إنشات وعرض نصف إنش. ارسم المستقيمات المائلة واكتب الأرقام على هذه الأشرطة بالطريقة المبنية أدناه، وبذلك يقوم كل شريط مقام سطر في جدول الضرب، ويمكن استخدام «العظمات» في القسمة أيضا (بشكل معاكس).

لكي نضرب 643 بـ 249 مثلا، نبدأ بأخذ «العصي» أو الأشرطة الموافقة لـ 6 و 4 و 3 من صندوق «العظمات» أو الأشرطة، كما نأخذ الشريط الذي يعمل كمؤشر، وهو شريط تم ترقيمه بالأرقام الرومانية من I إلى IX (أى من 1 إلى 9) نصفُّ الأشرطة بجوار بعضها، كما هو مبين 202:

عظمات نابيير	الطريقة الحديثة
643 x 249	643 x
	249
9 x 643 = 5787	5787
40 x 643 = 25720	2572
200 x 643 = 128600	1286
249 x 643 = 160107	160107

1	2	3	4	5	6	7	8	9	I
2	4	6	8	1/0	1/2	1/4	1/6	1/8	II
3	6	9	1/2	1/5	1/8	2/1	2/4	2/7	III
4	8	2	1/6	2/0	2/4	2/8	3/2	3/6	IV
5	1/0	1/5	2/0	2/5	3/0	3/5	4/0	4/5	V
6	2	6	4	0	6	2	8	4	VI
7	1/4	2/1	2/8	3/5	4/2	4/9	5/6	6/3	VII
8	1/6	2/4	3/2	4/0	4/8	5/6	6/4	7/2	VIII
9	1/8	2/7	3/6	4/5	5/4	6/3	7/2	8/1	IX

1	2	3	
4	8	2	IV
5	1/0	1/5	V (5)
6	1/2	1/8	VI (6)

(4) (15) (10) (8) (8)

4	= 4	4 + 1 =	5
5 + 1 + 8 + 1	= 15	5 + 1 =	6
6 + 1 + 0 + 1 + 2	= 10	0 =	0
2 + 1 + 5	= 8	8 =	8
8	= 8	8 =	8

6	4	3	
1/2	8	6	II (2)
2/4	1/6	1/2	IV (4)
5/4	3/6	2/7	IX (9)

قبل أن نتابع، لابد من أن نتذكر أن 249 هو الترميز العربي المختصر لـ 9 + 40 + 200 وأن هذا بدوره هو اختصار لـ (1 x 9) + (10 x 4) + (100 x 2).

ولكي نضرب 643 في 249 علينا أولا أن نسجل نتيجة ضرب 643 في 9 واحدات ثم في 4 عشرات ثم في 2 من المئات، بعد ذلك نجمع النتائج مع بعضها، (تصبح طريقة العمل هذه آلية بعد استخدام العصي مرتين أو ثلاثا). ننظر إلى السطر IX في المؤشر الروماني من اليمين إلى اليسار فنجد أن التسع ثلاثات هي 27 واحدة، وتسع «الأربعات» 36 عشرة، وتسع ستات 54 مئة. هذا يعني أن علينا حمل الـ 2 إلى خانة العشرات والـ 3 إلى خانة المئات، ثم نسجل النتيجة 5787. ننظر الآن إلى السطر IV (بعد ملاحظة أن هذا السطر في موقع الـ 40، ونسجل 25720، بعد ذلك يعطينا السطر II (ويعني 200) العدد 128600.

إن ميزة أداة نابيير أنها تمكننا فعليا من رؤية (الأرقام التي تحملها)، فلضرب 643 في 9 فإننا نجمع ذهنيا 2 من السطر IX مع الرقم القطري الواقع تحت وهو 6 فنجد 8 = 6 + 2. ثم نجمع 3 مع الرقم القطري 4 لنحصل على 7، وعندئذ نحصل على النتيجة وهي 5787.

ولضرب 643 في 40 فإننا نتبع بدقة العمليات نفسها. ننظر إلى السطر IV فنجد هنا أن كلا من الرقمين المحمولين هو 1، ويكون الجواب 25720 (علينا أن نتذكر أننا نضرب في 40 وليس في 4)، أخيرا، نضرب في 200، هنا نجد الرقم الروماني II على المؤشر ولا يوجد هذه المرة أي حمل، ويكون الجواب 128600.

ولإتمام العملية نضيف المجاميع الجزئية إلى بعضها البعض، فنجد أن حاصل ضرب 643 في 249 يساوي مجموع الأعداد 128600 و 25720 و 5787، ويكون الجواب 160107. حيث يمكن التحقق من ذلك بضرب 643 في 249 على الورق، أو بضرب 249 في 643 باستخدام «العظمات».

ويمكن إجراء القسمة بالطريقة نفسها تقريبا، الفرق يكمن في أننا ننظر إلى النتيجة في «العظمات»، أي أننا لا نبدأ من المؤشر، وإنما ننتهي إليه. لنفرض أننا نريد تقسيم 160107 على 643 باستخدام «العظمات»، عندئذ نجري كل الخطوات على نحو معاكس، نبحث عن عدد يساوي 160107 أو أقل منه فنجده في السطر II. نطرح هذا العدد 128600 من 160107

فنجد 31507، بعد ذلك نبحث عن عدد أقل من 31507 أو يساويه «السطر»، وهكذا .. إن ميزات هذه الطريقة هي:

أولا: نتعلم الاستغناء عن الجداول العددية.

ثانيا: نفكر في الأعداد بطريقة جديدة ولا نسلم جدلا بها.

ثالثا: نكف عن القلق بشأن «الحمل»، الأمر الذي يتم إجراؤه آليا.

وقد لا يبدو هذا تحسينا ضخما، إلا أن علينا أن نتذكر أننا أناس متطورون ننمو في حضارة محكومة بالأعداد والحروف. وبدون معرفة ذلك، فإننا نعيش على رأسمال فكري متراكم من أناس آخرين. وكما في حالة الكسور المصرية، فإننا نحتاج إلى مقارنة سهولة طرائق نابيير، بتلك التي كانت مستخدمة في عصره، وليس بما نعرفه الآن، ومرة أخرى فإن إيراد مثال يضع الأمور في نصابها، وبعد نابيير بخمسين سنة احتاج صمويل پيپيز Samuel Pepys إلى بعض المهارات الرياضاتية الأساسية في عمله كسكرتير في الأسطول البحري، مثل حساب المؤن والأجور وقضايا أخرى مشابهة. ولإجراء حتى أبسط الحسابات كضرب عددين أصغر من 10 وأكبر من 5 (مثل 7 x 8)، فقط كان عليه أن يدخل عبر التعاريج الذهنية التالية:

لضرب 8 في 7	
ضع الرقمين فوق بعضهما	8 7
اكتب إشارة الضرب	8 x 7
اكتب فرق كل من العددين عن 10	8 2 x 7 3
اضرب الفرقين	2x 3=6
اكتب الجداء 6 في خانة الآحاد	6
اطرح الآن قطريا (3 -8 أو 2 -7)	5
ضع هذا الرقم في خانة العشرات	50
أضف 6	56
وهكذا فإن ناتج ضرب 8 في 7 هو	56

اختراع اللوغاريتمات

أدرك نابيير أن كل الأعداد يمكن أن تعد سلسة مستمرة واحدة، وتكمن أهمية ذلك في أن القواعد نفسها تطبق على الأعداد الصحيحة والكسرية والمركبة «المختلطة» ويمكن أن نتصور هذه السلسلة على أنها مجموعة من النقاط غير قابلة للعد يجاور بعضها البعض الآخر على المستقيم، واعتقد الناس دوما أن الأعداد الصحيحة تتمتع بأهمية خاصة وتشبه العلامات التي تشير إلى الأميال عن طريق، لكن ذلك هو وهم، ولم ير نابيير أي شخص خاص بالأعداد الصحيحة ماعدا كونها سهلة التذكر.

لقد كان هذا المفهوم الجديد للعدد هو أساس اختراع اللوغاريتم، حيث اكتشف نابيير العلاقة بين متتاليتين مشهورتين من الأعداد. متتالية الجمع أو المتتالية الحسابية، ومتتالية الضرب أو المتتالية الهندسية، ويكمن عمقه الفكري في أن هذه العلاقة صحيحة من أجل جميع الأعداد سواء أكانت صحيحة أم كسرية أم «مختلطة» مركبة (أي عدد صحيح مع كسر). ولكي يعرض هذه العلاقة بأبسط صورة، فقد اكتشف أن إحدى المتتاليتين يمكن أن تكتب بدلالة أخرى: فالمتتالية الهندسية تكتب بدلالة الحسابية وبالعكس:

نأخذ كمثال المتتاليتين:

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	الحسابية
1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1	الهندسية

أما العلاقة بين هاتين المتتاليتين فهي:

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	2 مرفوع إلى القوة
1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1	يساوي

توضح هاتان المتتاليتان النظام الثنائي المستخدم في الحاسوب إن ضارب أو أساس المتتالية الهندسية هو 2. ويوجد أعداد كبيرة من هذه المتتاليات، إذ يمكن استخدام 2 كأساس أو أي عدد آخر نختاره، وهذا العدد المختار هو «الأصل» أو الأساس الذي نستطيع بواسطته توليد متتالية هندسية أخرى. وترتبط المتتالية الهندسية بالحسابية مباشرة بحسب اختيار الأساس: في هذه الحالة هنا هو 2.

وعندما نرفع الأساس 2 إلى القوى المختلطة الموجودة في المتتالية الحسابية، نحصل على المتتالية الهندسية ونكتب عادة القوة فوق الأساس كما يلي:

الأساس القوة	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}
يساوي	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

لقد كانت هذه الملاحظة هي نقطة البداية عند نابيير، وكما قلنا فإنه رأى أن كل عدد، سواء أكان كسريا أم مركبا أم صحيحا، يمكن أن نعبر عنه كقوة (أس) لعدد آخر نسميه الأساس. ليس المهم فقط أنهما متساويان، وإنما المهم أن يكون لدينا طريقتان في كتابة الأعداد نفسها، فلو كان لدينا العدد 8 والأساس 2 مثلا، فسوف يكون لدينا قوة (أس) التي لو رفعنا الأساس إليها لحصلنا على العدد الأصلي، وهي هنا3. وقد أطلق نابيير اسم «لوغاريتم» على هذه القوة (الأس)، وهكذا يكون لدينا ثلاث طرائق لنقل المعلومة نفسها بالضبط: العدد اثنان مضروبا في اثنين مضروبا في اثنين هو 8، (اثنان مرفوعا إلى القوة 3 يساوي 8) (لوغاريتم 8 بالنسبة للأساس 2 يساوي 3).

الخطوة التالية هي أن ندرك أنه عندما ترتبط ثلاثة أعداد ببعضها (العدد المعطى، الأساس، اللوغاريتم) فإن تغيّر أحدهما يؤدي إلى تغير الآخر، إذا كانت المسألة هي ضرب عددين نجمع اللوغاريتمين، وتؤول قسمة عددين إلى طرح لوغاريتميهما. ويمكن إيضاح هذه العملية بأخذ عددين من المتتالية الثنائية (ذات الأساس 2). لنفرض أننا نريد ضرب 64 في 4. نبدأ بالتعبير عنهما كقوى للعدد 2. وعندئذ لضربهما نجمع لوغاريتميهما. وهكذا فإن:

$$64 \times 4 = 26x22 = 2^{8\ (=6+2)} = 256$$

ولتقسيم 64 على 4، فإننا نطرح اللوغاريتمين بدلا من جمعهما:

$$\frac{64}{4} \quad \frac{-26}{22} = 2^{4\ (=6-2)} = 16$$

إن هذين المثالين سهلان أكثر مما ينبغي عند حسابهما باللوغاريتمات. إلا أن التعامل مع أعداد أكبر هو أمر سهل أيضا. فمثلا لضرب 23,9657

في 19,2739، نأخذ لوغاريتمي هذين العددين ونجمع اللوغاريتمين، ثم نبحث عن النتيجة في جدول (مقابل اللوغاريتم) فنجد حاصل الضرب. (اللوغاريتمات في هذا المثال بالنسبة للأساس 10).

لوغاريتم 23,9657 = 1,379590

لوغاريتم 19,2739 = 1,234949

مجموع اللوغاريتمين = 2,614539

مقابل اللوغاريتم = 461,7299

إذن 23,9657 * 19,2739 = 461,7299

حساب اللوغاريتمات

عند التأمل في كل ما سبق، فإنه يبدو أن الجزء السهل هنا هو إتقان مبدأ اللوغاريتمات: أي أنه توجد علاقة بين العدد والقوة (الأس) والأساس، ويبقى هذا المبدأ صحيحا مهما كان الأساس. ويمكن أن يكون الأساس عددا صحيحا أو كسريا أو مركبا، كما يمكن أن يكون في أي نظام للترميز المستخدم: ثنائي أو ثماني أو عشري أو ستة عشري أو ستيني. ويمكن أن نتصور أن الجزء الصعب هنا هو حساب اللوغاريتمات بحد ذاتها. ويمكن لجداول اللوغاريتمات أو جداول مقابلات اللوغاريتمات أن تجعل الحساب سهلا مثل الـ أ ـ ب ـ ت ـ ولكن قبل كل شيء، كيف يتم إعداد ووضع هذه الجداول؟

لقد جرّب نابيير طرقا عديدة لحساب قوى لأساسات، فمثلا حسب أعدادا مثل 2 مرفوع إلى القوة 10000 (أي 2 مضروبا بنفسه 10000 مرة). ثم حسب بعد ذلك عدد الخانات (المنازل) في جواب الضرب، وهي هنا 3011 خانة. نطرح 1 من 3011 فنحصل على لوغاريتم 2 بدقة أربعة أرقام عشرية بعد الفاصلة. (المميز ـ أي الجزء الصحيح من لوغاريتم العدد هو صفر. والجزء العشري هو 0,3010 وهكذا فإن لوغاريتم 2 بالنسبة للأساس 10 هو 0,3010)(*).

(*) لدينا في الواقع a = 210000. إذن: 10000Log2 = Log a، ويتكون لوغاريتم a من جزء صحيح k وهو يساوي عدد خانات العدد a مطروحا منه 1 حسب قواعد اللوغاريتمات، وجزء عشري نرمز به بـ D ونكتب Log a = K.D ، ومن ثم نجد: $\text{Log } 2 = \frac{K.D}{10000}$. (المترجم)

لقد أدرك نابيير الذي اشتغل عادة بسبعة أرقام عشرية بعد الفاصلة، أنه لا يوجد مستقبل لهذا الأسلوب (أي، الضرب المستمر لـ 2 في نفسه)، ولذلك فقد شرع في البحث عن طرائق أخرى، وجرّب ست طرائق كانت كلها تقريبا مضجرة ومملة، قبل أن يكتشف حلا سريعا بقدر ما هو دقيق. ولكي نفهم هذا الأسلوب، علينا أن نذكّر بنوعين من المتوسطات: المتوسط الحسابي والمتوسط الهندسي. أما المتوسط الأكثر استخداما فهو «المتوسط» الاعتيادي المستخدم في الشؤون اليومية، وهو المتوسط الحسابي، ونجد المتوسط الحسابي لعددين (مثلا 4 و 16) بجمعهما وقسمة الناتج على 2.

(وهكذا فإن 4 مع 16 تصبح 20، وبالقسمة على 2 نحصل على 10، فالمتوسط الحسابي لـ 4 و 6 هو 10). ويستخدم المتوسط الهندسي في الأغراض العلمية، ولإيجاده عليك أن تضرب العددين (لنقل 4 و16 مرة أخرى) وتأخذ الجذر التربيعي للناتج (وهكذا فإن 16 * 6 = 64 والجذر التربيعي لـ 64 هو 8، والمتوسط الهندسي إذن للعددين 4 و 16 هو 8).

إذ تذكرنا أن اللوغاريتم هو أسّ (قوة) فإنه يمكن أن نقدم القاعدة الخاصة بأي عددين نعرف لوغاريتميهما:

المتوسط الحسابي للوغاريتمي عددين يساوي لوغاريتم المتوسط الهندسي لهذين العددين.

فمثلا (العمل هنا في الأساس 10) لنأخذ العددين 100 و 1000. تُرى إلى أي قوة (أس) يجب أن نرفع الأساس 10 لنحصل على 100؟ ما القوة من أجل العدد 1000؟

الجواب هو 2 للسؤال الأول و3 للثاني، وتنص القاعدة على ما يلي: إن لوغاريتم المتوسط الهندسي للعددين 100 و1000 (أي الجذر التربيعي لـ 1000 * 100 وهو 316,2266) هو المتوسط الحسابي للعدين 2 و 3 أي 2,5 (3 +2 مقسومة على 2)، وبعبارة أخرى فإن لوغاريتم 316,226677 بالنسبة للأساس 10 هو 2,5.

هذه كانت نقطة انطلاق نابيير، الاكتشاف الذي حل عقدة المشكلة برمتها، إذ أصبح بإمكانه الآن الاستفادة من عملية التكرار (المعاودة) (انظر الجدول في الصفحة التالية) في الوصول إلى جميع أنواع النتائج وذلك باستخدام المبدأ التالي:

- ابدأ من أي عددين مع لوغاريتميهما المعلومين.

- أوجد المتوسط الحسابي للوغاريتمين السابقين، لتحصل على لوغاريتم مجهول وجديد لعدد.

- أوجد المتوسط الهندسي للعدين الأصليين، تحصل على العدد المجهول.

يمكن استخدام ذلك لنمر بجميع الأعداد الواقعة بين 100 و1000. فمثلا لو بدأنا بالمحاكمة من حيث انتهينا إلى العدد 226677 ,316، فالعددان هنا هما 100 و 226677 ,316 ومتوسطهما الهندسي هو 827641 ,177، والمتوسط الحسابي للوغاريتميهما هو 25 ,2. ومن ثم فإن لوغاريتم 827641 ,177 بالنسبة للأساس 10 هو 25 ,2 ويبين الجدول طريقة التكرار (المعاودة).

وتضم هذه العملية طريقتي الاستكمال والمعاودة، فالاستكمال هو أننا نبدأ بنقطتين أو عددين ونوجد العدد الواقع بينهما والذي يحقق المسألة (في هذه الحالة، المتوسط الهندسي والمتوسط الحسابي). أما طريقة المعاودة فهي أننا نعود بقيمتين جديدتين ونكرر الحساب بالأعداد التي حصلنا عليها في الخطوة السابقة.

اللوغاريتمات		الأعداد		
2	3	100	1000	الخطورة 1
AM = 2,5		GM=316.227		المتوسطات
2	2,5	100	316.2267	الخطورة 2
AM = 2,25		GM=316.227		المتوسطات
2	2,25	100	177.828	الخطوة 3
AM = 2,125		GM=133.352		المتوسطات

GM تعني المتوسط الهندسي ، AM تعني المتوسط الحسابي

لاقى عمل نابيير الاستحسان والقبول مباشرة من الفلكيين وقباطنة السفن والعلماء والمهندسين الذين عبّروا عن رضاهم الكامل نتيجة توفير الساعات المضنية التي لا تعد في إنجاز الحسابات. عندما ذهب جيمس السادس حاكم اسكوتلندا (الذي أصبح فيما بعد جيمس الأول حاكم إنجلترا) إلى النرويج عام 1590 ليلتقي «آن» Anne التي أصبحت عروسه، كان مرافقه الطبي الدكتور جون.كريغ John Craig صديقا لنابيير، ورست السفينة بقرب

«هفين» Hven بالنرويج. كان الفلكي ج. براهي Jycho Brahe يراقب النجوم هناك منذ عشرات السنين، وكانت لديه معطيات من مئات الأرصاد للكواكب في أوقات مختلفة من السنة، فحدثته كريغ عن لوغاريتمات نابيير. ثم قام كبلر Kepler مساعد براهي، والذي ورث أرصاده، باستخدام لوغاريتمات نابيير في معطيات براهي من أجل وضع قوانينه الثلاثة في حركة الكواكب. ولقد أرسى عمل براهي وكبلر حجر الأساس في ثورة اسحق نيوتين Isaac Newton في العلوم الدقيقة (انظر الفصل الثاني عشر)، وكل هذا، ومعظم العلوم الحديثة، لم تكن لتقوم، أو على الأقل لتأخرت بدون لوغاريتمات نابيير.

لقد استمر استخدام لوغاريتمات نابيير حتى ظهور الحاسبات الكهربائية والحواسب الإلكترونية التي نحتها جانبا، وحتى أواخر عام 1960 كان على جميع تلاميذ المدارس الثانوية الذين يدرسون الرياضيات أن يعرفوا كتب الجداول اللوغاريتمية التي كانت أداة لا يُستغنى عنها، أضف إلى ذلك أن الآلات الحاسبة والحواسيب بحد ذاتها مدينة كثيرا لنابيير: «فعظماته» كانت واحدة من أولى الوسائل الميكانيكية المعاصرة للحساب أما مبدأ المعاودة الذي وضعه، فهو واحد من أهم الأفكار الأساسية في البرمجة، وباستخدام خوارزمية المعاودة، يمكننا الآن إجراء الحسابات التي قضى فيها 20 سنة خلال دقائق. وهذه إحدى وسائل تقييم إنجازاته.

12

الثورة النيوتنية: زواج العلم التطبيقي والعلم النظري

«لا فائدة يا بني، فقد قرأت مؤلف أرسطو مرتين ولم أجد فيه شيئا عن البقع الشمسية، يبدو أنه لا وجود لهذه البقع على الشمس، وأنها تتراءى إليك بسبب عيب في مقرابك الفلكي، أو بسبب خلل في عينيك».

أستاذ يسوعي من القرن السابع عشر

(أوردها كيرتشر Kircher)

«بالتأكيد أنك لم تهتد إلى كامبريدج. نعم فقد وُضعنا في ناحية من الأرض تصل ظلمتها (من وجهة نظر المعرفة بشؤون العالم) إلى أقصى حد ممكن».

(روجر كوتس)

الأستاذ الأول في علم الفلك والفلسفة الطبيعية في كامبريدج، في رسالة موجهة إلى عمه، عام 1707

لقد عانى الإنكليز على امتداد تاريخهم من تحولات دورية جذرية في نظام الحكم وفي الأمور الدينية والاجتماعية والاقتصادية انعكست على جميع أوجه المجتمع الذي بدأ يتحول إلى الراديكالية (الثورية). في حين كانت التغيرات في فترات أخرى تمتد أحيانا إلى قرون تقتصر على أمور لا شأن لها. وعندما تلقى الأفكار قبولا لدى الفئة الحاكمة فإنها تفرضها على الناس، ويحدث ذلك أحيانا بكثير من الوحشية.

وقد قام ملوك أسرة تيودور Tudor، وخاصة هنري الثامن، بإحداث أكبر التغيرات في الدين وعلاقات الملكية والثقافة والشؤون الاجتماعية، وذلك منذ الفتح النورماندي. ولكي تُستغل طاقات المصلحين كأدوات للتغيير، فقد جرى اتباع طريقة إعادة التوجيه ابتداء من مسألة الربح والخسارة وصولا إلى قضايا دينية وقيم ومبادئ جوهرية أخرى. وقد قامت السلطة بمصادرة الأديرة، وكل

ما يتبعها من الأراضي والأوقاف والأبنية والمدارس، وطرد المزارعين وتسوير الممتلكات العامة وتحويل الأراضي الصالحة للزراعة إلى مراع للأغنام - وكان لكل ذلك كبير الأثر في تحويل جيل كامل من العوام مباشرة ودون سابق إنذار من الحقبة التي ينظرون إليها بأنها عصرهم الذهبي إلى عصر الحديد الذي كان بلا شك مقيتا (والذي ما زال بعض الناس العاديين يعيشون فيه).

وعلى مستوى الأعمال العادية، فقد فجّر النظام الاجتماعي الجديد - النظام الجديد للمؤسسة الرأسمالية - الصراع بين الأرستقراطيين الإنكليز وطبقة الملاك الجدد من جهة وبين القوى الكاثوليكية وفي مقدمتها إسبانيا والفاتيكان من جهة أخرى.

وقد كانت إسبانيا بين عامي 1520 و1580 تنشئ وتوسع إمبراطوريتها الاستعمارية في وسط وجنوب أمريكا، إضافة إلى الكميات الضخمة من الكنوز التي كانت تنقلها سفنها من العالم الجديد (أمريكا). وكانت السفن الإسبانية تتعرض بصورة مستمرة إلى هجمات متكررة من القراصنة الإنكليز الذين كانت تدعمهم الملكة إليزابيث. وقبل أن تبدأ الحرب، فقد استعد الإسبان للغزو، وفي أيار عام 1588 انطلقت من لشبونة 130 سفينة تحمل على متنها 8000 بحار. وكان الأسطول الإنكليزي في تلك الآونة مؤلفا من 16000 رجل و197 سفينة، وكانت هذه السفن صغيرة وليست متقنة ومسلحة تسليحا خفيفا وقادرة على المناورة. وعلى العكس كانت السفن الإسبانية كبيرة مزودة بالسلاح الثقيل ولكنها غير متقنة الصنع. وقد استطاعت السفن الإنكليزية في ثلاث معارك في القناة الإنكليزية إنهاك العدو، لم يحدث تسليحيهم الخفيف أضرارا تذكر في السفن الإسبانية، ولكنهم استفادوا من قدرتهم الكبيرة على المناورة واستخدموا الحراقات (وهي سفن تملأ بالمتفجرات، يضرم فيها النار وترسل إلى تجمعات سفن العدو) لنشر الذعر في صفوف الإسبان الذين شردتهم العواصف. ولم يبق من الأسطول الإسباني سوى 76 سفينة عادت من حيث أتت بشكل فوضوي، ولم يخسر الإنكليز أي سفينة، وكانت خسائرهم البشرية أقل من 100 رجل. وكان لكل ما جرى نتيجة مباشرة هي أن نصف الشباب من الرجال قرروا التوجه لمهنة الملاحة.

الملاحة في عهد إليزابيث

لقد كان التزايد السريع في الاهتمام بركوب البحر واحدا من عشرات الأمور التي تستحق الدراسة في وقت عم فيه التخلف العلمي المطلق. ولقد بقيت الجهة المؤهلة، وهي هنا القوات المسلحة والمؤسسات الاستكشافية، عاجزة عن عمل أي شيء بسبب المعرفة البدائية للعالم المحيط بنا، وعدم وجود آليات بين يديها من أجل وضع المعرفة في خدمة التطبيق. وقد كانت الملاحة من القرن السادس عشر (سواء أكانت بقصد الاكتشاف أو القرصنة أو الحرب)، مهارة عملية وفضولا مليئا بالمغامرة، ونادرا ما كانت تتسم بأنها تتصل بالأعمال الفكرية. وكانت أكثر الرحلات البحرية تتصف بالمحلية، وبحيث تبقى اليابسة ضمن مجال الرؤية المباشرة. وبرغم انتشار البوصلة، إلا أنه لم يكن يعرف الكثير عن طريقة عملها والتصحيحات الواجب إجراؤها عند استخدامها. (ولم يعرف ذلك حتى عام 1600، عندما نشر ويليام جيلبرت William Gilbert، وبعد سنوات من الدراسة والتجريب، أول كتاب حول المغنطيسية والبوصلة، نص فيه على حقيقة أن الأرض تسلك سلوك مغنطيس هائل الحجم.

إن أهم ما كان في الساحة هو تلك الخرائط الموثوقة القليلة، وخاصة ما يتعلق منها بالرحلات البحرية الطويلة. ويدل الخطأ الذي وقع به كولومبوس، عندما ظن أن أمريكا التي اكتشفها هي الهند، على المستوى الضحل للمعرفة الجغرافية في ذلك الحين، وقد عُهد إلى البحارة المحترفين القيام بالرحلات إلى المناطق المجهولة على أساس أنهم كانوا هناك من قبل. وقد تزود هؤلاء بخرائط للطرق البحرية، كتلك التي يتزود بها سائقو السيارات في هذه الأيام من قبل مكتب السياحة الدولية، حيث تبين هذه الخرائط الطريق الممكن والأفضل، كما تبين مواقع الخطر ومواقع واضحة وبارزة لمعالم الطريق، وتعطي المسافات بين الأماكن غير المأهولة، إلى غير ذلك من المعلومات. وقد كانت خارطة الطريق ملكا شخصيا للبحار وتشكل مصدرا رئيسيا لإتقانه مهنة الملاحة.

أما الرحلات القصيرة كتلك التي كانت في القناة الإنكليزية، فقد كان البحار يعطي توجيهاته معتمدا على الذاكرة، وقد كان الملاحون عموما أميين. إن القبطان والبحار وحدهما هما اللذان يقرآن المخططات ويوجهان

الطريق باستخدام البوصلة ويقيسان سرعة السفينة ويسجلان المسافات في سجل السفينة. وقد كان من أهم الوسائل الرئيسية الأخرى المساعدة أداة لقياس الزمن، وهي الساعة الرملية التي تقيس الزمن طوال ساعة أو ساعتين.

ويمكن الإبحار بنجاح بالتقدير الدقيق لموقع السفينة، وذلك بالاستعانة بالبوصلة والساعة الرملية. ولا بد من الاستعانة بخط الطول الوهمي، ويتم توقيت حركة السفينة بواسطة الساعة الرملية. أما سرعة السفينة، فكانت تقدر بواسطة جهاز خاص يسمى «مسجل السفينة» معلق بالسفينة ويسجل المسافة المقطوعة في كل يوم.

لقد كان قياس خط العرض أمرا ميسورا نسبيا، إذ كان هناك عدة آلات متوافرة يمكن توجيهها بطريقة ما إلى الأجرام السماوية (من أوضح القياسات قياس زاوية الشمس مع الأفق عند الظهر. ويوفر لنا هذا الرصد الزاوية التي يمكن أن يقاس منها خط العرض. كما كان من الأدوات المساعدة الربعية وهي آلة لقياس الارتفاع الزاوي، والمزواة (التيودوليت) وهي أداة لقياس الزوايا يستخدمها مساحو الأراضي). ومع كل ذلك فقد كان الإبحار إلى مكان محدد مسألة حظ إما أن تصيب وإما أن تخيب، وذلك بسبب عدم وجود طريقة دقيقة لتحديد خط الطول. وقد كان البحارة مجبرين على السير بمحاذاة الساحل، يتتبعون طريقهم على الخارطة، أو أنهم يلقون بأنفسهم ببساطة إلى المجهول ويضعون ثقتهم بالله وبالمعلومات البدائية جدا في الفلك وبكم هائل من الأغاني الشعبية وقصص الرحالة.

لقد كانت الرياضيات، للبحارة الإنكليز على الأقل، مسألة حاسمة ومهمة. فقد استطاع البحارة عابرو القارات الحصول على مواد علمية مطبوعة بلغتهم الأم كتبها في الغالب الملاحون المتدربون. ولم يكن لدى الإنكليز شيء من ذلك، اللهم إلا بعض النصوص التي كتبها بعض العلماء باللاتينية لعلماء آخرين، كانت غير ذات فائدة للملاحين الأميين، حتى وللمتعليمن منهم. وفي أواخر عام 1650، وعندما كان صمويل بيبيس Samuel Pepys سكرتيرا للأسطول البحري، اشتغل في مسألة تزويد البحارة بالتعليمات التقنية. إلا أنه أصيب بالإحباط بسبب النقص الشديد في الأساتذة الذين يجمعون بين الخبرة العملية في مجال البحرية وبين معرفتهم باللاتينية. (لماذا

اللاتينية؟ لك الحق أن تسأل). لقد كان على الشبان المتلهفين على العمل في مهنة الإبحار (أي ليصبحوا ضباطا) أن يدرسوا في بيوتهم بإشراف آبائهم أو إخوتهم الأكبر سنا، أو يتتلمذوا على أيدي أساتذة خصوصصين أو متدربين في الرياضيات في العاصمة. وقد كان هؤلاء الناس في الغالب صانعي أجهزة علمية، أو ذوي الخبرة من الضباط أو البحارة المتقاعدين من الأسطول البحري. وقد كانوا يعطون المبادئ التطبيقية الأولية في الهندسة والفلك وعلم المساحة وعلم المدفعية وفن صناعة الساعات.

لقد وضع أندرو واكرلي Andrew Wakerly هذه المبادئ ضمن محتويات المقرر الذي كان يدرس في كتابه: «تصحيح بوصلة البحَّار مع استخدام جميع آلات الملاحة»، وذلك عام 1633. كان واكرلي صانع آلات بحرية، وكانت الندوات لدراسة منهجه تقام كل سنة على مدى 30 سنة بجوار «تشيري غاردن ستيرز» Cherry Garden Stairs في لندن. توفي واكرلي أثناء وباء الطاعون الذي اجتاح لندن عام 1665. وقد احتوى منهجه على النقط التالية. (تمت الترجمة بتصرف بسبب ورود النص باللغة الإنكليزية القديمة التي كتب بها واكرلي كتابه):

علم الحساب: الأعداد الصحيحة والكسرية، الجذور التربيعية والتكعيبية، تربيع المربع، وتكعيب المكعب. الحساب العشري والكسور الفلكية التي يجري بواسطتها حساب حركة الأجرام السماوية.

علم الهندسة: براهين ومسائل عملية في قياس المساحات وتحويل الارتفاعات والمسافات والأعماق.

حساب المثلثات: تعليم المثلثات الكروية مع مساحاتها وتقديم البراهين باستخدام الجداول المثلثاتية، المماسات، اللوغاريتمات.

علم المدفعية: مساحات السطوح وأسس فن المدفعية وإنجاز ذلك هندسيا وباستخدام الأدوات والآلات، إيجاد وزن أي بندقية عن طريق معرفة أبعادها فقط، وحساب عدد الطلقات وحجم البارود المناسب.

المعايرة: قياس سعات جميع أنواع الأواني والبراميل والسفن باستخدام الآلات والحساب.

الأدوات: شرح وتعليم طريقة استخدام جميع أنواع الآلات البحرية والبرية المستخدمة في العمليات أو في أعمال مراقبة ورصد الكرتين السماوية

والأرضية.

علم صناعة الساعات (ضبط الزمن): طرائق تحديد خطوط الطول ابتداء من خط الزوال.

الملاحة: الإسقاط المركاتوري (أي إسقاط الخارطة على مستو وتمثيل خطوط الطول والعرض بمستقيمات وليس بمنحنيات. أيضا طريقة مضبوطة للبقاء في اتجاه محدد عند الإبحار، وطرائق عديدة لمعرفة الطريق ومقدار الانحراف عن القطب الشمالي للبوصلة. طريقة جديدة ابتدعها واكرلي لحساب الانحراف.

علم الفلك: المبادئ النظرية في الهندسة والحساب العلمي والآلي في دراسة حركة الشمس والقمر والكواكب في الماضي والمستقبل.

علم التنجيم: حساب الطوالع وكل ما يتعلق بفن التنبؤ عن اتجاهات ودورانات الأجرام السماوية.

حركة الإصلاح في الرياضيات

لقد كانت ثورة أسرة تيودور الدينية جزءا من حركة عامة في أوروبا بعيدا عن «الكنيسة الشاملة» وباتجاه أشكال دينية أخذت صبغة قومية وعالمية. وقد انسجم ذلك مع الأخلاق الجديدة الموجهة باتجاه القيم الدنيوية التجارية. وأصبح يعتقد أن المصلحة العليا للمجتمع سوف تتحقق عن طريق السوق الحرة وبإمكانية إعطاء القروض بالفائدة، الأمر الذي كان محرما في السابق على أنه الربا، وكان يعاقب بالإعدام كل من الدائن والمدين إذا انتميا إلى الكنيسة الكاثوليكية الرومانية. ولما كان الورع يعني وجود علاقة صحيحة (علاقة محبة ورعاية، علاقة غير مشروطة) بين العبد وربه وبين العبد وجاره، فقد توسع هذا المفهوم ليشمل الإخلاص في التجارة وتحقيق الربح، وإبعاد طبقات المجتمع الدنيا من اليهود والكاثوليك.

وقد كان النجاح في التجارة إشارة إلى رضا الله وعطفه، في حين كان الجحود (قلة الورع) يتمثل في عجز الفرد عن التفاعل مع الهدف الإلهي. أما الفقر العادي فكان يُعد نتيجة للإسراف، تلك الخصلة السيئة التي تتكرس بإعطاء الصدقة.

لقد أسست الكنيسة منذ عهد بعيد نظاما ثقافيا اقتصر في أحسن

الأحوال على مستوى التعليم الثانوي، وتركّز على اللاتينية وعلم اللاهوت المسيحي والموسيقى الكنائسية. ولم يُعْرِ هذا النظام اهتماما إلى المواضيع الأخرى، مثل الرياضيات والفلك، التي كانت تعد مواضيع علمية غايتها معرفة تواريخ عيد الفصح والأعياد الرسمية الأخرى.

بدأت حركة الإصلاح خطواتها الضعيفة الأولى باتجاه تحرير الإبداع وتحرير السلوك الاقتصادي والاجتماعي من براثن سلطة الكنيسة، وفتحت الباب أمام كل التساؤلات حول الظواهر الطبيعية وديمقراطية المساهمة بشكل انسجم مع تطور العلم والرياضيات. كانت عملية التطوير هذه بطيئة نسبيا، واصطدمت بكثير من العوائق، وعانت الكثير من الانحرافات، إلا أن هذه العملية أخذت مع نهاية القرن السابع عشر شكل ثورة حقيقية متكاملة في العلوم الطبيعية والفيزيائية.

وقد ارتبطت هذه الثورة عموما، في إنكلترا على الأقل، باسم نيوتن Isaac Newton (1642-1727)، وهذا الارتباط ينسجم مع شهرته التي طبقت الآفاق. وبعكس الصورة الاسطورية التي رُسمت لنيوتن كعالم غرق في تأمل ودراسة الحقائق الرياضية، لدرجة أنه كان لا يشعر أنه نصف عار إلا بعد ساعات من استيقاظه، فقد كان نيوتن إنسانا عمليا انهمك في إيجاد حلول المسائل الفيزيائية والتقنية اليومية. فقد اشتغل مثلا في مسألة تحويل معدن لآخر، وليس، كما فعل الكيميائيون من قبله، في تحويل المعادن إلى الذهب، ولكنه حاول إيجاد الطرائق التي تحوّل الحديد إلى نحاس بكلفة قليلة، الأمر الذي كان مُلحا في ذلك الوقت. وقد أدى دخوله في مجال الدفاع عن حركة الإصلاح الدينية إلى انتخابه عضوا في البرلمان عن كامبريدج. وخلال كونه سكرتيرا ومن ثم رئيسا للجمعية الملكية، شجع البحث العلمي في جميع القضايا مهما كان نوعها. وعندما شغل منصب مدير مصنع ضرب العملة، بذل الكثير من وقته وذكائه ليحارب تزوير العملة.

وقد شملت بحوث نيوتن في الفيزياء جميع المواضيع المهمة في الحياة اليومية، وقد جعل المسائل النظرية تحقق بسهولة قيود الطرائق الكمية (وكثيرا ما كان ذلك يتم لأول مرة). ومع أننا نركز هذه الأيام على أعماله الرياضية التي كانت نتيجة عبقرية لا تماثلها عبقرية أخرى، فهي ليست

أكثر من نقطة في بحر حياة مليئة بالإبداع والنشاط غير العادي.

علم الحساب النيوتني

كانت المدرسة الفلسفية اليونانية، التي كان على رأسها (أفلاطون) Plato في ذلك الحين، متخصصة بابتداع براهين لأمور متناقضة ومشوشة. وتمركزت هذه المدرسة في «إيليا» Ellea وكان من أشهر أعضائها بارمينيدس Parmenides وزينو Zeno، اللذان اهتما في البرهان على أن التفكير الصحيح يتطلب أن نتخلى عن بعض الحقائق الثابتة في أذهاننا، والتي أصبحت مألوفة لدرجة أنها أضحت جزءا من لغتنا اليومية. فمثلا يقول بارمينيدس: إن فكرة وجود أشياء كثيرة هي فكرة مغلوطة، وأنه لا يوجد سوى «الواحد». إذ لو كان الأمر كذلك، فإنه لا توجد منطقيا «أماكن» تشغلها هذه «الأشياء». فإذا لم تكن هناك أشياء فلا حاجة عندئذ لأماكن نضع فيها الأشياء. وبرأي بارمينيدس أن الاعتقاد بأن الأشياء يمكن أن تتحرك من مكان لآخر هو أمر مغلوط.

بحسب المصادر القديمة، فإنه يوجد 40 برهانا على أن العدد هو وهْم. (وإذا كان بارمينيدس على حق، فلماذا لم يُكتف ببرهان واحد؟!) وقد وصلنا فقط اثنان من هذه البراهين، ربما حتى بكلمات زينو نفسها. وهي تعتمد على العبارتين التاليتين:

ا- إن كل ما له أجزاء لا يمكن أن يكون واحدا.

ا- إذا كان حجم كل عنصر من مجموعة لا نهائية العدد أكبر من الصفر، فإن الحجم الكلي لهذه المجموعة يساوي اللانهاية.

إن هذه البراهين غير مقنعة لسببين: أولهما هو اللعب بالكلمات وثانيهما عدم الترابط. ومع ذلك، فإن براهين زينو على أن الجسم للتحرك يبقى ثابتا، وأن عدّاء سريعا لا يمكن أن يلحق عداء بطيئا (متناقضة أخيل والسلحفاة) هي براهين معقولة أكثر من غيرها. وأفضل هذه المتناقضات هي متناقضة السهم التي نوردها فيما يلي: لو أُطلق سهم في الهواء، فإنه سيصل إلى نقطة محددة (لنسمّها A)، ولنفكر في السهم عند A. أولا لا يمكن أن يتحرك السهم إلا إذا كان في مكان ما، أي لا يمكن أن يتحرك السهم في مكان إذا لم يكن هذا السهم موجودا في هذا المكان. ثانيا لا

يمكن أن يكون السهم متحركا في المكان الموجود فيه لأنه إذا تحرك فلن يكون في المكان. إذن لا يمكن للسهم أن يتحرك.

وقد أثارت هذه المتناقضة جدلا كبيرا بين الدارسين على مدى قرون طويلة. لقد تم تحليل الحركة وغيرها من المفاهيم بعبارات فلسفية وأسلوب شبه ديني. (وبحسب رأي أكويناس Aquinas وتلميذه أرسطو Aristotle، فإن الله هو المحرك الأول، بمعنى أنه ترك العالم في حركة).

اعتمد زينو وأصحاب المدرسة التقليدية في أفكارهم على الكلمات ومضموناتها، فكانت جهودهم تنصب على الدوام على التعريف وإعادة التعريف اللذين كانا في الواقع عبارات وصفية خالية من الموضوعية. وقد تركز الاهتمام الجديد في العلوم إلى الحقائق بعد فرانسيس بيكون Francis Bacon. وقد كان من المحتم أن يقضي العلم على حجج المدرسة التقليدية، فقد وجه حساب التفاضل والتكامل (الذي ابتكره نيوتن) مثلا الضربة القاضية عند التعرض لمتناقضة السهم التي أتى بها زينو.

ولكي ندرك كيف تم ذلك، فإنه يلزمنا القدرة على التحدث عن حالة السهم بطريقة لا التباس فيها، وألاّ نسمح لأنفسنا بصورة خاصة أن نصبح مُعلقِّين بمكان السهم كما حصل مع زينو. ونحتاج أولا إلى كلمات جديدة وعبارات تقنية. وبذلك يصبح التلاعب اللفظي واضحا عندما يكون مطلوبا منا إعطاء تعاريف واضحة مسبقا للكلمات التي سوف نستخدمها. وخلافا لطريقة زينو في الدخول بتفاصيل ضيقة لدرجة يتمكن منها من برهان أي شيء يريد، فإننا سوف ندرس كل شيء يتعلق بتاريخ مسألة حركة السهم منذ طُرحت وحتى بلوغها وضعها الحالي.

نبدأ أول ببعض التعاريف. نمثل المسافة التي يقطعها السهم عادة بالرمز s، ونمثل الزمن الذي مرّ عليه بالرمز t، فتكون سرعته المتوسطة (التي قد تكون ثابتة وقد تتغير من وقت لآخر) مساوية للمسافة المقطوعة مقسومة على الزمن اللازم أي $v = s/t$، فإذا تغيرت السرعة، وهو ما يحدث عند إطلاق سهم في الهواء، فسوف نرمز بـ u للسرعة الابتدائية و v للسرعة النهائية.

فلو أطلق سهم في الهواء نحو الأعلى، فسوف تتغير السرعة بشكل منتظم متناقصة خلال صعوده حتى يبلغ الصفر، وعندئذ يتوقف السهم

للحظة ويتهيأ لتغيير اتجاهه ويبدأ بالسقوط بسرعة متزايدة ابتداء من الصفر لتبلغ قيمة عظمي معينة. ويكون معدل تغير السرعة في حالة التناقص (عندما يكون السهم صاعدا) مساويا لمعدل تغير السرعة في حالة التزايد (أي عندما يكون السهم نازلا). فإذا أهملنا التغيرات البسيطة جدا في معدل التغير الناجمة عن الرياح ومقاومة الهواء، وقبلنا أن الجاذبية الأرضية هي العامل الذي يقوم بإنقاص السرعة أثناء الصعود حتى تصبح صفرا وبزيادة هذه السرعة عند الهبوط، فإننا نتحدث هنا عن تسارع الأجسام التي تسقط سقوطا آخرا تحت تأثير قوة الجاذبية الأرضية. ولهذا التسارع قيمة ثابتة تزيد وتنقص قيمة السرعة، وتقدر بـ 32 قدما في الثانية كل ثانية، وتتغير هذه القيمة من مكان إلى آخر على سطح الأرض، لأن الأرض ليست كرة تماما، ونرمز للتسارع بالرمز a وللجاذبية الأرضية بالرمز g.

وبنتيجة تحليل حركة الأجسام التي تتحرك أفقيا أو شاقوليا (رأسيا) تحت تأثير الجاذبية وباستخدام الرموز التي اعتمدناها سابقا، يمكن الحصول على «معادلات الحركة»:

$$\text{(i) } v = u + \alpha.t$$

$$\text{(ii) } s = u.t + \frac{1}{2}\alpha.t^2$$

$$\text{(iii) } v^2 = u^2 + 2\alpha.s$$

(النقطة في هذه المعادلات تعني الضرب).

إن كلمة «حسبان» calculus تعني بصورة عامة مجموعة من الكلمات والمصطلحات والعمليات والقواعد التي تعالج وتتحدث عن مجموعة خاصة من المسائل، باستخدام قواعد ثابتة مُجرَّبة. أما «حسبان المعاني» الذي نستخدمه في حياتنا اليومية وبأحاديثنا ونقاشاتنا فلا يصلح من أجل الحالة المصطنعة التي استنبطها زينو الذي يوقف القوس اعتباطا، وربما بفكره، أثناء طيرانه وهكذا فإننا نحتاج إلى قواعد جديدة وتعاريف جديدة ومصطلحات جديدة، أي أننا نحتاج في الواقع إلى حسبان جديد مثل ذلك الذي ابتدعه نيوتن.

هناك مثال آخر يبين مدى قوة حسبان نيوتن وهو اليويو yo yo المتحرك (وهو عبارة عن قرص مزدوج محزوز مزود بسلك أحد طرفيه ملفوف حول الحز والآخر مشدود إلى اصبع أو يد المرء بشكل يمكن فيه قذف القرص

في اتجاه وإعادته). لنفرض أن اليويو يتحرك على مستقيم خلال زمن اللعب، وأن حركته خلال ذلك تخضع للقانون:

$$S = t^3 - 4t^2 - 3t$$

وعندما يغير اليويو اتجاهه خاضعا لهذه المعادلة تكون سرعته في تلك اللحظة مساوية للصفر. والسؤال هو: ما هو تسارعه في تلك اللحظة؟

نتحدث هنا عن السرعة الآنية والتسارع الأني. وبعبارة أخرى نقول إن اليويو فعليا هو في وضع السكون، (سرعته تساوي الصفر) إلا أن هذا الوضع ليس حالته النهائية لأن تسارعه في تلك النقطة ليس صفرا. وعندما يكون سهم زينو مثلا في أعلى نقطة، فإنه لا يزال يختزن طاقة تعيد إليه الحركة في اللحظة المناسبة، صحيح أنه وصل إلى نهاية ولكنها حالة مؤقتة فقط. ويمكن إيجاد قيمة السرعة اللحظية (الآنية) باستخدام حساب نيوتن التفاضلي، حيث نشتق المسافة بالنسبة للزمن، أي أننا نعيّن معدل التغير اللحظي للانتقال. وبما أن السرعة المتوسطة تُعطي بالعلاقة $\frac{s}{t}$ فإن السرعة اللحظية تساوي $\frac{ds}{dt}$ (وهو مشتق المسافة بالنسبة للزمن). (هنا نستخدم رمز (لايبنيتز) leibniz لكتابة المشتق لأن رموز نيوتن لحساب التفاضل أهملت الآن، ولم تعد تستخدم إلا في بعض أجزاء الولايات المتحدة. ويعني $\frac{ds}{dt}$ أن السرعة في تلك اللحظة هي تلك المسافة القصيرة جدا التي قطعها اليويو خلال زمن قصير جدا مقسومة على هذا الزمن، فالمسافة قريبة جدا من الصفر وكذا الزمن ولكنهما ليسا صفران، (ويقال إنهما متناهيان في الصغر).

وعند هذه النقطة سوف ننتقل إلى حساب نيوتن التفاضلي. إذا لو كان:

$$v = \frac{S}{t} = \frac{t^3 - 4t^2 - 3t}{t}$$

فإنا نجد بالمفاضلة:

$$V = \frac{ds}{dt} = 3t^2 - 8t -3 = (3t +1) (t - 3)$$

وهذا يعني أن السرعة الآنية (اللحظية) تساوي الصفر عندما:

$(3t + 1)(t - 3) = 0$ أي عندما $t = 3$ و $t = \frac{-1}{3}$

وبالأسلوب نفسه نجد أن التسارع الآني هو:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$$

ونحصل عليه باشتقاق السرعة بالنسبة للزمن أو اشتقاق المسافة مرتين بالنسبة للزمن. وهكذا فإن تسارع اليويو هو $a = \frac{dv}{dt} = 6t - 8$ فلو وضعنا هذه العلاقة $t = 3$ و $t = -\frac{1}{3}$، وهما اللحظتان اللتان تكون فيهما السرعة مساوية للصفر، نجد $a = 10$ عندما تكون $t = 3$، و $a = -10$ عندما $t = -\frac{1}{3}$.

(ويمكننا هنا إهمال القيمة السالبة)، ولكي نكون صادقين مع أنفسنا فما زلنا مثل زينو نجهل القصة بكاملها. فإذا كنا مهتمين بعرض كامل لقضية زينو، فعلينا أن نسجل أيضا أن السرعة تساوي الصفر عند الزمن $t = \frac{1}{3}$ ثانية قبل بدء مراقبتنا الأصلية، ويكون التسارع عندئذ مساويا 10 أقدام في الثانية، ولما كان هذا التسارع سالبا فالحركة تباطؤية وينجم عنها تباطؤ اليويو. أما الخطأ الذي وقع فيه زينو فهو أنه لم يكن أمامه أي طريقة يميز فيها ما سميناه «السرعة الآنية» التي تعنى بالسرعة الفعلية لجسم متحرك مقيسة خلال فترة لا متناهية في الصغر).

مبرهنة ذات الحدين

تمكننا مبرهنة ذات الحدين التي اكتشفها نيوتن عندما كان طالبا في العشرين من العمر، من كتابة مفكوك $(x + y)^n$ حيث n عدد صحيح وx وy هما عددان مجهولان. إذ يمكن أن نكتب بالترتيب جميع الحدود بدلالة قوى x و y.

وربما تبرز الحاجة إلى ذلك إذا كنت تلعب لعبة المراهنة، كأن تلعب ما يسمى (الطرة والنقش). والهدف من هذه اللعبة في أبسط صورها هي أن تحزر ما هو على الأكثر عدد النقود التي تستقر على وجه الطرة عندما نرمي 10 قطع نقدية دفعة واحدة. من الطبيعي أن يكسب اللاعب الذي يعرف مسبقا التوافقات الممكنة واحتمالات حدوثها.

ويمكن أن نمثل هذه الحالة باستخدام التعبير H + T (حيث تشير H إلى عدد وجوه الطرة و T إلى عدد وجوه النقش). ومن الواضح أنه لو رمينا قطعة نقد واحدة، فهناك إمكانيتان فقط: إحداهما H والأخرى T، فإذا

رمينا قطعتي نقد تصبح الحالات الممكنة HH, HT, TH, TT. وتوجد طريقة واحدة للحصول على HH وطريقة واحدة للحصول على TT بينما توجد طريقتان للحصول على طرة واحدة ونقش واحد. فإذا نظرنا إلى مفكوك $(H+T)^n$ حيث n هو عدد القطع النقدية نحصل على الطرائق الممكنة للحصول على عدد محدد من مرات ظهور الطرة أو النقش. وهكذا $(H+T)^2=H^2+2HT+T^2$، ونستنتج من هنا أن طريقة واحدة لحصولنا على طرة مرتين وهي معاملات H^2، أما معاملات HT وهي هنا 2 فتشير إلى عدد مرات حصولنا على طرة ونقش... وهكذا. فلو زدنا عدد القطع النقدية لأصبح من العسير تعداد الحالات الممكنة، (في حالتنا من أجل 10 قطع نقدية هناك 1024 حالة).

هذا ما نحتاج إليه من مبرهنة ذات الحدين، إذ تبين لنا كيفية إيجاد المعاملات (عدد كل حد من حدود النشر). وتُعطى هذه (المعاملات) باستخدام «مثلث باسكال» "Pascal's trangle". وفيه نبدأ عند القمة بمثلث مكون من ثلاث وحدات، ثم نضيف سطورا يكون في بدايتها ونهايتها 1، بينما يكون كل عنصر من عناصر الصف الباقية مساويا لمجموع العددين اللذين يقعان فوقه مباشرة.

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1

وهكذا

تعطي هذه الطريقة المعاملات في مفكوك $(H+T)^{10}$ بسهولة، وذلك بأن نبدأ من أقصى يسار الصف العاشر حيث نحصل على عدد الحالات الممكنة من معاملات H^{10}, H^9T, H^8T^2... وهكذا حتى HT^9 ثم T^{10}. ونرى هنا أن معاملات H^5T^5 عددها 252 وهو أكبر الأعداد، وبذلك يكون المراهن على

صواب في 252 مرة من 1000 إذا توقع الحصول على 5 مرات طرة و5 مرات نقش في كل مرة. وهكذا تعطي المعرفة الدقيقة إمكانية الفوز في الرهان.

إن مثلث باسكال هو أسلوب ميكانيكي روتيني يعطي الإجابة. أما نيوتن فقد أوجد صيغة تزودنا بالإجابة على نحو أكثر أناقة. تُستخدم مبرهنة ذات الحدين عادة في موضوع التباديل والتوافيق في نظرية الاحتمالات. وسؤال الاحتمال الذي نجيب عليه هو ما يلي: بكم طريقة يمكن الحصول على عدد محدد من وجود الطرة (أو النقش) عندما ترمي 10 قطع نقدية في الهواء 1024 مرة أي 210 مرة؟ إن ما أوجده نيوتن هو طريقة للحصول على هذه المعاملات دون أن نرسم جدولا كبيرا ونجري عددا كبيرا من العمليات لنكتشف المعاملات. ومن الأسهل أن نبين طريقة نيوتن عبر الأمثلة لإيجاد بعض معاملات مفكوك $(H + T)^{10}$.

إن معاملا H^{10} يُعطي كما يلي:

$$\frac{10x9x8x7x6x5x4x3x2x1}{1x2x3x4x5x6x7x8x9x10} = 1$$

ولإيجاد معامل الحد الثاني فإننا نكتب الكسر المبين في الأعلى مرة ثانية ونحذف منه العدد الأخير من اليمين في كل من البسط والمقام، وهكذا فإن معامل H^9T:

$$\frac{10x9x8x7x6x5x4x3x2}{1x2x3x4x5x6x7x8x9} = 10$$

ونعيد العملية على نحو مشابه للحصول على معامل H^8T^2:

$$\frac{10x9x8x7x6x5x4x3}{1x2x3x4x5x6x7x8} = 45$$

وهكذا.

ويمكننا في الحقيقة، كتابة المعاملات التي نريد كتابتها مباشرة. لنفرض مثلا أننا نريد إيجاد معامل H^6T^4 فإننا نكتب في مقام الكسر جداء جميع الأعداد الطبيعية حتى 6، وهذا ما نسميه عادة (6 عاملي، أو عاملي 6).

$$\frac{}{1x2x3x4x5x6}$$

أما في البسط فنبدأ بالعدد 10، ثم نكتب الأعداد الأقل بالترتيب إلى أن يصبح عدد الأعداد التي في البسط مساويا لعدد الأعداد في المقام، فنحصل على:

$$\frac{10x9x8x7x6x5}{1x2x3x4x5x6}$$

ثم نختصر للحصول على العدد الذي نريد

$$\frac{10x9x8x7x6x5}{1x2x3x4x5x6} = \frac{10x3x7}{1} = 210$$

وتصلح هذه الطريقة من أجل قوة لـ $(H + T)$ حيث نبدأ في البسط من n من أجل $(H + T)^n$، فمثلا لو كان لدينا $(H + T)^{200}$، فإن معامل H^7T^{193} يُعطي كما يلي:

$$\frac{200x199x198x197x196x195x194}{1x2x3x4x5x6x7} = \frac{200x199x198x197x196x195x194}{1x2x3x4x5x6x7}$$

$$= \frac{100x199x33x197x7x13x194}{1}$$

$$= 2,283,896,214,600$$

اكتشافات نيوتن في الفيزياء الرياضياتية

في مؤلَّفِهِ الكلاسيكي «أسس الفلسفة الطبيعية» الذي كتب باللاتينية وطبع عام 1687، قدم نيوتن في الفصل الأول ما يعرف اليوم بقوانين نيوتن في الحركة، وهذه القوانين هي:

1- إن الجسم الساكن يبقى في حالة السكون، وإن الجسم الذي يتحرك حركة منتظمة على خط مستقيم يبقى على حركته ما لم تجبره على التغيير

قوة خارجية.

2- تتناسب القوة المؤثرة في جسم متحرك طردا مع كتلة هذا الجسم مضروبة بتسارعه. (ويرمز لذلك عادة بالشكل $F = ma$).

3- لكل فعل رد فعل يساويه بالقيمة ويضادُه في الاتجاه.

وقد قدم نيوتن هذه الدعاوى ليس على أنها قوانين، بل على أنها (مسلمات). وقد اعتقد أنها ليست قوانين تجريبية نتمكن من إثباتها في المختبر، وإنما هي أقرب إلى التعاريف لما تعنيه (القوة) مثلا (تلك التي تتسبب في تغيير حركة الجسم) و(الكتلة) (كمية المادة في الجسم) و(التسارع) (معدل تغير السرعة). من ناحية أخرى، لدينا الآن بعض الأجهزة التي يمكن بواسطتها إثبات القانون الثاني، أما القانونان الآخران فيبقيان أقرب إلى التعاريف.

وفي الكتاب نفسه، كشف نيوتن النقاب عن اكتشافه العظيم الآخر: قانون الجذب العام الذي ينص على ما يلي:

(كل جسيم مادي في الكون يجذب كل جسيم آخر بقوة F متناسبة طردا مع جداء كتلتي الجسيمين (m1, m2)، ومتناسبة عكسا مع مربع المسافة d بينهما. ونكتب ذلك بالرموز كما يلي:

$$F = \frac{Gm_1m_2}{d^2}$$

حيث G هو ثابت يتغير من مكان لآخر ويسمى (ثابت الجاذبية العام).

وباستخدام هذه المبادئ، رسم نيوتن نموذجا للكون شرح فيه سلوكه تحت تأثير التحكم الميكانيكي للقوى المؤثرة فيه. وهكذا يمكن تطبيق قوانين نيوتن بصورة شاملة، بمعنى أن القوانين لا تصلح فقط للظواهر الفيزيائية على الأرض وإنما تمتد لتصبح قابلة للتطبيق في الفضاء ولجميع الأجسام في كل مكان.

وعلى عكس لابلاس Laplace (الذي أخبر نابليون أنه لا حاجة لفرضية وجود الإله في تفسير الميكانيك السماوي) فقد اعتقد نيوتن أن الإله هو أساسي في شرح تصميم الكون وخلقه والمحافظة على النظام الكوني كنظام متناسق الحركة. ولقد قدم الإله (المحرك الأول) النبضة الأولى التي تضافرت

مع قوة الجاذبية (التي ابتدعها الإله) لتحافظ على حركة الكواكب في مساراتها. وبعد قرنين من الزمن، تلت هذه العقيدة القائلة بأن الإله هو المحرك الأول، فرضية وضعها «كانت ـ لابلاس» Kant - Laplace تجاوزت فرضية نيوتن إذ نصت على أن القوى الفيزيائية هي وحدها المسؤولة عن حركة الكواكب. وفي حالة المجموعة الشمسية، فقد بين الفيلسوف كانت (والتفسير الذي قدمه لابلاس فيما بعد) أن الحركة الأولى كانت نتيجة دوران وتبرُّد السديم. وأثناء هذا التبرُّد كان السديم يتقلص ومن ثم تزداد سرعة دورانه كثيرا بحسب قانون انحفاظ كمية الحركة. وتصل السرعة إلى حد تجعل فيه الكتل الهائلة من الصخور المصهورة تُقذف بعيدا نتيجة تزايد القوة النابذة (القوة الطاردة المركزية). بعد ذلك تصلبت هذه الكتل لتكوِّن الكواكب التي تستمر في دورانها حول الشمس.

لجنة خطوط الطول

في عام 1707 تحطم الأسطول البحري الإنكليزي عند جُزر (سيللي) Scilly في القنال الإنكليزي، الذي كان منطقة خطرة جدا. ونجم عن ذلك غرق الأميرال شوفيل Cloudsley shovell وعدد كبير من البحارة. وقد أثارت هذه المأساة جدلا عاما دام عدة سنوات. وكانت المشكلة هي عدم توافر طريقة دقيقة لحساب خطوط الطول أعاق جدا الملاحة مسافات طويلة. وفي عام 1714 قدمت الحكومة البريطانية مكافأة قدرها 20000 جنيه استرليني (ما يكافئ عدة ملايين من الجنيهات في أيامنا هذه) لمن يستطيع حل هذه المسألة والوصول إلى حل مُرض. وقد عرضت الحكومة الفرنسية مبلغا مماثلا في السنة التالية.

أثارت هذه المسألة ضجة في الأوساط العلمية، وفي خلال سنة كان هناك ما يقرب من 25 اقتراحا مرسلا، وتم تشكيل (لجنة خطوط الطول) لمناقشة هذه الاقتراحات وتقييمها. وتتكون اللجنة من العلماء: نيوتن (رئيس الجمعية الملكية)، السيد إدموند هاللي Edmund Halley أمين سر الجمعية الملكية، وجون فلامستيد John Flamsteed وهو فلكي مميز، وكيل Keill وساندرسون Sanderson وكوتس Cotes (أساتذة الرياضيات في كامبريدج) والبحارة اللورد High Admiral، وأدميرال البحر الأول، وأدميرالات الأساطيل

الأحمر والأبيض والأزرق، وأحد المشتغلين بالسياسة هو رئيس مجلس العموم البريطاني.

بما أن الأرض كروية، فإن من يطوف حولها سوف يعود إلى النقطة التي بدأ منها ويكون بذلك قد مر على 24 منطقة زمنية قياس كل منها ساعة واحدة، وهكذا فإن 360 درجة من خطوط الطول تعادل 24 ساعة زمن وبالعكس إذا عرفنا الوقت المحلي في نقطتين من سطح الأرض لأمكننا ببساطة أن نحدد تماما خطي الطول بالنسبة لهما.

فالمسألة الرئيسية إذن هي قياس الزمن بدقة. ولقد كانت تقنية الساعات في عام 1710 لا تزال في حالة بدائية غير متطورة. وكان رقاصات الساعات مخترعة حديثا ولم تكن لتستخدم إلا من قبل العلماء أمثال هويغنز Huygens وروبرت هوك Robert Hooke. أما الساعات التي تُشغّل بواسطة نابض رئيسي فكانت معروفة ولكنها غير شائعة. وكانت أدوات الرحالة تتكون من شاخص مزولة أو مزولة شمسية صغيرة جدا توضع في جيب مخصص للساعة التي يمكن أن تُفتح وتُضبط بمساعدة البوصلة، أما الساعات الرملية فقد كانت جزءا من التجهيزات الاعتيادية لأكثر السفن.

وعندها هدأت الضجة ووزعت الأموال، توصّل أولئك الناس الأكثر كفاءة إلى الحكم بأن الوصول إلى الحل الأمثل لمسألة خطوط الطول يتم عن طريق ساعة دقيقة يمكن أن تُضبط وتعدّل على نحو يمكن فيه استخدامها في المناخ الحار أو البارد.

إن الأفكار التي وُضعت، وبكل جديَّة، أمام اللجنة تبين أن الأسلوب العلمي في ذلك العصر لم يكن مفهوما تقريبا (أو حتى قابلا للتطبيق)، تماما كما حدث في أيام اليونان القدامى. ونقدم فيما يلي بعضا من هذ الاقتراحات.

1- **هوكينز** Isaac Hawkins: **الطريقة البارومترية**

يمكن أن يستخدم البارومتر (مقياس الضغط الجوي) عن طريق وصله بكرة ليُرتب مجموعة الجداول الخاصة بالمد والجزر يظهر فيها ذروة المد وأدنى درجات الجزر. وتؤدي قراءة مقياس الضغط الجوي في مكان ما من البحر إلى معرفة ذروة المد وأدنى درجات الجزر في ذلك المكان. ويمكن

عندئذ إيجاد خط الطول بالعودة إلى الجداول. (بقيت هذه الطريقة مغمورة، وهي تشير على ما يبدو إلى أن هوكنز لم يستخدم على الأرجح مقياس الضغط الجوي، بل حتى لم يره).

2- (بليس) E. Place: **إشارات الزمن**

هنا تم اقتراح بناء مغارة عملاقة تومض إشارات نحو الغيوم تدل على الوقت. ويمكن للسفن التي تبعد 200 ميل عنها رؤية هذه الومضات، وتستطيع عندئذ أن تقارن توقيتها المحلي بالتوقيت المرسل بالإشارة عند كل منارة. ومن ثم يمكن تعيين خط الطول وخط العرض للمنارة المذكورة آنفا بدقة كبيرة، وهكذا تتمكن من الحصول على خط الطول للسفينة بسهولة.

3- قياس الزمن بدقة

أ- بواسطة ساعة تُدار بنابض رئيسي (ريتشي) Sebastiano Ricci.

ب- بواسطة ساعة تُسخن من الأسفل (بلانك) Stephen Blank

وقد انصب هذا الحل على جوهر الموضوع: الحاجة إلى ساعة يمكن أن تُضبط في المناخ الحار وأيضا في درجات الحرارة المنخفضة تحت الصفر. ولكن، ولسوء الحظ، لم يكن مقدما الاقتراح على علم بأي ساعة من النوع الدقيق، ولم يقدما أي اقتراحات بشأن صنع ساعة من هذا النوع. ولم يتسن لأحد صنع مثل هذه الساعة حتى عام 1758، حيث استطاع (هاريسون) John Harrison بعد 33 سنة من العمل أن يتوصل إلى صناعة ساعة بحرية محكمة الضبط، ولكن بدون تسخينها من الأسفل.

4- الفائزان ويستون William Whiston **وديتّون** Humphrey Ditton: **إشارات الصوت والضوء.**

تعتمد هذه الطريقة على وضع سفن ثقيلة جدا مثبتة في البحر في مواقع ذات خطوط طول وخطوط عرض معلومة. وتطلق هذه السفن قذائف مدفئية وفق نظام معلوم. وتستطيع السفن المجاورة مباشرة أن ترى أولا وميض الانفجار، وبعد عدة ثوان سوف تسمع صوت الانفجار. وبما أن سرعة الصوت معلومة وهي تساوي تقريبا 1078 قدما في الثانية، فإنه يمكن حساب المسافة بضرب الزمن بين الومضة وصوت الانفجار بسرعة الصوت. فإذا وضعت ثلاث سفن على نحو مناسب، فإن مراقبة طلقاتها سوف تعطي تثليثا يمكن من خلاله معرفة الموقع الدقيق.

ويبرز مباشرة سؤالان للملاح الخبير:

أولا: ماذا يحدث لو كان هناك عاصفة هوجاء، أو حتى بعض الرياح القوية؟ إن سرعة الصوت في الهواء سوف تتأثر بالرياح واضطراب الهواء الذي يحمل الصوت.

ثانيا: ربما تكون هذه الطريقة جيدة من أجل حساب خطوط الطول لأماكن تبعد بحدود 85 ميلا عن السفن الثقيلة الراسية، ولكن ماذا عن بقية المحيطات؟ وبالرغم من كل هذه الاعتراضات، فإن الجائزة المالية قد مُنحت لويستون وديتون، علما بأن نيوتن هو الوحيد الذي أبدى معارضته.

وتبدو هذه المسألة بكاملها سخيفة عند النظر إليها على ضوء الطرائق الملاحية الحديثة، إلا أنها تبين حقيقتين مهمتين حول المناخ العلمي في ذلك العصر، تشيران إلى التطورات التي كانت موجودة منذ قرن فقط.

الحقيقة الأولى: هي أن الاستجابة الكاملة للمنافسة المشار إليها تبين الأرضية الصلبة المهيأة للتطور العلمي في بريطانيا. كما تشير إلى وجود أعداد لا بأس بها من الناس النشيطين في تعليم الملاحة وفي صناعة الأجهزة العلمية وبتزويد المهنيين بالتدريب النظري والمهني في الأعمال العلمية والرياضية.

الحقيقة الثانية: هي أن العلماء النظريين من المرتبة الأولى أمثال نيوتن وفلامستيد، وهوك وهاللي وبريغس Briggs كانوا مهيئين للتعاون في مجموعة عمل مع أصحاب المتاجر والحرفيين والتجار والبحارة العاديين. وقد بدت روح العمل الجماعية ممكنة إلى درجة لم يعرف مثلها قبل الثورة العلمية في القرن السابع عشر (التي كان نيوتن محرضها الأول)، تلك الروح التي تغلبت على مشاعر الفروق الطبقية والدينية لدى الإنكليز وقضت على صعوبات التعاون بين الطبقات.

13 المجهول العظيم

ولد تشارلز ببيج Charles Babbage في مقاطعة «ديفون» Devon عام 1792، وتوفي في لندن عام 1871. ذهب إلى كلية ترينيتي بكامبريدج لدراسة الرياضيات. حيث اكتشف هناك أنه يعرف عنها أكثر من أستاذه. وعندما كان في العشرين من عمره أسس بالتعاون مع جون هرشل John Herschel (الذي نافس أباه لاحقا كفلكي) وجورج بيكوك George Peacock (الذي أصبح لاحقا عميدا لكلية «إيلي» Ely (الجمعية التحليلية) Analytical Society «ليوقظوا الرياضياتيين من سباتهم الفكري». وكان الهدف الأولي هو إلغاء ترميز الحسبان النيوتني لمصلحة حسبان ليبنيتز. وبالفعل فقد كتب هؤلاء الطلاب الثلاثة كتابا خاصا لبرهان أن ترميز ليبنيتز «d» الذي يشير إلى المشتق بالنسبة إلى x بالشكل $\frac{dy}{dx}$ أفضل من ترميز نيوتن الذي استخدم النقطة للغرض نفسه أي $\dot{x}$.

وعندما أصبح عمر ببيج 24 سنة، انتخب عضوا في الجمعية الملكية. (ومنذ ذلك الحين أصبح ذلك أعلى درجة تكريم تمنح للعلماء في بريطانيا، وهذا يعني أن لببيج الفضل الأكبر في هذا التغيير، ولم يكن ذلك يعني الكثير في عصره، اللهم إلا الاقتراب

«أيها السادة: انزعوا القبعات احتراما، إنكم أمام عبقري»

هكذا قال شومان للطلاب بعد سماعه عزف شوبان

«الإنسان يخطئ والزمن ينتقم»

من الطبقة الأرستقراطية). وبعد عام أسس الجمعية الفلكية الملكية. وعندما أصبح عمره 36 سنة انتخب ليشغل كرسي نيوتن في كامبريدج، وبقي كأستاذ لمدة 11 سنة قبل أن يتقاعد. لكنه لم يعش في كامبريدج ولم يُلْقِ أي محاضرة، فقد قبل العمل فقط لكي يُرضي أصدقاءه الذين رشحوه. وقد اقتصرت واجباته على إجراء امتحان الحصول على مرتبة الشرف، أو على منح الجوائز في الرياضيات، وسعى جاهدا إلى تشجيع المستويات العالية في المهنة.

وفي إحدى المناسبات، حين كان ببيج وهرشل مازالا طالبين، فإنهما عكفا على تصحيح جداول اللوغاريتمات، تلك الجداول التي شُهِّر بها بسبب الأخطاء الواردة فيها. وقد وجدا أن إعادة حساباتها وتصحيحها هو عمل مدمِّر للنفس، إذ إن هذه المهمة تتطلب الدقة وفي الوقت نفسه لا تتطلب التفكير، وإنما تتطلب وقتا فقط، ولذلك فهي تناسب الآلات أكثر مما تناسب الناس. وقد علّق ببيج على ذلك بقوله إلى هرشل: «مما يؤسف له أن هذه المهمة لا يمكن أن تنجز بالبخار»، وهذه ملاحظة تبدو تافهة، ولكنها استولت عليه على نحو كرّس لها بقية حياته.

بدأ ببيج بتسخير القوة الميكانيكية في الحسابات. وفي تلك الأيام، وقبل انتشار استخدام الكهرباء لتشغيل الآلات، كان هذا يعني بناء آلة تحتوي على آلاف الأجزاء المتحركة المعقدة التي تُدار بواسطة نابض أو ثقل. وقد كانت الهندسة الدقيقة المطلوبة لذلك عالية التكلفة. لذا بدأ ببيج ببناء آلة صغيرة (حاسبة ميكانيكية)، ثم تقدم باندفاع شديد يطلب منحة من الحكومة لبناء آلة أكبر، وسرعان ما أدرك أن هذه المنحة غير كافية، وبعد أن صرف جزءا كبيرا من ثروته الخاصة تقدم إلى الحكومة طالبا منها مزيدا من التمويل، وأثناء انتظاره لهذا التمويل صمم آلة أكثر إتقانا سماها «الآلة التحليلية»، وتعد هذه الآلة رائدة للحواسيب الحديثة، وقد باتت «آلة الفروق» أمامها غير ذات قيمة، ولذلك فقد نصح الحكومة بتبني هذا التطوير.

وقد أراد ببيج أن تُبدي السلطات رأيها فيما إذا كان يجب عليه أن يبني النموذج الفاخر لآلة الفروق (التي أخذ المنحة من أجلها سابقا) أو أن ينسى كل شيء عنها. إلا أن البيروقراطيين لم يستطيعوا التمييز بين الآلتين، إذ

كانوا غير قادرين على معرفة أو تذكُّر الآلة التي كان مشغلا ببنائها. وقد فشل في إقناعهم بأن الآلة التي بناها هي آلة الفروق التي تعمل عملا مرضيا تماما. (وقد بقيت هذه الآلة بحالة جيدة في متحف لندن للعلوم.) ولم تتوصل السلطات إلى قرار، وأبقته معلقا لسنوات. وفي نهاية الأمر، وتحديدا عام 1843، أي بعد سنوات طويلة من طلبه الأول، رفض دزرائيلي Disraeli وزير المالية البريطاني حينذاك، منح المال اللزم.

لقد خصص تشارلز ديكنز Charles Dickens، وهو أحد أصدقاء ببيج، قسما كبيرا من كتابه (البيت الكئيب) Bleak House لإحدى هيئات الدولة، وهي هيئة المحكمة العليا، التي سماها «مكتب الإطناب». وكانت الهيئة تبت في صحة الوصايا المتنازع عليها. وغالبا ما كان على أولئك المتخاصمين حول الوصية والورثة الشرعيين أن ينتظروا 40 سنة إلى حين اتخاذ قرار بشأن ذلك. وفي غضون ذلك تكون تكاليف أتعاب جيلين أو أكثر من المحامين قد فاقت قيمة الإرث ذاته. ويكون أكثر المتخاصمين قد ماتوا، ونسي أهل الميت أحزانهم. ويبدو على الأرجح أن ديكنز قد وضع في ذهنه موضوع ببيج خلال كتابته لقصته (البيت الكئيب).

ولم تقتصر اهتمامات ببيج أبدا على الرياضيات أو الآلات الحاسبة، إذ كان رجل الفضول الشامل الذي يحاول معرفة كل شيء وحل أي مسألة. فقد اقترح على مصلحة البريد في بريطانيا أن تجعل أسعار إرسال الرسائل ثابتة «بنس قديم» وموحدة بغض النظر عن المسافة، وذلك بعد أن حلل محتويات الشحن والطرود البريدية لمدة أسبوع في بريستول، وبين أن اقتراحه اقتصادي وفعال. كذلك فقد اخترع آلة إزالة العقبات لحل مشكلة الماشية، وبعض الناس الذين يعرقلون سير القطارات بوقوفهم أمامها، كما اخترع إشارات السكك الحديدية وعداد السرعة. وابتكر نظاما للإشارة التي تصدرها المنارات (ذلك النظام الذي استخدم لأول مرة في القرم من قِبل الروس ضد البريطانيين الذين لم يلقوا بالا له). كما ادّعى أنه لا يوجد قفل لا يستطيع فتحه ولا توجد شيفرة إلا ويمكنه فك رموزها. واخترع نظرية الألعاب ليعلم آلته التحليلية كيف تلعب الشطرنج. كما رسم مخططات الأبنية، وأضاع ثروة كبيرة في إعداد النسخ الأصلية الهندسية، للمسننات ولأجزاء أخرى بدقة عالية يتعذر تصورها في ذلك العصر، كما درب العديد

من العمال على إنتاج هذه القطع. وقدم عرضا لجميع الأعمال الهندسية وطرائق التصنيع في بريطانيا وألف كتابا قيما حولها.

ألقى ببيج سلسلة محاضرات في تورينو شرح فيها أفكاره حول النوع الجديد للآلات الحاسبة. ولقيت هذه المحاضرات ترحيبا كبيرا من قبل العلماء الإيطاليين. أما الضابط الرائد «مينابريا» Menabrea فقد أعجب كثيرا بأعمال ببيج الذي أهداه نسخا من أعماله المنشورة ومجموعة مصورات تخطيطية للآلة الحاسبة وبعض الأبحاث الخاصة. وكتب مينابريا حول هذه المنشورات تقريرا باللغة الفرنسية لمجلة سويسرية، وقد ترجم هذا التقرير من قبل آدا لوفليس Ada Augusta Lovelace (ابنة اللورد «بايرون» Byron)، ثم نشر في إنكلترا. أما ملاحظات التحرير التي كتبتها آدا أوغستا فقد كانت أطول من البحث الأصلي بمرتين. وتعد هذه الوثيقة في أيامنا هذه المصدر الرئيسي لأفكار ببيج حول الآلة التحليلية. (غالبا ما ينسب إلى آدا أوغستا كتابة أول برنامج حاسوبي مطبوع، وقد كتبت بمساعدة ببيج، برنامجا معقدا للحاسوب لحساب أعداد برنولي (متتالية لانهائية ذات أهمية كبيرة في نظرية الاحتمالات)، ونشرت هذا البرنامج في ملاحظاتها حول بحث مينابريا. وهكذا فقد تقاسمت شرف الأولوية مع ببيج الذي ابتكر فكرة البرمجة من أساسها.

وقد تميزت شخصية ببيج بصفتين، أولاهما أنه كان يقول الحق بغض النظر عن الشخصية التي ينتقدها. فشمل ذلك أكثر النبلاء في الأوساط العلمية الإنجليزية. فمثلا عندما أزعجه سلوك كبير الفلكيين ورئيس الجمعية الملكية سير همفري دافي Sir Humphrey Davy الكيميائي العظيم في ذلك العصر، تحدث عن ذلك بالتفصيل وأمام الناس. وقد ألف كتابا بيّن فيه كيف كانت الجمعية الملكية تقوم بتخريب العلم في بريطانيا، وهي تهمة مخزية، وعلى الخصوص لأنها حقيقية. أما الصفة الثانية التي كان ببيج يتمتع بها أو الصفة الأساسية له، فقد كانت الكره القاتل لعازفي الأورغ اليدوي و«الموسيقيين» في الشوارع. وقد قام بحملة ضد هؤلاء مُدَّعيا (كعالم رياضيات يركز اهتمامه على الفعاليات الصناعية) أن هذه المسألة قد كلفته 25٪ من وقته. وكان رد فعل هؤلاء لملاحظاته الغاضبة التي وجهها لهم مباشرة، فأخذوا يعزفون له لحن السيريناد عمدا تحت نافذته أينما وجدوه.

آلة الفروق

هناك قاعدة في العلوم، ليست قانونا تماما، إنه إذا اشتغل عدد من الناس في مسألة، فإن السبق لأي اكتشاف سوف يمنح بصورة دائمة تقريبا لأكثرهم شهرة. وقد حدث ذلك بالفعل في «مثلث باسكال»، كما في النظام الثنائي، الذي اكتشفه الصينيون وأخذه لبينيتز عبر المبشرين اليسوعيين في القرن السابع عشر، مع أن ما يزيد على عشرة أوروبيين أيدوا الأخذ بالنظام الثنائي قبل ليبنيتز. وقد نجت آلات ببيج من هذه القاعدة في الأسبقية التي وصفها جون فون نويمان John Von Neumann بأنها قدرة الأشخاص المشهورين، (مثله هو)، على الظهور قبل غيرهم بعد أن كانوا في المؤخرة. وهكذا كانت فكرة أن تحل الآلة محل الإنسان في إنتاج الكم الهائل من الحلول قد سجلت لببيج وحده.

ومع أن فكرته كانت أصيلة، فقد كانت من إلهام الفرنسيين، إذ عندما اعتمد النظام المتري أثناء الثورة الفرنسية، برزت مهمة إعادة حسابات عشرات الجداول لتحل محل نظام الأوزان والمقاييس الذي أُهمل استخدامه الآن. وقد أوكلت هذه المهمة إلى عالمين فرنسيين بارزين هما برولي Proly ولوجاندر Legendre، إذ نظما العمل بحيث يتولى مهمة إنجاز الصيغ اللازمة ستة من علماء الرياضيات الخبيرين، في حين تولى مهمة إنجاز الأعداد الأساسية ومتابعة تنفيذ الخطة مجموعة من ثمانية علماء ذوي خبرة أقل. أما المجموعة الثالثة التي تكونت من 60 إلى 80 شخصا فقد أخذت على عاتقها العمل الذي لا يتطلب أي تفكير، وهو ملء الجداول.

وقد تطلع الصناعيون الذين كانوا يتوقون إلى استعمال أسلوب الإنتاج بالجملة إلى العلم ليساعدهم في ذلك، ووجدوا ضالتهم في ببيج المعروف عنه اهتماماته في تنظيم العمليات الصناعية. انصب اهتمامه بعد ذلك على التفكير في إمكان أن يستبدل «بالآلات» التي يقع عددها بين 60 و80 آلة واحدة.

ولم يكن مطلوبا من هؤلاء الفرنسيين الضعفاء في الرياضيات سوى معرفة عملية الجمع وعملية الطرح وعملية القسمة على 2. وكان ببيج يطمح لصنع آلة يمكنها أن تنجز مهمات بسيطة مشابهة، على أن تكون جزءا من تصميم لآلة أكبر يمكنها أن تقوم بحسابات أكثر تعقيدا. فالآلة لن

تتعب أبدا ولن تقع بأخطاء، اللهم إلا إذا تعطل أحد أجزائها أو إذا أعطاها المشغل رقما خاطئا أو أمرا خاطئا.

ولابد أولا عند ابتداع مثل هذه الآلة أن تكون هناك خوارزمية لإيضاح المسألة خطوة خطوة.

الأمر الذي يجب أن يقود إلى تقدم ثابت باتجاه الحل النهائي. وكمثال نبين فيه كيف تعمل مثل هذه الخوارزمية هو مسألة حساب حدود متتالية تبدأ بالأعداد: 16 ,9 ,4 ,1.

ويمكن أن يدرك المرء هنا أن كل عدد هو مربع لعدد في مجموعة الأعداد الطبيعية إذ إن 1 هو 1x1 و4 هو 2x2 و9 هو 3x3 و16 هو 4x4. وهكذا يمكن إتمام المتتالية والحصول على 5x5 أي 25 و6x6 أي 36... وهكذا. ولإدراك ذلك كان لابد من تعلم الرياضيات عدة سنوات. وكان السؤال الذي طرحه ببيج: كيف يمكن أن ننشئ آلة تقوم بإيجاد حدود المتتالية وتقوم بأعمال أخرى؟

هناك طريقة واسعة الانتشار تستخدم عند التعامل مع متتاليات الأعداد من أي نوع، هي كتابة المتتالية الأصلية بشكل أفقي، ثم كتابتها مرة ثانية في السطر التالي بعد إزاحة كل عدد مسافة واحدة إلى اليمين، بعد ذلك يتم طرح المتتالية الجديدة من المتتالية الأصلية.

وهذا يشكل «فروقا». نكرر هذه العملية مرات متتالية إذا لزم الأمر إلى أن تصبح الفروق (نواتج الطرح) مساوية للصفر. وتُطبق هذه الطريقة على المتتالية 16, 9, 4, 1 كما يلي:

المتتالية الأصلية	16	9	4	
المتتالية بعد تحريكها مسافة واحدة إلى اليمين	9	4	1	
"الدرجة الأولى"				
الفرق" : نتيجة الطرح"	7	5	3	1
تحرك مسافة واحدة إلى اليمين "الدرجة الثانية"	5	3		
الفرق" : نتيجة الطرح"	2	2		
تحرك خطوة واحدة إلى اليمين "الدرجة الثالثة"	2			
	0			

"الفرق" : نتيجة الطرح ملاحظة : يطبق ذلك على جميع المتتاليات مهما كان عدد الحدود التي نأخذها ، والسطر الأخير يساوي الصفر دوما.

ويمكن كتابة الجدول بسهولة كما يلي:

المتتالية الأصلية	1		4		9		16
الفروق		3		5		7	
الفروق من المرتبة الثانية			2		2		
الفروق النهائية				0			

أدرك ببيج أنه إذا شُكِّلت متتاليات الفروق بهذه الطريقة، فإن عدد مرات عمليات الطرح للوصول إلى الفروق الصفرية تبين مرتبة أو قوة المتتالية الأصلية. وفي حالتنا هذه، فإن المتتالية الأصلية (16:, 9, 4, 1) مكونة من أعداد من الدرجة الثانية وتكتب عبارة الصيغة العامة هذه بالشكل التالي:

العدد = $a.x^2 + b.x + c$

حيث a, b, c ثوابت و x يتغير ليأخذ القيم .... 4, 3, 2, 1... على الترتيب (النقطتان في المعادلة إشارتان لعملية الضرب).

ومن هنا لاحظ ببيج إمكان كتابة المتتالية الأصلية بعكس الإجراءات. ولعمل ذلك يكفي أن نعرف أول متتاليتي فروق. ثم نستخدم الخوارزمية المبينة للحصول على باقي حدود المتتالية. نعلم نقطة البداية (وهي هنا العدد 1) ونعلم متتالية الفروق الأولى التي تبدأ بـ 1 ثم 3 ثم 5 ثم 7... إلخ. كما نعلم متتالية الفروق الثانية (وهي هنا ... 2, 2, 2). عندئذ يمكن متابعة حدود المتتالية بقدر ما نشاء. ويبين الجدول التالي الطريقة والنتائج:

رقم الحد	الفروق الثانية	الفروق الأولى	قيمة الحد	ملاحظات
الأول			1	نقطة البداية
الثاني	2	1	4	(2 + 1 + 1 = 4)
الثالث	2	3	9	(2 + 3 + 4 = 9)
الرابع	2	5	16	(2 + 5 + 9 = 16)
نتابع الآن				
الخامس	2	7	25	(2+ 7 + 16 = 25)
السادس	2	9	36	(2 + 9 + 25 = 36)
إلخ				

وقبل أن نصف الآلة سوف نستخدم الخوارزمية التي اكتشفناها لكتابة التعليمات لها. وبما أن التعليمات باللغة الإنجليزية، فإنها موجهة للمشغل. («تذكرة» Reminder هي ملاحظة أو أمر للمشغل لا تحتاجه الآلة ولا يمكن أن تستخدمه). وتبدأ التعليمات بافتراض أننا لا نعرف شيئا ما عدا الأعداد الأربعة الأولى 16, 9, 4, 1.

يعطي المشغل الأوامر للآلة بواسطة بطاقات مربوطة معا وفق تسلسل صحيح. وقد اخترع هذا النظام أساسا الفرنسي «جاكار» Jacquard لبرمجة أنوال ميكانيكية تنسج نقوشا ملونة في النسيج، حيث تُزود الآلة بالنقش عن طريق ثقوب محفورة في بطاقات موضوعة بشكل يسمح لإبر طويلة (من «صف» مرتب مثل شعرات فرشاة قاسية قادرة على الحركة داخلا وخارجا) أن تمر عبر الثقوب الموافقة. وعندما لا يكون هناك ثقوب، فإن الإبر لا تستطيع المرور عبر البطاقات. إن شكل الثقوب على البطاقات والنمط الذي برزت فيه الإبر من الثقوب يشغل مجموعة من المكاكيك (ج. مكوك) على النول لجلب خيوط مختلفة الألوان إلى الحركة. ومن ثم تحول قطعة القماش المحبوكة إلى ملابس خطوة فخطوة. وبدلا عن المكاكيك في آلة ببيج، فإن الأوامر تدوّر مسننات ودواليب (مع أعداد محفورة لمصلحة المشغل).

تذكرة Reminder: الخطوة الأولى، أوجد قوة المتتالية، ولعمل ذلك اكتب متتاليات الفروق حتى تساوي نفسها.

1- ضع الأعداد الأربعة الأولى.	تذكرة: 16, 9, 4, 1
2- اطرح كل عدد من تاليه.	تذكرة: 7, 5, 3, 1
3- كرر ذلك من أجل متتالية الفروق الثانية.	تذكرة: 2, 2, 2

تذكرة: المتتالية من الدرجة الثانية (مربعات)

متتالية الفروق الأولى 7, 5, 3, 1

متتالية الفروق الثانية . . . . .، 2, 2, 2

العدد الأول في المتتالية الأصلية هو 1

تابع:

تذكرة: انتقل إلى الخطوة الثانية، اضبط الآلة لتحسب (مثلا) 1000 حد من المتتالية.

4- اطبع الأعداد المعلومة من المتتالي (16, 9, 4, 1).

5- امح كل الأعداد (أي ضع كل العدادات في وضع الصفر).

6- كون أعداد جديدة:

(الفرق الثاني) 2+ (الفرق الأول) 7+ (الحد التالي) 16

انتظر حتى تنتهي الآلة.

تذكرة: ضبطت الآلة لعملية التكرار (انظر الأسفل). بطاقة الجمع سوف تأمرها بالجمع عندما يكون ذلك ضروريا للحصول على الأعداد التالية ابتداد من : 36 = 2 + 9 + 25.

7- حول هذه الأعداد 2, 9, 25 إلى (الذاكرة) (خزن)

8- أعداد إدخال الأعداد التالية 2, 11, 36، ابدأ دورة جديدة.

9- اذهب إلى الخطوة 06. كرر الخطوات 6 إلى 9؛ 995 مرة.

تذكرة: الأمر الأخير يبدأ حلقة من العمل التكراري (تكرار العملية حسب الطلب)

كانت البطاقات توضع بشكل ينسجم مع خوارزمية الحسابات المطلوبة. وانحصرت مهمات المشغل في اختيار البطاقات الضرورية من ملف البطاقات وإمرارها في خيط بتتال صحيح وإلحاقها بالآلة ووضع الآلة في حالتها الابتدائية ووضع الأعداد المطلوبة لبدء الحسابات.

الآلة التحليلية:

عُرِضَ النموذج الأصلي لآلة الفروق في عدة أماكن، من بينها المعرض الذي أقيم في قصر الكريستال بلندن عام 1851. ولسبب لا تعرفه إلا لجنة المعرض (ربما كان هو العداء الموجه لببيج من قبل آيري Airey الفلكي الممتاز ورئيس اللجنة) فقد وضع الجهاز في القبو على نحو يتعذر وصول الزوار إليه، كما لو كان سرا. لذلك لم يترك الجهاز انطباعا كبيرا. مع ذلك فقد قرر ببيج أن يصنع جهازا بديلا أكثر تعقيدا (الآلة التحليلية)، يستطيع إنجاز الحسابات مهما كان نوعها، طالما أن الحسابات يمكن أن تحلل إلى

أوامر سهلة ومتتابعة ولا غموض فيها.

ولم يتمكن ببيج من إتمام آلته التحليلية خلال فترة حياته، مع أنه أنفق الكثير على مخططاتها ومسنناتها الدقيقة، وقد أكملها ابنه بعد وفاته. ولا يمكن أبدا معرفة التعديلات التي ربما كان سيدخلها على الآلة في مرحلة البناء.

وفي حالة متتالية مربعات الأعداد المذكورة سابقا، على سبيل المثال، فإن الآلة تحصل على مجاميع متتاليات الفروق وتطبعها. وذلك يعني إضافة كل متتاليتين فرقيتين إلى كل عدد جديد يجري التوصل إليه من أجل الحصول على العدد التالي. (هذه عملية المعاودة، أي توليد أعداد جديدة بصورة مستمرة والتي تتكرر فيها مجموعة العمليات الميكانيكية المطبقة مرة بعد مرة بقدر ما هو مطلوب). ويسمح المخطط التالي(يقرأ من اليسار إلى اليمين) بمتابعة الأعداد منذ دخولها إلى الآلة حتى ظهورها على الأقراص. (تشير d.s. الواردة في السطر الثاني من المخطط إلى متتالية فروق difference series).

الوضع الإبتدائي	:	1	1	←	1	تطبع
d.s.1	d.s.2	المتتالية 1	(معطاة المتتالية 2)			
2 (+)	1 (+)	1 =	4	←	4	تطبع
2 (+)	3 (+)	4 =	9	←	9	تطبع
2 (+)	5 (+)	9 =	16	←	16	تطبع

لنفرض أننا بدأنا من المنتصف بالحد 9، ونريد أن نرى كيف تحصل الآلة على العدد التالي في المتتالية:

يوضع القرص C على **2**	يوضع القرص B على **5**	يوضع القرص A على 9	يوضع القرص D على 0
المطرقة C	المطرقة B	المطرقة A	الطابعة D

تُنقل الأعداد كل على حدة من أي قرص إلى القرص الذي يليه من اليسار إلى اليمين. وهكذا يقرأ القرص C العدد 2 في البداية، فتضرب مطرقته مرتين، وفي كل ضربة يتحرك القرص درجة واحدة من 2 إلى 1 ثم من 1 إلى الصفر، وباختفاء الواحدات من القرص C تكون قد انتقلت إلى

القرص التالي. حيث تظهر على القرص B الذي يتحرك من 6 إلى 7 بعد أن تكون قد اختفت من القرص C.

1. يضرب 1 ـ يقرأ الآن 6 ـ ـ
2. يضرب 1 ـ يقرأ الآن 7 ـ ـ

القرص C الآن عند الصفر
القرص B يقف الآن عند 7
القرص A لم يتغير بعد
المطرقة B تدق الآن 7 مرات
يتحرك القرص A واحدا بعد واحد ليضيف 7

1. يضرب 1 ← يقرأ 10 ـ
2. يضرب 1 ← يقرأ 11 ـ
3. يضرب 1 ← يقرأ 12 ـ
4. يضرب 1 ← يقرأ 13 ـ
5. يضرب 1 ← يقرأ 14 ـ
6. يضرب 1 ← يقرأ 15 ـ
7. يضرب 1 ← يقرأ 16 ـ

المطرقة B الآن عند الصفر. وتتوقف عن الضرب. ويكون العدد 16 قد مر من A إلى D.

يعطي القرص D المجموع إلى الطابعة لتطبع 16.

ويجري تسجيل الأعداد على مجموعة ثانية، تسجل هذه التغيرات كنوع من أشكال التحقق، وتؤخذ هذه الأعداد بواسطة الآلة من الذاكرة إلى الأقراص A, B, C, D. وينفذ ذلك التحقق بينما تستمر العملية مولدة العدد التالي.

وفي هذه الحالة يمر العدد 2 من القرص A إلى القرص B إلى القرص C إلى القرص D إلى الطابعة.

تُوضع الأقراص في هذه المرحلة على:

2 7 16 0

المرحلة الثانية لأوضاع الأقراص:

تطبع 25 ⟵ 0 25 ⟵ 0 9 ⟵ 0 2 ⟵ 0
وتستمر العملية لتوليد العدد التالي.

اختراع البرمجة ولغة الآلة:

عندما ابتكر جاكار «برامج» البطاقات المثقبة لأنواله، كان في الواقع يحوّل النول إلى إنسان آلي «إنسالي» (روبرت robot) مبرمج ليختار خيوطا مختلفة اللون؛ لإنتاج نقوش على الملابس المنسوجة. وتبادر إلى ذهن ببيج أنه يمكن استخدام العملية نفسها تماما في حل المسائل: إذ يمكن للآلة أن تنسج (إن صح التعبير) نقوشا من الأعداد، فتمر الآلة عبر العمليات المختلفة المطلوبة وتطبع الجواب. وبخلاف آلة ليبنيتز الحاسبة (التي لم تكن آلية تماما، إذ كان على المشغل أن يغير العدد خانة بعد خانة، وأن يضبط الآلة في كل مرحلة من مراحل الحساب)، فقد صممت الآلة التحليلية، لتكون بكاملها تحت تحكُّم البرنامج. وما أن تضبط الآلة وتبدأ، فإنها ستنهي العمل. كذلك فإن البرنامج (المقدم بشكل بطاقات مثقبة مربوطة مع بعضها) سوف يطلب من الآلة اتخاذ القرارات حتى المرحلة النهائية.

كان البرنامج يتطلب مجموعة مرتبة من الفعاليات الموصوفة بشكل واضح. ويشمل ذلك الوصف المغرق في الدقة لتفاصيل الخطوات الرئيسية اللازمة لحل المسألة والمتصلة بترتيب صحيح وبوصف شديد الوضوح. ولابد أن يكون البرنامج واضحا وأن يكون منسجما مع نفسه، وعلى الآلة أن تكون قادرة في كل خطوة على تهيئة الأعداد اللازمة للخطوة التالية. وبعبارة أخرى، فقد كان على ببيج أن يتنبأ بكل الأخطاء التي يمكن أن تقع فيها الآلة نتيجة لعدم وضوح التعليمات أو لعدم إمكان تنفيذها. لذلك فإن على البرنامج أن يكون قادرا على جعل الآلة تسلك الطريق الذي يرسمه لها. وكما ورد في قصة (صبي الساحر) التي كتبها «جوته» Goethe فإن هناك تحذيرا شديدا بعدم إهمال أي خطوة أساسية، الأمر الذي قد يحدث تشويشا كبيرا على جميع العمليات.

ولكي يجري الاتصال بالآلة، فقد كان على ببيج أن يخترع لغة جديدة، وهي نوع من الاختزال الرمزي الذي يعتمد على تحليل حركات الآلة. ولقد أتت فكرة (اللغة الشاملة) من ليبنيتز، إلا أن ببيج هو الذي طبقها على

الآلات، ومن ثم فقد ابتدع المفهوم الكامل «للغة الآلة» التي نتحدث بها إلى الآلات، والتي تتحدث بها بعضها مع بعضها الآخر ومعنا أيضا.

الآلة التحليلية والمسائل المعقدة:

يمكن أخذ فكرة عن برمجة ببيج الرائعة والأنيقة، وعن التعقيدات التي يمكن لآلته التحليلية مواجهتها، إذا رأينا كيف كان يمكنها التصدي لمسألة حل المعادلات الآنية. (وهي نفس المسألة، التي لها نفس التعقيد، والتي حلها الصينيون بوسائل غير ميكانيكية في القرن السادس ق.م. والتي شرحناها في الفصل الخامس. وثمة عدة خوارزميات يمكن استخدامها لحل هذه المسألة، ومسائل مشابهة أخرى. وقد أوردت آدا أوغستا Ada Augusta أول حل آلي لهذه المسألة في كتابها عام 1848 إلى مينابريا، الذي علقت فيه على عمل ببيج.

ويمكننا من خلال الطريقة التي قدمها أن نحل أي معادلتين آنيتين بإدخال ستة أعداد فقط إلى الآلة. ولكي نرى كيف تم ذلك، فإننا نحتاج أن نتعرف الشكل العام للمعادلتين:

$ax + by = p$ (المعادلة 1)

$mx + ny = q$ (المعادلة 2)

حيث نسمي الأعداد a, b, m, n معاملات x وy، أما p فتنتج عن ضرب x في a وضرب y في b وجمع الناتجين، ونجد q على نحو مماثل. والمطلوب هنا هو إيجاد قيمتي x وy. ولكي نقوم بالحل للحصول على x علينا أن نتخلص من y في المعادلتين، ويمكن بصورة مشابهة أن نقوم بالحل للحصول على y بعد التخلص من x في المعادلتين. فإذا ضربنا المعادلة 1 في n وضربنا المعادلة 2 في b فإننا نحصل على المعادلتين:

$an\,x + bn\,y = np$ (1)

$bm\,x + bn\,y = bq$ (2)

إذا طرحنا الآن (2) من (1) نجد:

$an\,x - bm\,x = np - bq$

أي

$(an - bm)\,x = np - bq$

ومن ثم نجد أن:

$$x = \frac{np - bq}{an - bm}$$

وبصورة مشابهة نحصل على:

$$y = \frac{aq - mp}{an - bm}$$

إن إيجاد x و y بهذه الطريقة هو نوع من العمليات المثالية للآلة. فلإيجاد قيمتي x و y نحتاج أن نعطي الآلة ستة أعداد هي a, b, m, n, p, q. ويجب علينا أن نزودها ببرنامج يسمح لها بمتابعة العمليات على مجموعة المعطيات (a, b, p; m, n, q) ويمكن ضبط الآلة لتتمكن من حل أي مجموعة معادلات لها حل بإخبارها متى (وماذا) تضرب، متى و(ماذا) تطرح، متى (وماذا) تقسم.

يعمل البرنامج الذي نعده على معالجة المتغيرين x و y، أما الأعداد a, b, m, n فهي معاملات المتغيرين p, q هي أعداد عادية. وتأخذ هذه الثوابت قيما مختلفة من أجل كل مجموعة معادلات. فإذا تغيرت هذه الثوابت فإن x y, تتغيران تبعا لها. ويتم تقديم كل العمليات المطلوبة من جمع وطرح وضرب وقسمة إلى الآلة في الوقت المناسب للتنفيذ عن طريق البطاقات المثقبة كما في نول جاكار.

ومن أجل العملية بكاملها فإن ببيج يحتاج فقط إلى ثماني بطاقات:

6 بطاقات من أجل القيم a, g; m, n; p, q

بطاقة واحدة تعطي تعليمات عملية الطرح

(تقدم هذه البطاقة ثلاث مرات للآلة)؛

بطاقة واحدة تعطي تعليمات علمية القسمة

(تعطى البطاقة هذه مرتين للآلة).

وتشمل البطاقات الست الأولى معاملات المتغيرين x, y إضافة إلى p, q. وتعين هذه البطاقات الست الأولى مجموعة المعادلتين تماما، بينما تتحكم البطاقتان التاليتان بثلاث عمليات طرح وعمليتي قسمة.

ويبدو للوهلة الأولى أن برنامج الآلة الذي نبينه لاحقا طويل جدا، لكن هذا الانطباع يتولد بسبب تجزئة الحسابات إلى خطوات صغيرة جدا. ومع ذلك فهي ليست أطول من وصف إجراء أبسط للعمليات الحسابية كالطرح

مثلا باستخدام الورقة والقلم، أو باستخدام خوارزمية الصينيين الواردة آنفا، إضافة إلى أن الآلة، على عكس الإنسان، قد صُممت لتنفيذ العمليات دون تعب على مدار 24 ساعة دون أخطاء.

ولابد عند إدخال المعطيات العددية إلى الآلة من أن ترفق بمكان توضع فيه (يعرف بـ «العنوان») وباسم يدل عليها. (يمكن أخذ أي اسم شريطة أن يُستخدم هذا الاسم لتحديد المتغير نفسه خلال كل العمل)، ويمكن أن يختلط الأمر إذا لم يحدد المكان والاسم. وقد حددت الأسماء في البرنامج التالي من قبل ببيج، الذي اعتبر كل القيم الداخلة كمتغيرات، ولذلك عَبَّرَ عنها بالحرف V وأعطى كل V دليلا مختلفا، فكتب $V_{(0)}$, $V_{(1)}$ وهكذا حتى V13. ولكي نتجنب الالتباس فقد غَيَّرْتُ الدليلَ وَوَضَعْتُ الرموزَ بالشكل $V_{(1)}$ و$V_{(2)}$ و....، وهكذا، حتى $V_{(14)}$، وأضفت رمزين هما $V_{(15)}$, $V_{(16)}$ من أجل عرض «المُخْرَج» output. وقد حافظت فيما عدا ذلك على كل ما أورده ببيج.

تتطلب هذه الخوارزمية الخاصة ستة أعداد من أجل البدء. هذه الأعداد هي أربعة معاملات لـ y, x، كما تتطلب العددين p, q. ويبقى كل من هذه المتغيرات منعزلا عن الآخر ويحمل الاسم $V_{(1)}$ $V_{(2)}$، وهكذا ...، كما يوضع على دولاب خاص في الآلة. (لقد سمى ببيج هذه الدواليب «أقراصا»، ويبدو أن هذه التسمية بعيدة عن الدواليب، لأن هذه الدواليب كبيرة وقاسية).

وتُقرأ المتغيرات على الدواليب من قبل المشغل الذي يضبط الدواليب باليد من أجل بدء العملية، وتبدو مثلا الأجزاء الستة للمعطيات في حالتنا كما يلي:

المدخلات:	V(1) = a	V(2) = b	V(3) = p
	V(4) = m	V(5) = n	V(6) = q

(حيث a, b, m, n, p, q، هي بالطبع أعداد عربية الترميز وليست أحرفا، وذلك من أجل حلّ مجموعة معادلات فعلية).

يرتب المشغل بطاقات البرنامج لمعالجة هذه المعطيات تماما وفق الخوارزمية المرسومة. وتولد الآلة بقية المعطيات المطلوبة لحل المسألة. فهي تضرب أولا المتغيرات أزواجا كما هو مطلوب، ثم تطرح هذه المضاريب وفق أساليب محددة، وأخيرا توجد عمليتا قسمة يجري من خلالهما حساب y, x ثم طبعهما.

وتنجز الآلة جميع هذه العمليات بشكل متتال يخضع لتحكم البرنامج. وعندما تدور الدواليب بمجرد أن تدخل الأعداد فإن الصورة تبدو كما يلي:

الضرب: $V(7) = an$ $V(8) = bm$ $V(9) = np$

$V(10) = aq$ $V(11) = mp$

الطرح: $V(12) = an - bm$ $V(13) = np - aq$

$V(14) = aq - mp$

القسمة: $V(15) = \frac{V(13)}{V(12)}$ $V(16) = \frac{V(14)}{V(12)}$

الجواب الطبوع: $x = V(15)$ $y = V(16)$

وهكذا تقوم الآلة، عند حل المسألة، بتوليد 10 متغيرات جديدة، بعد أن زُوِّدَتْ بستة متغيرات تبدأ بها. هذا يعني أن 16 دولابا مخددا (فيه أخاديد، أثلام) تكون مشغولة خلال العملية. وتنفذ العمليات الحسابية الفعلية في جزء آخر من الآلة سماها ببيج «المعمل أو الطاحونة» (يسمى هذه الجزء بلغة الحواسيب المعاصرة «وحدة المعالجة المركزية» أو «وحدة الحسابات»). ويجري نقل النتائج إلى المواقع الصحيحة على الدواليب المرقمة («العناوين» بلغة الحاسب الحديثة). وتكون جميع هذه العمليات خاضعة لسيطرة البرنامج.

فإذا تمكنا من متابعة عمل الآلة على الدواليب العددية فسوف نرى عمل الطاحونة (التي يبدو وكأنها تطحن الأعداد، من هنا أتت التسمية). وعندئذ سوف نرى الدواليب المتعددة التي تدور على التتالي مولدة أعدادا جديدة، ثم تعود إلى حالة الصفر. وتتحرك أولا قيم المعطيات العددية، ثم تقدم الدواليب على التتالي عمليات الضرب فالطرح فالقسمة.

وأخيرا تعطي الطابعة الجواب، وتكون جميع الدواليب عندئذ في حالة توقف على الصفر، في حين تكون الطابعة قد أعطتنا قيمتي x و y. وتصبح الآلة جاهزة لمجموعة معادلات جديدة أو لبطاقات جديدة إذا كنا نرغب في تغيير البرنامج، وتقرع الآلة الجرس.

وما كنا سنقابله في المسألة السابقة هو المتتالية العددية التالية:

المعطيات	1,1,60	2, -3,0
المعادلتان المطروحتان	(m + w = 60)	(2m - 3w = 0)
الجداءات (محصلات الضرب)	-180, 0, -3, 2	120, 0, 2, 0
نواتج الطرح	-5, -180, -120	
نواتج القسمة	36, 24	y = 24
الطابعة	x = 36	

(توضع أقراص خاصة فوق دواليب الأعداد لبيان وجود أو عدم وجود إشارتي + و -).

الكيفية التي كان يفترض في الآلة التحليلية أن تعمل وفقها

يرتبط سر الآلة ارتباطا وثيقا بكون أسنان الدواليب معشقة مع بعضها البعض وبحيث يُدَوِّرُ أحدها الآخر. أما الاتجاه الذي تدور فيه فهو يماثل عملية الطرح أو عملية الجمع، إذ إن أحد اتجاهي الدوران مخصص للجمع والآخر مخصص للطرح.

فإذا تذكرنا أن ببيج هو الذي اخترع عداد المسافات لقياس المسافات التي تقطعها القطارات، أمكننا أن نتصور طريقة عمل المسننات والأسنان، هذا العداد الذي اعتمد فيما بعد لقياس المسافات وسرعات السيارات أو أي مركبات ذوات دواليب. فلو تصورنا قطارا يتحرك إلى الأمام فإنه سيدور دولابا مسننا معشقا بدولاب مسنن آخر.

وطالما يتحرك الدولاب بجهة واحدة فالعملية هي جمع. ويظهر مجموع الأعداد هذه على لوحة عداد الأميال، الذي هو بكل بساطة مجموعة من الدواليب مزودة بأعداد تظهر على التتالي إلى أن تتوقف الحركة. لو جعلنا الآن القطار يتحرك باتجاه معاكس، فإن الدواليب المسننة سوف تعكس اتجاه حركتها، وسوف تعود الأعداد إلى الوراء. وبعبارة أخرى، تحدث عملية الجمع بتحرك الدواليب باتجاه واحد، في حين تحدث عملية الطرح بتحرك الدواليب بالاتجاه المعاكس.

هذه المبادئ التي ذكرت آنفا هي فقط الأساس. أما تصميم آلة يمكنها أن تنفذ جميع العمليات الحسابية من دون خطأ وتطبع الجواب، فقد أخذت من ببيج التحليل الفكري العميق على مدى 40 سنة.

لقد كان أحد أهدافه الأولى تحسين الحساب. فاستخدم، كالمصريين، الحقيقة التي تقول إنه يمكن إرجاع عمليات الطرح والضرب والقسمة إلى عملية واحدة هي الجمع.

فالضرب هو تكرار إعادة عملية جمع العدد إلى نفسه. والطرح هو عملية جمع العدد مع متمم المطروح منه، أما القسمة فهي تكرار عملية طرح المقسوم عليه.

المشكلة الأساسية للآلة في كل ما سبق هي موضوع «الحمل»، وهي ما يعاني منها الشخص المبتدئ في تعلم الحسابات. فعند الجمع يمكن أن يزيد العدد بصورة يقفز فيها الرقم من خانة إلى خانة أعلى: وهكذا فإن 9 واحدات تصبح عند إضافة الواحد 10 كما تصبح الـ 99 عند إضافة الواحد 100.

أما الوجه الآخر لهذه العملية (أي الحالة المعاكسة لموضوع «الحمل») فهو موضوع «الاستلاف» «الاقتراض».

ويظهر ذلك عندما نريد طرح 8 من 3 فعلينا أن نقترض «نستعير» 10 ونضيفها إلى 3، وعندئذ نطرح 8 من 13.

لقد طور ببيج فكرة اللُّسَيْن «السَّقَّاطة» التي أخذها عن ليبنيتز لابتكار طريقة إجراء «الحمل» و«الاستلاف» بوقت واحد.

ولكي تنفَّذ عملية الحمل يحرك اللسين السنَّ التالي بالاتجاه الأمامي مسافة واحدة. وقد سمحت هذه الطريقة بإجراء «الحمل» في كل المواقع دفعة واحدة وكذلك «الاستلاف» وليس في كل موقع على حدة، حيث ينفذ إجراء «الحمل» و«الاستلاف» في كل المواقع بخطوة واحدة. وقد سرعت هذه الفكرة الرائعة نسبة العمل في آلته تسريعا هائلا، إذ أصبحت السرعة أكبر 20 مرة من السرعة السابقة.

عندما يُجري الإنسان عملية جمع أو عملية طرح لعددين، فإن عليه أن يتذكر في كل مرة يحتاج فيها إلى «الحمل» أو إلى «الاستلاف». ويتراءى لنا أن عملية الحمل أو الاستلاف تنفَّذ بخطوة واحدة لأننا نقوم بها ذهنيا. إلا أننا عمليا نقوم بثماني عمليات «حمل» في عملية الجمع المبينة في الأسفل وبخمسة «استلافات» في عملية الطرح المبينة وهكذا ننفذ 25 عملية مختلفة عند الجمع، بينما نقوم بـ19 عملية عند الطرح.

"الاستلاف" في الطرح	"الحمل" في الجمع
2 3 7 8 5 6 1 9 2 3	2 3 7 8 5 6 1 9 2 3
- 1 2 9 3 6 5 8 1 9 7	+ 1 2 9 3 6 5 8 1 9 7
= 1 0 8 4 9 0 3 7 2 6	= 3 6 7 2 2 2 0 1 2 0
- - - - - - : الاستلاف	+ + + + + + + + : الحمل

وقد كان بالإمكان برمجة الآلة لتجمع أو تطرح بالطريقة نفسها التي نمارسها، إلا أن ذلك سوف يتطلب عمليات لا لزوم لها، والتي كثيرا ما ننساها، إضافة إلى ضياع الوقت. ويمكن برمجة الآلة لتقوم بالعمل نفسه بأسلوب مختلف تماما.

إنها «تقرر» أولا بمقارنة كل رقم بالرقم الذي يقع تحته ما إذا كان يوجد «حمل» في حالة الجمع، أو «استلاف» في حالة الطرح. هذه هي الخطوة الأولى.

وتقوم الآلة في الخطوة الثانية بإجراء عملية الجمع (أو الطرح) دون إجراء أي حمل «أو استلاف» وإنما تكتب الخانة الأولى فقط من نواتج الجمع أو الطرح لكل عدد مع الذي تحته.

أما الخطوة الثالثة والأخيرة، فتقوم الآلة فيها بإضافة «الحمل» في جميع المواقع التي ضبطت في البداية، وكذلك بإجراء «الاستلاف» في جميع المواقع التي ضبطت في البداية على الجواب الذي حصلنا عليه في الخطوة الثانية.

ونبين طريقة العمل في هذه الخطوات كما يلي:

الجمع		الطرح	
2378561923		2378561923	
1293658197		1293658197	
**cccccccc		** p * p * p * pp	
+11111111	الخطوة الأولى	- 010101011	الخطوة الأولى
3561119010	الخطوة الثاني	1185913836	الخطوة الثاني
3672220120		1084903726	

(* تعني لا تفعل شيئا ، p تعني الاستلاف ، c تعني الحمل ، لاحظ أن سر الحمل والاستلاف قد أزيح مسافة واحدة إلى اليسار وهو ما تفعله الآلة) .

مع أن شرح ذلك يأخذ وقتا طويلا، فإن من السهل رؤية مقدار التوفير في زمن الآلة باستخدام تلك الخوارزمية، حيث نضيف أو نطرح عشرة أرقام دفعة واحدة بدلا من إجراء كل عملية إضافة أو طرح على حدة. أضف إلى ذلك أنه قد جرى توفير 90٪ من زمن الضرب أو القسمة.

هذا إذن هو الذي جعل ببيج يصمم آلته التحليلية بدلا من آلة الفروق. فآلة الفروق كانت بطيئة جدا ولا تقوم إلا بأعمال مباشرة وتنجز فقط نوعا واحدا من العمليات. أما الآلة التحليلية فهي بعكس ذلك، يمكن أن تبرمج بحيث تنجز كل ما تقوم به آلة الفروق إضافة إلى الكثير من الأعمال الأخرى. وأكثر من ذلك، فقد بينت آدا أوغستا أنه يمكن تعليم الآلة كتابة الموسيقى. واشتغل ببيج في تعليم الآلة لعبة النقط وإشارات الضرب (تيك ـ تاك ـ تُو «Tic-tac-toe»)، كما طمح في تعليمها الشطرنج.

إنجاز ببيج

لقد عمل ببيج مهندسا استشاريا، فكان مخترعا ناجحا جدا. وقد تركز عمله، بصورة رئيسية، على المسائل المتعلقة بالنقل والإشارات لخطوط السكك الحديدية. لكنه كان بالفعل رياضيا متمرسا، إضافة إلى موهبته في تطبيق هذه المعرفة في مسائل الحياة اليومية. وقد قال بنفسه إن الشيء الذي يؤسفه بشدة هو أنه أبعد عن النظرية الرياضياتية للدوال لكي

يتوجه إلى هاجس طويل الأمد يتعلق ببناء الآلة التحليلية. فقد نجح في حل جميع المسائل التصحيحية المرتبطة بالآلة، لدرجة أن ابنه تابع بناءها وتشغيلها دونما تعب وبنجاح كبير، وكان ذلك مع الأسف بعد وفاته.

ومهما كان رأي ببيج في الاتجاه الذي عمل فيه، فإن الأجيال التالية مدينة له كثيرا. وعلى الأرجح فإن ببيج لم يقم بمساهمات في نظرية التوابع «الدوال» على مستوى عمله الرائد في الأجزاء الآلية وفي تحضير المخططات التي تضع نماذج جديدة في التصميم وكذلك تصميماته التي وضعها للحاسوب.

أما الجهود التي بذلها ببيج لتصميم آلة حاسبة متعددة الإمكانات، فقد قادته خطوة بعد خطوة إلى مفهوم الحاسوب الحديث. وفي عام 1950 نشر جون فون نويمان نتائج مناقشاته مع «إيكرت» Eckert و«ماوكلي» Mauchly الذي كان قد اخترع أول حاسوب إلكتروني أمريكي. وجدير بالذكر أن التقرير الذي نشر لم يحتو في الحقيقة إلا على تحسينات قليلة على أفكار ببيج التي قدمها قبل قرن من الزمان.

وقد قدم ببيج تحسينين رائعين في مجال لغة الآلة هما:

أولا: أنه جعل إعطاء الأوامر إلى الآلة، والتي تمكنها من التعامل مع الأعداد، أمرا ممكنا. أضف إلى ذلك أنه يمكن أن تحل الآلة المسألة الرياضياتية أو المنطقية بعد تجزئتها إلى أجزاء ومراحل محددة واضحة المعالم، كما يمكن للآلة أن تنجز العمليات على نحو متكرر (أي أنها تستخدم الأعداد التي ولدتها في مرحلة سابقة ثم تعود مرة ثانية إلى البداية وتجري العمليات الحسابية ثانية على الأعداد الجديدة). وأصبحت الآلة قادرة أيضا على مقارنة عددين واتخاذ القرارات اعتمادا على كون العددين متساويين أو أن أحدهما أكبر من الآخر. (ويكون القرار عادة متعلقا بالاستمرار في مواصلة التنفيذ، أو في القفز إلى جزء آخر من البرنامج، أو في العودة إلى نقطة سابقة ثم القفز عنها، أو في التوقف). إن هذه القدرة في اتخاذ القرار هي التي تعطي الحاسوب قوته، فالآلة إذن تتصرف بطريقة تجعل المرء يظن أنها إنسان فعلا، ومن ثم فهي ضرب من ضروب الجنس البشري.

ثانيا: اخترع ببيج لغة رمزية يجري من خلالها وصف بنية الآلة وسلوكها.

ولقد مهد بذلك الطريق إلى السير بالاتجاه الصحيح نحو اختراع المنطق الرمزي.

هذا الفرع الجديد من المعرفة الذي قام بفتحه «A. دي مورغان» Augustus de Morgan و«G. بول» George Boole وعدد آخر من علماء رياضيات القرن التاسع عشر. وعندما قام ببيج مبكرا بهز أساسيات الرياضيات الإنجليزية، فقد مهد السبيل ووضع حجر الأساس لبداية عهد جديد.

تصميم فون نويمان	آلة ببيج التحليلية
ما يلي هي أسماء مختلفة للأشياء نفسها	
1 - "الذاكرة"	"مخزن"
2 - "وحدة الحاسبات"	"طاحونة"
3 - "وحدة التحكم"	"آليات النقل"
4 - أدوات الإدخار والإخراج كانت صفة مشتركة لكليهما	
الفروق الرئيسية بين الآلتين هي :	
5 - استخدام النظام الثنائي	استخدام النظام العشري
6 - أنسياب إلكتروني	حركة أجزاء ميكانيكية

ولا يمكن لأي إنجاز قدمه ببيج أن يزيحه عن الموقع الذي تربع عليه بكونه الأب المؤسس لعصر الحاسوب. هذا وتوجد علاقة تاريخية بين عمله وبين الابتكارات الأمريكية في هذا المجال. لقد كان ذلك بعد الحرب العالمية الأولى مباشرة، عندما أصبح الرياضياتي النيوزيلاندي «J.L كومري» Leslie J. Comri (وهو أحد مريدي ببيج في القرن العشرين) رئيسا لمكتب التقويمات البحرية بلندن، الذي استخدم آلة فروق من نمط آلة ببيج لحساب حركة القمر من عام 1919 حتى عام 2000. فقد كانت المعطيات 20 مليونا من الأعداد التي احتاج من أجلها إلى نصف مليون بطاقة مثقبة. وفي عام 1928 وعندما كان قد وصل إلى منتصف عمله، قام الفلكي الأمريكي الدكتور «براون» Brown الذي كان قد أنجز الأرصاد الفلكية الأصلية بزيارة مجاملة إلى ليسلي. وكان براون بدأ بإجراء الحسابات بنفسه يدويا. وعندما سمح

له بالدخول أخذته نشوة عارمة عندما رأى تلك الآلة تجري الحسابات على أعداد بسرعة 20 إلى 30 بطاقة في الدقيقة.

إن مقدار الحماس الذي احتواه وصف براون لهذه الحادثة بعد عودته إلى أمريكا، قد حفز «إيكرت» Eckert الرائد الأول في مجال الحاسبات الإلكترونية لكي يتابع عمله على آلته بمساعدة ماوكلي. وقد تم إكمال هذه الآلة في آخر الأمر في مدرسة «مور» Moore الهندسية في بنسلفانيا.

وهكذا فقد أضاء إيكرت وماوكلي بدورهما مشعل الإلهام لفون نويمان الذي بنى الحاسوب في برينستون ثم إلى «تورينغ» Turing و«ويلكس» Wilkes في كامبردج، وهما مبدعان آخران في مجال الحواسيب الإلكترونية المعاصرة. وهكذا اتضحت سلسلة الإلهامات، ولكنها على أي حال بدأت من ببيج.

14 بول والمنطق البولي

ولد بول بمدينة لينكولن Lincoln، وكان أبوه نجارا يعمل لحسابه. وقبل عدة سنوات من ولادته (عام 1815، وهو عام معركة ووترلو)، كان نابليون قد وصف الإنجليز بسخرية واستهزاء بأنهم (أمة من أصحاب الدكاكين). ولم يكن هذا الاستهزاء شيئاً مقارنة باحتقار وازدراء الطبقات العليا الإنجليزية لفئة الناس البسطاء التي ينتمي إليها بول، فلقد كان يكفي أن يكون المرء رجلا عاملا أو امرأة عاملة كي يستحق الاحتقار وينظر إليه كما ينظر إلى هندي منبوذ «لا يجوز لمسه» حتى لو كان لهذا المرء مهنة حرة.

لقد كان لهذا التعالي أثر حاسم على بول إذ دفعه إلى تطوير نفسه. لم يكن بول محظوظاً كثيراً من حيث أصله ومنبته، لأن هذا الأصل وضع العقبات في تاريخ عبقريته التي لا يرقى إليها

(*) تحاكي كلمات الأهزوجة هذه، متناقضة (راسل) Russel، وهي أنه في إحدى القرى يحلق الحلاق لكل شخص لا يعرف أن يحلق لنفسه، وهذا يؤدي إلى تناقض منطقي، فإذا كان الحلاق يحلق لنفسه، فهذا يعني أنه من الناس الذين لا يحلقون لأنفسهم. وبالمقابل إذا كان الحلاق لا يحلق لنفسه، فهو من الأشخاص الذين يحلق لهم الحلاق أي أنه يحلق لنفسه.

«من حلق للحلاق، الحلاق، الحلاق؟
من حلق للحلاق؟ الحلاق حلق لنفسه»
أهزوجة شعبية كان يرددها أطفال جلاسكوفي العشرينيات(*)

«سقراط: ما سوف يقوله أفلاطون الآن خاطئ»
أفلاطون: ما قاله سقراط قبل قليل صحيح
جورج بول G. Boole (1815 – 1864)

الشك. لم يعرف عن أبيه إلا القليل باستثناء أنه كان مهتما بالعلم وبتعليم ابنه. ولقد شارك ابنه في هوايته، فكانا يصنعان الأدوات العلمية مثل المناظير والعدسات المكبرة، وأعطى ابنه دروساً في الرياضيات الأولية، وهيأ له فرصة تعلم اللاتينية على يد أحد أصدقائه.

كان التعليم في إنجلترا في ذلك الوقت في حالة يرثى لها، خاصة بالنسبة إلى النساء وأبناء الفقراء. فكان يتم تعليم القراءة في المدارس الخيرية ليتمكن التلاميذ من قراءة الإنجيل. أما الكتابة والرياضيات، فكان تعليمها ممنوعا منعا مطلقا في المدارس التي يمولها أتباع الكنيسة الإنجليزية، وقد كانت تعتبر من الاهتمامات النبيلة التي يمكن أن ترفع من مستوى طموحات الفقراء فوق مستوى منزلتهم الاجتماعية. ولم يكن في إنجلترا أي مدرسة حكومية، إلى أن قدم البرلمان في عام 1832 ما قيمته 30 ألف جنيه من خزانة الدولة (وهو أقل مما أنفق على اصطبل الملك في تلك السنة).

أما التعليم الجامعي، فكان في وضع أفضل بقليل. كانت الجامعات الإنجليزية حكرا على الأعضاء المحافظين في كنيسة إنجلترا، أما الآخرون الطامحون إلى دخول الجامعات، فكان يتم استبعادهم من خلال الاختبارات الدينية. وكان ما يقدم من تعليم معداً ليلبي حاجات قساوسة البلد البروتستانتيين الذين انحصرت اهتماماتهم في الصيد والرماية، وكان هؤلاء عادة شباباً صغاراً بلا مال ولا عقل ولا ميل نحو الالتحاق بالجيش.

اخترق بول هذا النظام التمييزي القاصر، أولاً، بتعليم نفسه، وثانياً، من خلال اختياره ليكون طالبا في «مدرسة عادية» محلية، كانت في الواقع مؤسسة خيرية تقوم باختيار وتدريب أبناء الفقراء ليصبحوا مُدرِّسين في مدارس خيرية أخرى. وبقي بول في هذه المدرسة حتى بلغ السادسة عشرة، الأمر الذي يُعَدُّ في حد ذاته إنجازاً في زمن كان أبناء الفقراء فيه كثيرا ما يبدأون العمل ولم يتجاوزوا بعد سن الثامنة أو التاسعة، وقليل منهم من كان يستمر في المدرسة بعد سن العاشرة. ثم شغل بول مركز مدرس مساعد في مدرسة خاصة. وبعد أن كان خلال وجوده في المدرسة الخيرية قد درس وحده اليونانية واللاتينية، أخذ يدرس الفرنسية والألمانية والإيطالية لكي يتمكن من قراءة ما كتبه الأوروبيون في الرياضيات. لقد كانت هذه إنجازات

فكرية من الدرجة الأولى. وقد تابع بول عمله كمدرس عندما أصبح يافعاً، وعمل أيضا متطوعاً كموظف في مكتبة معهد لنكولن للميكانيك. كانت هذه المعاهد مؤسسات تطوعية تمولها المصانع المحلية، وكان هدفها هو تعليم الشباب العاملين في المهن اليدوية، العلوم والفنون، وبخاصة تطبيقات ذلك في الصناعة والتجارة.

وكموظف في المكتبة أصبح بول قادراً على الوصول إلى الكتب والمجلات التي كان يقدمها رجال الأعمال المحليون الممولون للمعهد. وعندما بلغ الخامسة والعشرين كان السند الرئيسي لوالديه، فقرر أن يفتتح مدرسة نهارية وأن يُعَلّم فيها مبادئ الرياضيات ومواضيع أخرى. وأخذ بعد ذلك يدرّس هذه المادة بعمق أكبر؛ ولم يعجبه مستوى الكتب المؤلفة باللغة الانجليزية أبداً (وهذا ما حصل مع ببيج و«بيكوك» Peacock وهرشل ودي مورغان مؤسسي الموجة الجديدة في الرياضيات التي تركزت في كامبريدج)، فقرر بول أن يستفيد من المهارات اللغوية التي اكتسبها بذلك القدر من الجد والتعب، وأن يتوجه لينهل من المنابع الرئيسية في موضوعه (الرياضيات)، والتي هي على وجه التحديد أعمال جاوس Gauss ولابلاس Laplace ولاغرانج Lagrange وليبنيتز Leibnitz وأويلر Euler وآخرين، أوروبيين وغيرهم. وأنجز بول عملاً أصيلاً في الجبر مكتشفاً «اللامتغيرات».

كان من الصعب في ذلك الوقت نشر عمل رياضي أصيل في إنجلترا، ولكن كانت هناك مجلة جديدة أصدرتها كلية الرياضيات في جامعة كامبريدج، فأرسل إليها بول بحثا في التفاضل والتكامل قبله رئيس التحرير (د.ف.غريغوري)، وهو شاب اسكتلندي من عمر بول، أصبح فيما بعد صديقا مقرَّباً لبول. وفي الآونة نفسها التي كان بول يُدرِّس فيها في مدرسته الابتدائية، قدم إلى مجلة غريغوري 24 بحثاً في الرياضيات، معظمها في حساب التفاضل والتكامل.

وضع غريغوري، الذي كان زميلا في كلية ترينيتي Trinity بكامبريدج، خطة لإدخال بول إلى الكلية كطالب لدراسة الرياضيات، وكان يمكن لهذا الأمر أن يفتح طريقاً أمام بول ليحترف مهنة أكثر تناسباً مع قدراته، ولكن ذلك كان سيضطره إلى ترك نشاطه البحثي لمدة ثلاث أو أربع سنوات ينشغل فيها بالامتحانات، ناهيك عن تخليه عن مسؤولية دعم والديه.

فرفض بول هذا العرض وبقي في لينكولن. واستمر في كفاحه في الطريق الذي اختطه لنفسه لمدة عشر سنوات. كان بول مؤيداً وسنداً لحركة إنشاء معهد الميكانيك، لكنه أقحم نفسه أيضا في قضايا اجتماعية تتعلق بالطبقة العاملة، وشغل منصب نائب رئيس جمعية «الإغلاق المبكر»، وهي جمعية سعت لتقصير يوم العمل للعاملين كمساعدين في الحوانيت. وكان بول أيضا أحد الأوصياء على «بيت التائبات المحلي» وهي جمعية تطوعية لمساعدة «النساء الساقطات».

وعلى امتداد هذا الوقت كله كان الاهتمام البحثي الرئيسي لبول هو الرياضيات العالية. وفي عام 1844 منحته الجمعية الملكية ميدالية ذهبية مكافأة له على مقالاته في حساب التفاضل والتكامل. وسرعان ما بدأ بول بعد ذلك في البحث فيما أصبح إسهامه الأكبر في الرياضيات وهو عمله في مجال المنطق الرياضي.

إن الفكرة الأساسية التي عالجها بول هي فكرة سبق أن تبنتها مدرسة كامبريدج منذ أمد، وكان ببيج أول من نادى بها في عمل علمي غير منشور. ثم نُشرت الفكرة مطبوعةً بعد تطويرها من قبل جورج بيكوك، وهي أن الرياضيات ليست سوى شكل خاص من نظام فكري منطقي أكثر عمومية وشمولا. ويهتم هذا المنطق بالعلاقات بين الأشياء، وخصوصاً بالعلاقات بين أصناف الأشياء. ويمكن لهذه العلاقات أن تكون عددية أو غير ذلك. كانت مساهمة بول الكبيرة هي ابتكار حسبان calculus (وهي طريقة للتمثيل بواسطة الرموز) يمكن استخدامه لتعريف أي مفاهيم مثل «الثروة» أو «أشخاص تافهون»، وكذلك ترجمة مقولات كاملة (أي جُمل خبرية) مثل «كل إنسان فان» إلى معادلات رياضية تُعَالج باستخدام الجبر العادي.

وكتوضيح لطريقة بول، لنأخذ التعريف المقترح من قبل الاقتصادي سينيور Senior للثروة: «تتألف الثروة من أشياء قابلة للتحويل ومحدودة المصادر، وهي إما جالبة للمتعة وإما مانعة للألم». يتعامل بول مع هذه المقولة بترجمتها إلى معادلة رياضية بتطبيق ترميز رياضي دقيق ومحدد لعناصرها، فمثلا يمكن أن نستخدم الحرف w كبديل مختصر لكلمة «الثروة» أي: الثروة =w. وعلى نحو مشابه نستخدم الرموز التالية: t= قابل للتحويل، s= محدودة المصادر، p= جالبة للمتعة، r= مانعة للألم. وكذلك نستخدم

رمز الضرب (0) بدل حرف العطف (و)، ورمز الجمع (+) بدل الحرف (أو)، فنعبر عن تعريف الثروة المذكورة قبل قليل بالمعادلة الرياضياتية التالية[*1]:

$$w = st [p (1 -r) + 1 - p]$$

إن جميع العمليات اللغوية التي هي أدوات للتفكير يمكن أن تُمثَّل بنظام الرموز الذي أوجده بول، وهو نظام يوازي بشكل وثيق النظام الجبري. ويمكن تطبيق المنطق البولي على أي مقولة على الإطلاق يمكن التعامل معها بدلالة التصنيف الثنائي: أي وضعها في صيغة ثنائية (صحيحة/خاطئة، تنتمي/لا تنتمي، ذكر/أنثى). وفي عام 1849، ومع أن بول كان يفتقر إلى الدرجة العلمية وإلى التدريب الخاص، فقد عُيِّن أستاذا للرياضيات في كوينز كوليج التي كانت قد أسست حديثاً في كورك بإيرلندا. وفي عام 1854 نشر عمله الفذ (قوانين التفكير) The Laws of Thought الذي حدد فيه قواعد معالجة الرموز، والمعروف في الرياضيات بنظرية المجموعات أو جبر بول. توفي بول في التاسعة والأربعين من العمر في عام 1864. لقد كان واحداً من أولئك الهواة الموهوبين الذين لا ينتمون إلى التيار الرئيسي، ولكنهم كثيراً ما يقومون بخطوات هائلة إلى الأمام في حقول اهتمامهم. ولم يكن مدينا للمعرفة العلمية التقليدية إلا بالقليل، هذا إذا كان مدينا لها بأي شيء على الإطلاق. وفي الواقع لم يلق عمله اهتماماً على مدى ما يقرب من خمسين عاما من قبل علماء الرياضيات البارزين. إذ اعتبر هؤلاء أن هذا العمل غير ذي أهمية. ولم يوضع هذا العلم في مكانته التي تليق به، إلا في القرن العشرين عندما اكتشف كلود شانون Claude Shannon عام 1937 العلاقة بين الدوائر الكهربائية وجبر بول، وكان شانون في ذلك الوقت مايزال طالباً باحثاً في معهد ماساتشوستس للتكنولوجيا MIT، وهكذا فإن عمل بول الذي فسرّه شانون يمثل واحدة من تلك الأفكار الأساسية القليلة التي أدت إلى التطور الثوري في عالم الحواسيب.

(*1) لا يوضح المؤلف هنا الفائدة من الترميز المشار إليه، ولكنه يشير إشارة مقتضبة إلى أن المعادلات الناتجة من الترميز يمكن أن تعالج باستخدام الجبر العادي، والأدق القول إنه يمكن معالجتها باستخدام تقنيات شبيهة جدا بتقنيات الجبر العادي (والحقيقة أن هناك مؤلفين يسمّون جبر بول بالجبر «غير العادي» نظرا لكونه يتعامل مع القضايا المنطقية statements وليس مع الأعداد). ولابد هنا من الإشارة إلى سهولة ومتعة فهم المبادئ التي تستخدم في معالجة الصيغ البُوليَّة كالمعادلة المذكورة أعلاه، حتى بالنسبة لغير المتخصصين.

منطق بول والحاسوب

في الواقع، يوضح نظام العد الثنائي المستخدم في الحواسيب إيضاحاً تاماً كيف يعمل منطق بول الثنائي. وتستخدم الحواسيب نظام العد الثنائي لأن عملها يعتمد على «المفاتيح» switches التي يمكن لكل منها أن يأخذ إحدى وضعيتين: إما «ON» أي: مفتوح أو «OFF» أي مغلق. وهكذا تستخدم الحواسيب رقمين فقط هما ١ وتمثله حالة الـ «ON» و0 وتمثله حالة الـ «OFF». (يستعمل الشخص العامل على الحاسوب عادة الأعداد المكتوبة بالنظام العشري ولكن الحاسوب يحول هذه الأعداد إلى أعداد مكتوبة بالنظام الثنائي قبل معالجتها).

ويبين الجدول التالي الأرقام العشرية من 0 إلى 9 ومكافئاتها في النظام الثنائي. كما يظهر الجدول أيضا «متممات الأعداد» complements، أي نتيجة إجراء العملية NOT على كل عدد. لإجراء هذه العملية يكفي أن نعكس كل بتة «bit» (رقم منفرد ١ أو 0) في العدد الأصلي فيصبح ١ عندئذ 0، كما أن 0 يصبح ١.

X العشري	NOT X الثنائي	X الثنائي	في النظام العشري
0	0000 0000	1111 1111	−1
1	0000 0001	1111 1110	−2
2	0000 0010	1111 1101	−3
3	0000 0011	1111 1100	−4
4	0000 0100	1111 1011	−5
5	0000 0101	1111 1010	−6
6	0000 0110	1111 1001	−7
7	0000 0111	1111 1000	−8
8	0000 1000	1111 0111	−9
9	0000 1001	1111 0110	−10

ملاحظة : من أجل تسهيل القراءة جزأنا كل "بايت" byte (وهو مجموعة من ثماني بتات) إلى جزأين ، كل أربع على حدة .كل ذلك من أجل مساعدة العين البشرية ، أما الحاسوب فلا يحتاج إلى هذا الأمر .

يُقرأ العدد المكتوب في النظام الثنائي من اليمين إلى اليسار، وتزداد قيمة الرقم بحسب موقعه كلما اتجهنا نحو اليسار، وهو المبدأ نفسه الذي نستخدمه في نظام العد العشري، حيث نبدأ من أقصى اليمين بالآحاد تليها منزلة (خانة) العشرات فالمئات، وهكذا. أي أن المنازل تبدأ بالآحاد ثم بالقوى المتتالية للعدد 10 (آحاد هي 10، عشرات هي 101، مئات هي 102، ألوف هي 102،...). أما في النظام الثنائي فتبدأ المنازل بالآحاد ثم بالقوى المتتالية للعدد 2 أي (0، ...، 32، 22، 21) وبعبارة أخرى فإن كل رقم 0 أو 1 يجب أن يضرب بـ 2 مرفوعا إلى قوة (أس) تساوي موقعه في العدد. فالعدد 123 في النظام العشري يساوي 1x3+10x2+100x1. أما في النظام الثنائي فالعدد 111 يساوي 1x1+2x1+22x1 أي يساوي 7. وهكذا ففي النظام الثنائي، كما في النظام العشري، نضرب كل رقم بـ 2 مرفوعا إلى قوة بحسب موقع هذا الرقم، وفي حين أن الرقم العشري هو أي رقم من 0 إلى 9، فإن الرقم الثنائي يمكن أن يكون إما 0 أو 1 فقط. وهكذا يمكن أن نحدد قيمة العدد 11111111 المكتوب بالنظام الثنائي على النحو التالي:

رقم المكان		8	7	6	5	4	3	2	1
العدد الثنائي		1	1	1	1	1	1	1	1
قيمة العدد	=	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
	=	128+	64+	32+	16+	8+	4+	2+	1
	=	255							

عملية النفي NOT وعملية الوصل AND وعملية الفصل OR:

نستخدم في كلامنا اليومي كلمة «AND = و» لتعني (مع) أما «OR = أو» فتعني (أحدهما لا كليهما)، في حين «NOT = لا» تعني النفي. أما في منطق بول الثنائي فإن الكلمات المذكورة هي «عمليات منطقية» ذات معنى مختلف تماما.

وهناك طريقة جيدة لفهم هذه العمليات المنطقية هي أن نقارنها بالدارات الكهربائية. ويمكن أن نقابل كل عملية منطقية من العمليات (NOT, AND, OR) بدارة خاصة. لنفرض أنه لدينا تيارا يمر من دارة من خلال مجموعة من المفاتيح التي تعمل بصورة مستقلة بحيث أن أي مفتاح منها يمكن أن

يكون في وضع الاغلاق ON أو في وضع الفتح OFF، ويمكن تمثيل هاتين الحالتين بـ 1 و0 على الترتيب، فإذا كان هناك مفتاحان أو أكثر مربوطين على التسلسل (أي يشكلان مساراً واحداً) فعندئذٍ يجب أن تكون جميع المفاتيح في حالة ON لكي يمر التيار. أي مفتاح واحد «و» (AND) وجميع المفاتيح الأخرى يجب أن تكون ON أما إذا كان المفتاحان مربوطين على التوازي (التفرع) فسيكون هناك مساران يمكن أن يمر التيار من كل منهما وذلك عبر المفتاح الأول «أو» (OR) أو عبر كل مفتاح من المفتاحين. وهكذا يمر التيار في دارة تفرعية إذا كان أحد المفتاحين أو المفتاح الآخر أو كلا المفتاحين في حالة ON وهذا ما يظهره الجدول:

OR المتضمنة (مع)	AND المنطقية
دارة على التوازي	دارة تسلسلية
أحد المفتاحين ON والآخر OFF (SW (A)	جميع المفاتيح ON
→ !OFF	→SW-SW →
→ SW (B) →	(A) (B)

إذا كان هناك مفتاح أو أكثر في حالة ON في دارة تفرعية فإن التيار سوف يتجزأ ليمر كل جزء منه في فرع من فروع الدارة ثم تعود الأجزاء فتنضم بعضها لبعض. ولكننا في المنطق الثنائي لا نهتم بحجم التيار المار وإنما بمرور هذا التيار، وهو ما نرمز له بـ 1 (الواحد المنطقي) أو عدم مرور التيار وهو ما نرمز له بـ 0 (الصفر المنطقي). هناك ثلاثة أمور يجب ملاحظتها، فأولا إن العمليات المنطقية AND, OR, NOT الخ ذات معنى مختلف عن المعنى الذي تستخدم به في الحديث العادي، وثانياً يجري تنفيذ العمليات المنطقية على الأعداد الثنائية فقط، وثالثاً إن هذه العمليات تجري على كل رقم ثنائي من الأرقام الثنائية للعدد الثنائي على حدة. ويمكن فهم العمليات المنطقية أيضا من خلال جداول الحقيقة. فهذه الجداول تُظهر (مُدخَلات) INPUTS (ومُخْرَجَات) OUTPUTS الدارات المقابلة لكل عملية منطقية. وعلى سبيل المثال، لنفرض أن لدينا مفتاحين A وB ولنستخدم مرة أخرى الرمز 1 ليمثل حالة الاغلاق ON والرمز 0 ليمثل حالة الفتح OFF. سميت هذه الجداول بـ «جداول الحقيقة» لأن 1 تمثل «صحيح» و0

تمثل «خاطئ».

وتقابل العملية AND دارة تسلسلية، كما تقابل العملية OR دارة تفرعية، أما الدارة الممثلة للعملية NOT فتقابل دارة تحتوي على «عاكس» Inverter يعكس حالة التيار، حيث يمر التيار فقط في الحالة التي يكون فيها المفتاح في حالة (0) أي OFF. والجداول التالية هي جداول الحقيقة لهذه الحالات:

AND		OR		NOR (NOTOR)			
(دارة على التوازي)		(دارة على التوازي)		عاكس			
A B A	AND B	A B	A OR B	A	B	NOT (A OR B)	
1X1=1	T	1+1=1	T	I	1	0	F
0X1=0	F	0+1=1	T	1	0	0	F
1X0=0	F	1+0=1	T	0	1	0	F
0X0=0	F	0+0=0	F	0	0	1	T

(*) بالنسبة للمفاتيح والمخرجات ، 1 هي ON و0 هي OFF تسمى دارة NOT OR ـــ NOR ، في حين تسمى NOT AND ـــ NAND .

هناك عمليات منطقية أخرى يمكن تنفيذها بواسطة الحواسيب الكبيرة المزودة بالعمليات البولية، ولكن يمكن في الواقع محاكاة هذه العمليات باستخدام جملة من دارات AND, OR وذلك باستخدام عواكس إضافية أو بدون هذه العواكس.

عملية «أو» الحصرية (Exclusive OR)

وعملية الاقتضاء IMP

وعملية التكافؤ EQV

هناك ثلاث عمليات منطقية أخرى غالبا ما تكون مبنية في الحواسيب الكبيرة. العملية الأولى هي «أو» الحصرية (Exclusive OR) وتعني هذه العملية «إما الأول أو الثاني، ولكن ليس كلاهما في آن واحد». وتبعا لذلك فإن الدارة الممثلة لـ «أو» الحصرية لا يمر فيها التيار عندما يكون المفتاحان مغلقين (في حالة ON) في وقت واحد. العملية الثانية هي عملية التكافؤ EQY وهي تعني التكافؤ المنطقي الذي تقرره العبارة: «P تقتضي q و q تقتضي P». وهكذا ففي الدارة الممثلة لعملية الاقتضاء والمشتملة على

المفتاحين A وB يمر التيار فقط عندما يتخذ المفتاحان وضعا واحدا (من حيث الاغلاق أو الفتح) في وقت واحد، أي يمر التيار فقط عندما يكون كل مفتاح من المفتاحين في الوضع ON أو كل منهما في الوضع OFF.

العملية الثالثة هي العملية IMP وهي عملية الاقتضاء، وفي الدارة الممثلة لهذه العملية يمر التيار في جميع الحالات التي يتخذها المفتاحان، إلا في الحالة التي يكون فيها المفتاح A في الوضع ON والمفتاح B في الوضع OFF.

تمثل هذه العملية مفهوم الاقتضاء المعروف في المنطق والذي تقرره العبارة: «إذا p عندئذ q»، والدارة الكهربائية المقابلة لعملية الاقتضاء هي دارة OR يعمل فيها المفتاح A بطريقة معكوسة.

أهمية المنطق البولي

بمرور الوقت تسيطر الحواسيب أكثر فأكثر على ثقافتنا. ولقد كان منطق بول منظومة فكرية ذات سمة تجريبية محضة صُممت قبل أن يُتمَّ ببيع بناء حواسيبه. ولقد تم تصور هذه المنظومة الفكرية باعتبارها طريقة لتمثيل المنطق بالرموز، ولم يقدم بول أي تلميح، ولم تكن لديه ولو معرفة طفيفة بأي تطبيق عملي لهذه المنظومة. ولكن عندما أظهر كلود شانون عام 1937 أن منطق بول هو أداة يمكن استخدامها لتخفيض عدد العناصر اللازمة لبناء الحاسوب، استطاع بجرة قلم أن يخفض عدد الدارات اللازمة وكلفة المشروع. والأكثر من ذلك، فإنه استطاع أن يخفض من درجة الحرارة المتولدة داخل الحاسوب والتي يؤدي ارتفاعها إلى حدوث الأعطال.

تعتمد الحواسيب على منطق بول في عملها. ويُبْنَى الحاسوب بحيث تَشْغَلُ العمليات المنطقية مكانة جوهرية في عتاده (كيانه المادي) Hardware وهذا ما يجعله أداة يمكنها حل المسائل المنطقية. وسواءً كان عمل بول مفهوما خارج دائرتي المتخصصين بالمنطق الرياضياتي وبرياضيات الحاسوب أم لا، فإن أفكار بول التي لم تُلاقِ ما تستحقه من اهتمام على امتداد ما يقرب من قرن هي ذات أهمية جوهرية لكلا هذين الحقلين.

15 الآلات التي تفكر

آلان تورينك Alan Mathison Turing (1912- 1924)

انحدر تورينك من أم كان لها أثر كبير في حياته، من عائلة إيرلندية قديمة هي عائلة ستونيز Stoneys التي ضمت العديد من المخترعين المميزين والمهندسين والعلماء. وقد كان جده لأبيه طالبا في الرياضيات في ترينيتي Trinity بكامبريدج، وهي الكلية القديمة التي كان نيوتن وببيج يدّرسان فيها. وعندما كان طالبا في المرحلة الجامعية الأولى، كانت لديه عادة لافتة للنظر، وهي المشي أثناء النوم على السطح، ولكنه نجا ليصبح فيما بعد قسيس الكلية. وبعد أن تخرج تورينك من قسم الرياضيات، أصبح زميلا في الكلية.

أظهر تورينك علامات مبكرة على كونه شخصا غير عادي، فحتى عندما كان طفلا أظهر اهتماما كبيرا بالأعداد، وفي الثالثة من عمره تعلم القراءة في ثلاثة أسابيع. ولاحظ أحد أساتذته فيما بعد أنه على الرغم مما ظهر على تورينك من كونه شخصا انعزاليا غير اجتماعي، فقد كان يتمتع بعقل نيّر، إذ كان يجد الجواب حتى قبل أن يدرك الآخرون أن هناك سؤالا قد طُرح. ولقد تمتع تورينك على امتداد حياته بصفتين كان هو نفسه يعتبرهما

«برهن الأستاذ فون نويمان على أنه يمكن نظريا للآلات أن تعيد إنتاج نفسها، إلا أن أحدا، حتى الآن، لم يشرح ذلك للآلة. وإلى الآن لم تُظهر الآلات أيّ دلائل على أنها ستأخذ زمام المبادرة».
ب. ت. باودن B. T. Bowden،
عام 1953

ضروريتين لعالم الرياضيات الجيد وهما: التفكير المبدع والحدس.

كانت أهم مساهمات تورينك تلك المقالة التي كتبها عام 1936 حول «الأعداد القابلة للحساب»، والتي بيّن فيها وجود بعض الأعداد التي لا يمكن أن تُحسب بإجراء أي عمليات محددة. (كان ذلك نتيجة، أو إعادة صياغة، لنظرية كورت غوديل Kurt Godel 1906 - 1978 ـ التي تقول إن الرياضيات كعلم لا يمكن أن يكون خاليا تماما من التناقضات وأن يكون كاملا تماما). لقد كان ذلك حلا لمسألة تم تداولها ودراستها منذ أمد بعيد، ولم يكن ما وجده تورينك مثيرا للاهتمام على نحو خارق للعادة إلا ربما لعلماء الرياضيات. أما الجديد والمهم الذي قدمه تورينك فكان الاختبار الذي ابتكره «للعملية الثابتة والمحددة». فلقد عرف هذه العملية بأنها برنامج يمكن للآلة أن تنفذه بكفاءة. وبعبارة أخرى، قال تورينك بأنه إذا تعذّر حساب قيمة عدد ما بواسطة حاسوب كآلة ببيج، فإن حساب هذا العدد لن يكون ممكنا على الإطلاق.

وربما بدا ذلك مجرد ذريعة، أو حتى تلاعبا بالألفاظ، إلا أن تورينك بذل جهدا كبيرا في وصف ما يعنيه بالآلة، حتى أصبح هذا الوصف نفسه جزءا من اللغة. فنحن نتكلم اليوم عن آلة تورينك، ولم يكن ذلك مجرد موضوع للحديث (على الرغم من أن كلماته ولّدت مئات آلاف الكلمات)؛ وقد تابع تورينك عمله فصمم أول حاسوب إلكتروني عندما كان يعمل في مانشستر وسميت هذه الآلة Ace.

ولابد أن نتذكر أن الآلات «المفكرة» الوحيدة التي كانت موجودة في أواخر الثلاثينيات من هذا القرن، هي الحواسيب التي تعمل وفق أسس ميكانيكية بحتة. وكانت هذه الحواسيب تتألف من دواليب وأسنان، كما اعتمدت على الجاذبية الأرضية والقوة العضلية والنوابض والكهرباء لتسييرها. ولقد كانت آلة ببيج التحليلية هي قمة ما أنجز بهذا الأسلوب. أما آلة تورينك فكانت فكرة جديدة تماما وقفزة مفاجئة في التنبؤ بالجيل التالي من الآلات المفكرة. وكانت بمثابة عودة إلى الأسس الأولى. كان إقليدس قد عرّف العدد كتجميع يجري بإضافة الواحد إلى الواحد وهكذا... بقدر ما نريد، أما تورينك فقد استخدم هذه الفكرة للعمل في سياق جديد مختلف كليا.

إن الصفة الأساسية التي تتصف بها آلة تورينك هي أنها لا تعالج فقط الأعداد، ولكن يمكن توسيع عملها ليشمل كل ما يمكن للبشر أن يفعلوه. وطالما أننا نستطيع تجزئة العملية إلى مراحل، ونقرر تماماً ما هي هذه المراحل دونما لَبْس أو غموض (العملية المحددة والثابتة)، فإنه يمكن اختراع آلة تنجز العمل بدلا من الإنسان، وهذا يغطي مجالات واسعة، وهو مبدأ ينطلق من تصور جديد لما يمكن للآلات أن تقوم به. ويمكن أن نضيف الآن إلى آلة تورينك: آلة الغسيل الأوتوماتيكية، ومعالج الكلمات، والحاسوب المتعدد الأغراض والروبوت (الإنساني) في مصنع السيارات. ويمكن برمجة كل هذه الآلات لتنجز عمليات (محددة وثابتة)، وهي بالطبع لا تتأفف.

كان تورينك واحدا من الأشخاص الغريبي الأطوار في العالم، فكان يحب عمل كل شيء بنفسه، وكان ينظر إلى المشاكل اليومية باعتبارها تحديا لعبقريته، ويجد لها حلولا تكون أحيانا مُغرقة في التطرف. فقد كان مثلا يركب دراجته يوميا إلى بليتشلي، حيث كان لديه ما يقرب من 100 موظفة مساعدة. وكان يلبس كمامة (قناع الغاز) في الطريق ليتجنب الإصابة بمرض حمى القش الذي كان معرضا له. وفي الشتاء كان يلبس قفازات صوفية حاكها بنفسه دون تقليد لنموذج موجود. لقد تعلم لوحده أشغال الصوف على السنارة، إلا أنه لم يكتشف كيف ينهي حياكة أصابع القفازات، ولذلك فقد كان لهذه القفازات قطع صوفية طويلة معلقة بها. وبسبب المشكلة التي واجهته مع سلسلة دراجته (التي كانت تتعطل بعد عدد معين من دورات الدواليب)، فقد كان يقوم بعدّ ضربات الدّواسة التي صنعها بنفسه. ثم وضع معادلة لذلك تمكن من خلالها معرفة عدد مئات الدورات التي يجب بعدها ضبط السلسلة، فكان يحصي عدد الدورات أثناء سيره. وقبل أن تخرج السلسلة من الأسنان المعشقة بها بقليل، كان يخلع قفازاته ويصلح السلسلة ثم يتابع مسيره إلى عمله. وقد علقت أمه سرا على ذلك بقولها: إن ميكانيكيا جيدا يمكن أن يحل نهائيا مشكلة السلسلة في خمس دقائق.

كانت الرياضة إحدى أكبر اهتمامات تورينك. فكان يحب المشاركة في سباق المسافات الطويلة، مرتديا بنطالا مشدودا بقطعة من حبل. ولما كان يريد أن يخطط لهذه السباقات وكانت ساعته سيئة، فقد اعتاد أن يعلق

ساعة بجرس في نهاية الحبل الذي يشد به بنطاله. وعندما كان يزور أصدقاءه في كامبريدج أو لندن من بليتشلي، كان غالبا ما يرسل لهم ملابسه الأنيقة مسبقا، ثم يركض مسافة 25 ميلا ليصل إليهم، وهي مسافة يقطعها أحيانا بعد انتهائه من حفلة ما عائدا إلى بيته. وكان مصنفا على المستوى الأولمبي كعداء في سباق المسافات الطويلة، وكعضو في النادي نفسه الذي خرج منه العداء الأولمبي الذي قطع مسافة ميل في خلال أربع دقائق. وهكذا كانت هناك طريقة وتفكير متميز في أي شيء كان يعمله تورينك. وكان قليل الاهتمام بتقييم الأعراف والتقاليد، لحلوله أو لسلوكه. وفي نهاية الأمر كانت عادته في أن يفعل كل شيء بنفسه سببا مباشرا في موته. فقد قام لسنوات بتجارب كيميائية وكهربائية مستخدما أدوات ومواد مصنعة منزليا حاول فيها أن يكتشف كل المواد الكيميائية التي يمكن صنعها منزليا والمواد المتوافرة في المطبخ. وكان بعض هذه التجارب غريبا جدا. فقد دخل مثلا في موضوع الطلاء الكهربائي فاستخدم بطاريات صنعها بنفسه وساعة جده الذهبية لطلاء بعض ملاعق المطبخ. وكان أحد الأملاح الذي استخدمه في تجارب الطلاء هذه هو ملح سيانيد البوتاسيوم. وكانت لديه عادة صبيانية هي لمس الأشياء أثناء سير تجاربه، ولذلك لابد من أن يكون قد لمس بيده إحدى الملاعق المطلية، فعلِق على أصابعه بعض السيانيد دون أن يشعر. وفي صباح أحد الأيام وجد ميتا في سريره. كان ذلك في حزيران عام 1954.

مشروع اللغز

عندما اندلعت الحرب العالمية الثانية في العام 1939، تم تجنيد تورينك للعمل في مشروع اللغز، الذي كان عملا في غاية السرية على آلة الترميز التي تستخدم لفك رموز إشارات العدو. وكانت القيادة الألمانية العليا في ذلك الوقت تستخدم آلة تحول الرسائل المطبوعة أوتوماتيكيا إلى ترجمة مشفرة. ولما كانت العملية أوتوماتيكية، فإنه يمكن تغيير الشيفرة بسهولة. وكل ما يلزم هو وضع الشيفرة وطبع الرسالة التي ترسل عندئذ وفق الشيفرة بواسطة المبرقة الكاتبة، وفك رموزها بصورة أوتوماتيكية من قبل الآلة في الطرف الآخر. وباستخدام هذه الآلة، فقد كان بالإمكان كتابة رسائل لا

يمكن فك شيفرتها بسهولة بالطرائق التقليدية.

وقد صنع الإنجليز نسخة من هذه الآلة بمساعدة مهندس بولندي، هو ريتشارد لوينسكي Richard Lewinski، اشتغل على النموذج الأولي لهذه الآلة. وكانت مهمة تورينك أن يصنع نموذجا لهذه الآلة، وبذلك يتمكن من فك رموز الإشارات التي كانت القيادة العليا الألمانية ترسلها يوميا على أطوال موجية معلومة. وقد استطاع أن يكتشف الترميز المستخدم يوميا عن طريق المحاولة والخطأ واستعراض عدد لا نهائي من الاحتمالات. وقد سمّى الإنجليز الآلة الألمانية بالآلة اللغز. (وفي ذلك إشارة إلى العدد الكبير للأشكال التي تفرزها الآلة، فقد كانت الآلة الألمانية في واقع الأمر هي «آلة تورينك»، وكان تورينك بالطبع الشخص الملائم للعمل على مثل هذه الآلة.

تتكون الآلة من آلتين كاتبتين، إحداهما موضوعة في مركز القيادة والأخرى في الحقل. ولكل منهما جزء إضافي سُمي في ذلك الوقت بالصندوق الأسود، وهو الآلة اللغز التي تمزج ما يدخل إليها ثم ترتبه وتخرجه بشكل رسائل مشفرة. وقد استخدمت تسمية الصندوق الأسود من قبل العلماء لوصف آلة (تزودها) بمدخلات وتستلم منها مخرجات. ويمكن للشخص العادي استخدام هذه الآلة دون حاجة لفهم أي شيء يدور بداخلها.

لقد كانت مهمة تورينك اقتحام النظام الألماني: أي ابتكار آلة تتمكن من أخذ الرسالة وفك شيفرتها دون أن تكون «على علم» بالشيفرة مسبقا. وربما استخدم من أجل ذلك خوارزمية تكرارية تشبه حيلة نيوتن في استخراج الجذر التربيعي لعدد. هنا تحزر (تخمن) جوابا تبدأ به، ثم تجعل الآلة تحسب مربع العدد الذي خمنته وتقارن بالعدد الأصلي. بعدها يمكنك تقدير الخطأ وتجري تعديلاعلى التخمين الأول إما بالتكبير أو التصغير. وبواسطة هذه العملية يمكن تكرار التخمينات وإجراء التصحيحات في كل مرة، الأمر الذي يؤدي إلى نتيجة محسَّنة. وبما أنك تصحح إجابتك في كل خطوة، فسوف تقترب أكثر من القيمة الحقيقية كلما قمت بالتكرار. وتكمن قوة الطريقة بأنه يمكن البدء من أي تخمين لأن للعملية صفة التصحيح الذاتي. وتتقارب التخمينات بسرعة إلى الجواب الصحيح. ويمكن القول إن كتابة برنامج ينفذ هذه العملية على حاسوب حديث هو أمر سهل نسبيا.

ويحدث الشيء نفسه مع الشيفرة. فإذا أردت توفير الوقت، عليك أن تخمن الحل الأكثر قربا من الحقيقة، علما بأن الآلة لا تهتم بمقدار الخطأ الذي وقعت فيه، لأنها تقترب بالتدريج من الترجمة الصحيحة باستخدام الشيفرة التي يتم تعديلها بسرعة كبيرة للاقتراب من الرسالة الحقيقية. وبالمعنى الدقيق، كانت مهمة تورينك اختراع أول «طاحونة كلمات».

وحين كان النازيون يجعلون آلتهم أكبر وأثقل لتتسع إلى شيفرات مبهمة أكثر فأكثر، كان البريطانيون يقابلون ذلك باختراع أجهزة أكبر وأكبر لفك الشيفرة. وقبل نهاية شهر ديسمبر/كانون الأول عام 1943، استطاع تورينك اختراع أول حاسوب إلكتروني في العالم محدد الهدف، وقد عُرف باسم كولوسس Colssus - أي العملاق. واحتوى الحاسوب على 1800 صمام و«كهروحراري» thermionic (بشكل صمامات خلائية vacuum tubes صغيرة). وكان مزودا بشريط ورقي مثقب بأنماط من الثقوب يمثل كل نمط منها حرفا أبجديا. وتدخل الرسالة المشفرة إلى الآلة على شريط، في حين تدخل تعليمات فك الشيفرة إلى الآلة على شريط آخر. ويُثقَّب الشريط باستخدام شيفرة المبرقة، حيث يتكون كل حرف من خمسة ثقوب تثقب في مواضع مختلفة. وتجمع الرسالة والبرنامج معا في الآلة بواسطة قطعة شريط ثالثة تعرف باسم «وصف العمل»، مهمتها ذكر التاريخ وزمن الرسالة وطبيعة العملية التي ستنفذ، وأي تفاصيل أخرى ذات علاقة بالرسالة.

وما إن تنصب الآلة، حتى تبدأ العمل بسرعة جبارة لا يمكن تخيلها، إذ يمكنها قراءة الرموز من شريط بمعدل 5000 رمز في الثانية بواسطة خلايا كهروضوئية. ويمكنها عمل كل الاختبارات بمعدل مليون اختبار في الثانية.

آلة تورينك

في عام 1936، عندما كتب تورينك عن الأعداد القابلة للحساب، كانت آلة تورينك نموذجا افتراضيا - ضربا من ضروب الخيال أو جزءا من الخيال العلمي - لقد كان تورينك في الواقع عالما في المنطق الرياضي، تماما مثل برتراند راسل Bertrand Russell، الذي كان تورينك يمتدحه. وعند وصفه عملية ثابتة محددة، كحل معادلة في الجبر أو حساب جذر تربيعي، استطاع أن يدرك جوهر مفهوم الخوارزمية. إن الشيء الأساسي الذي قال به تورينك

في مثل هذه الحالات الخاصة - بل إن ذلك يصلح لأي مسألة نريد حلها - أنه يمكن أن ننفذ المسألة على شكل مجموعة من العمليات التي يمكن أن تنفذها الآلة. وكل ما نحتاج أن نفعله هو تجزئة المسألة إلى خطوات بسيطة، ثم وضع تعليمات واضحة تقابل كل خطوة لكي تتبع الآلة هذه التعليمات، وعندئذ علينا أن نقف جانبا. ومن المؤكد أنه إذا لم تستطع الآلة حل المسألة، فإنها لا يمكن أن تُحل أبدا. (فالتقسيم على صفر غير ممكن بواسطة الآلة وهو غير ممكن أبدا بغير الآلة.) تقوم آلة تورينك «بقراءة» (أو أخذ) التعليمات البسيطة المكتوبة بشيفرة مناسبة، كما أنها قادرة على تتبع وتنفيذ التعليمات التي تجزأ إلى خطوات بسيطة جدا وتتقدم لها تعليمة بعد أخرى، كما يمكنها العودة إلى البداية وتغيير القراءة الأولى إذا اقتضت الضرورة، ويمكنها المتابعة من النقطة التي توقفت عندها. وهي قادرة على التوقف بعد إنهاء المهمة وألا تقوم بأي عمل خلال انتظارها المهمة التالية. إن هذه الصفات لا تتحقق تماما في آلات الغسيل.

تتكون آلة تورينك من ثلاثة أجزاء. أولا، وقبل كل شيء، هناك وحدة التحكم التي تقبل وتمرر عددا من التعليمات أو الأوامر. ثانيا، هناك شريط لا نهائي (كلما قارب شريط على الانتهاء يضاف غيره) وهو مخطط بمربعات واحدية. يمكن للآلة الكتابة على كل مربع منها، كما يمكنها قراءة ما هو مكتوب على المربع. ويتسع كل مربع «لمعلومة واحدة»، وهي رقم أو حرف، يمكن كتابته على كل مربع، ويمكن أن يكون المربع خاليا من الكتابة أحيانا، ويمكن عند الضرورة تغيير البيانات data بتحريك الشريط إلى الخلف، والكتابة فوق ما هو موجود على المربع... ويمكن للشريط أن يتحرك إلى اليمين أو اليسار وإلى الأمام أو الخلف بمقدار مربع واحد في كل مرة.

أما العنصر الثالث من الآلة فهو رأس «read - write» الذي يمرر الشريط من خلاله مربعا بعد مربع. ويمكن للرمز الواحد المكتوب على المربع أن يُقرأ ويمرر إلى وحدة التحكم. ويكون الرمز «قطعة معلوماتية صغيرة» أو حرف شيفرة أو عددا يمثل أمرا. ويضبط سلوك الآلة في جميع الأوقات والمراحل، أولا تبعا لحالتها الداخلية الراهنة والتي هي نتاج النشاطات السابقة التي تقوم بها، ثانيا باستخدام المعطيات الجديدة أو الأوامر الجديدة التي تتلقاها من رأس read - write.

الحاسوب كمستشار

لقد طرح تورينك سؤالا آخر هو: هل يمكن أن نصنع آلة تستطيع أن تجيب عن الأسئلة بطريقة يستحيل معها معرفة كونها آلة وليست إنسانا. من الممكن الآن الإجابة عن هذا السؤال. يمكننا ببساطة أن نركّب محادثة، مثلا بين مستشار خيالي «روجري» (وهو الذي يعطي النصائح النفسية اعتمادا على مبادئ كارل روجرز Carl Rogers) وبين زبون وهمي. وللمقارنة نورد بعد قليل المحادثة الأولى التي تم اقتباسها من مقابلة حقيقية.

أما المحادثة الثانية فقد قدمها برنامج الحاسوب، حيث يكتب الزبون سؤاله للحاسوب «المستشار»، أو يجيب عن أسئلة الحاسوب أو يعطيه جملا خبرية. وتُفصل الكلمات المفتاح (الكلمات الدليلية) من هذه المدخلات كإشارات للأجوبة المحتملة. ويُختار الجواب المحضر من البرنامج بعملية عشوائية، من عدد من الاختيارات التي تتضمن الإجابات ذات العلاقة. إن اختيارات الحاسوب هي «مجموعة من الأجوبة» المحددة، أما «الزبون» فهو حر في أن يقول أي شيء (أي فيما يطبعه). وكما في الاستشارات الروجرية مع مستشار حي، فإن الوظيفة الرئيسية للحاسوب المستشار إبقاء الزبون يتحدث في جو من الدعم العاطفي. ويمكن وصف ذلك بأنها معالجة غير توجيهية (أي نفسية فقط ولا تتضمن توجيها أو أمرا للمريض لفعل شيء أو الإقلاع عن شيء) وذلك لعدم وجود تشخيص أو خطة معالجة. وبكل بساطة فإن المريض يقرر ماذا يقول ويجري قبول ذلك من قبل المستشار دون قيد أو شرط بصورة إيجابية مشجعة.

الجلسة الاستشارية A: «روجرز» مع «غلوريا»

الطبيب النفسي: صباح الخير. أنا الدكتور روجرز... لابد من أنك غلوريا.

الزبونة: نعم هذه أنا.

الطبيب النفسي: حسنا، أخبريني عن مشكلتك.

الزبونة: لا بأس، أشعر الآن أنني عصبية جدا، ولا أظن أنك ستكون قاسيا عليّ.

الطبيب النفسي: (يهمهم) هم... هم...

الزبونة: أنا مطلقة حديثا ولديَّ بنت في الحادية عشرة من عمرها. أما ما يقلقني فهو أنني أستضيف أحيانا بعض الرجال وأتساءل كيف يؤثر ذلك في الأطفال وخاصة ابنتي التي بلغت سنا يسمح لها بسؤالي عما إذا كان من الصواب أن أفعل هذه الأشياء.

الطبيب النفسي: أتمنى أن أستطيع تقديم جواب لك تقولينه لها.

الزبونة (ضاحكة): كنت خائفة من أنك ستقول ذلك، ما أريد معرفته حقيقة هو مدى تأثير ذلك فيها إذا اكتشفت أنني أكذب عليها.

الطبيب النفسي: نعم. إنك تقصدين أنها ستشك أن ثمة شيئا ما ليس على ما يرام؟

الزبونة: عندئذ تبرز حقيقة شعوري بالذنب عندما أتحدث إليها عن ذلك. أريدها أن تتقبلني.

الطبيب النفسي: أستطيع الآن أن أفهم ماذا تقصدين. إن ما تريدينه هو أن تشعري أنك تتقبلين ما تفعلينه. إنها مهمة صعبة إلى حد ما.

الجلسة الاستشارية B: (زبونة وهمية)

الطبيب النفسي: صباح الخير. أنا الدكتور روجرز. إنها غلوريا، أليس كذلك؟ أعتقد أن لديك مشكلة.

الزبونة: نعم يا دكتور. إنها مشكلتي مع صديقي الذي يقيم معي في منزلي الذي أخذ يضربني بدون سبب على الإطلاق... هل يمكنك مساعدتي؟

الطبيب النفسي: هل يمكنك أن تشرحي لي أكثر؟ ما هي طبيعة المشكلة النفسية؟

الزبونة: حسنا، لقد طُلِّقت حديثا ولدي صديق حميم ترك عمله واعتمد علي في الطعام وفي كل شيء. إنه يشرب الخمر ويتطفل عليّ ليحصل على نقودي. ولقد تحملت ذلك في بادئ الأمر لأنني أحبه، لكنه مؤخرا أخذ يضربني دون سبب إطلاقا. أشعر بالذنب لأنني لم أتصدَّ لذلك منذ البداية، وقد أصبحت الأمور تسير من سيء إلى أسوأ.

الطبيب النفسي: بماذا يوحي ذلك لك؟

الزبونة: حسنا، إن قلقي الرئيسي ينبع من استحالة التخلص من هذا الوضع الآثم. يبدو أنه ليس عندي قوة إرادة على الإطلاق.

الطبيب النفسي: أخبريني أكثر عن مشاعرك.

... وهكذا...

إن طبيعة المعالجة غير التوجيهية والتي لا تصدر أحكاما في الجلسة B تتضح تماما من عبارات الطبيب النفسي. ويبدو أن عبارات الطبيب هذه تتعلق بحالة غلوريا بالذات (حيث يتجنب الطبيب الحديث في الحالات الخاصة). وهذه العبارات يمكن أن تقال في أية معالجة نفسية. كل ذلك يؤكد صحة وجهة نظر تورينك أنه يمكن للآلة أن تقلد تماما استجابات الإنسان لدى مواجهة الحالات المعقدة بشكل لا يسمح لك بأن تميز هذه الاستجابات الآلية عن الاستجابات البشرية.

هل هذه آلات ذات مشاعر؟

لقد طرح تورينك سؤالا آخر هو الأكثر صعوبة والأكثر أهمية: هل يمكن صناعة آلة تتمتع بالمشاعر وقادرة على إظهارها كالإنسان (أو المشاعر التي يدعي الإنسان أنه يمتلكها)؟ الجواب المختصر هو، نعم، بشرط أن نتخلى عن كل أفكارنا المسبقة عن «الآلات» و«البشر». نحتاج هنا إلى الوضوح في تحديدنا لطبيعة الحواسيب وطبيعة المشاعر الإنسانية. من السهل نسبيا فهم طبيعة الحواسيب، في حين تكمن الصعوبة في الحصول على إجماع في الرأي حول «المشاعر الإنسانية». إن النجاح في صناعة آلة ذات مشاعر، لابد من أن يغير كليا نظرتنا إلى طبيعة الآلة. بعض الناس يقولون إنها لم تعد آلة بل أصبحت «شخصا». وفي الوقت الحاضر، إن الحاسوب هو آلة ذاتية الحركة يمكن لها أن تقلد أنواعا محددة من المهارات الذهنية الإنسانية، والغسالة الأوتوماتيكية التي تقلد السلوك الفيزيائي للإنسان هي مثال قائم أمامنا، فهي تقوم بكل العمليات التي يقوم بها الإنسان لغسل الثياب: تسخين الماء، ووضعها في حوض، وإضافة مادة التنظيف (سائل أو مسحوق)، خض الماء وتفريغه، وإضافة ماء جديد لغسل الملابس برفق، وإزالة معظم الماء من الملابس باستخدام القوة الطاردة المركزية، وإمرار تيار من الهواء الحار.

الفرق الوحيد بين الغسالة والإنسان هنا هو أن الغسالة كباقي الآلات تعتمد اعتمادا كليا على الإنسان لإنجاز كل العمليات غير الفيزيائية المتعلقة

بالعمل. فالإنسان هو الذي يقرر متى يبدأ العمل وذلك بالضغط على زر التشغيل أو بضبط الساعة المؤقتة... إنه الإنسان الذي يراقب سير العمل ليتأكد أن الآلية لم تخرج عن طورها ولم تتعطل. ويعمل الإنسان ذلك بدافع إسعاد نفسه أو غيره. وعندما ينتهي العمل فإن الإنسان هو الذي يشعر بالرضى أو الارتياح أو بأي انفعالات أخرى.

إن الحاسوب بطبيعته هو آلة تنطوي بنيتها على كثير من التفاصيل المعقدة. فهو يستطيع إجراء عدد كبير من الحسابات المعقدة التي لا يستطيع أغلب الناس القيام بها، تماما كما لا يستطيع معظم الناس أن يقوموا بغسل الثياب 24 ساعة في اليوم وعلى مدى أسبوع دون توقف. ولا داعي أن يخاف أحد من الغسالة الأوتوماتيكية المصممة جيدا والمشغلة تشغيلا سليماً). وبالمثل لا مبرر للخوف من الحاسوب، فهو يشبه الغسالة الأوتوماتيكية. إنه مجرد امتداد للمشغِّل البشري.

هناك تشابه آخر بين الحاسوب والإنسان وهو تشابه يقود بالفعل إلى لب الموضوع. إن النموذج العلمي (الرياضياتي) للعصبون في خلية دماغية هو النموذج نفسه للمرحلة الكهربائية. (المرحِّلة هي مفتاح يستجيب للتغيرات الحاصلة في الدارة بالقيام بعملية من مجموعة متنوعة من العمليات على التيارات الكهربائية.) إن لدى العقل طاقة تخزينية تزيد بآلاف المرات عن الطاقة التخزينية لأكبر الحواسيب. ومن جهة أخرى فإن الحاسوب يعمل بسرعة تفوق سرعة العقل عدة مرات. ويعتمد كلاهما على أنماط خاصة من إنسياب الإلكترونات كمصدر للطاقة. العقل والحاسوب هما نظامان فيزيائيان (إلكترونيان) مع تشابه كبير بينهما في التنظيم العام. الفارق الأساسي هو أن الأول يتكون من مادة حية، في حين يتكون الآخر من مادة غير حية. ويعني ذلك أنه توجد في الدماغ وحدة عضوية في حين يوجد في الحاسب تراكم أجزاء. وهذه الأجزاء مرتبة بأنظمة وأنظمة جزئية، إلا أنه لا توجد وحدة «عضوية» بينها.

يوجد في الكائن الحي عمليات مثل النمو والالتئام وإعادة التوليد. والمشاعر مرتبطة بالنسيج الحي حتى في أكثر أشكال النسج بساطة وبدائية. وتتجنب أبسط الكائنات الحية الخطر والانزعاج وتشعر بالألم وتستجيب إلى شروط التكيف بسلوكياتها. حتى على مستوى الخلية فإن المادة الحية

ليست منفعلة بل فاعلة، وهي عامل نشط يبحث عن الغذاء وقابل للتوالد. ولا يوجد مثل هذه العمليات في النظم الفيزيائية، فعمليات النمو، والشفاء وإعادة التوليد هي أمور تؤديها النظم الفيزيائية بأنظمة داعمة، مثل التقنيين المتدربين، ومستودعات قطع الغيار، وتنظيم سجلات الشراء والإصلاحات والأدوات وغيرها... كل هذه الأشياء هي مدخلات من خارج النظام الفيزيائي.

السمة الأساسية الأخرى للنظام العضوي هو أن بإمكانه أن يعيد إنتاج نفسه (يتكاثر). ومما لاشك فيه أنه يمكننا الآن تقليد كثير من مظاهر الأنظمة الحية بما في ذلك التكاثر، حيث يمكن إنشاء «مصانع» آلية يتم ضبطها بالإنساليات لتصنيع إنساليات أخرى. وقد تم بالفعل إنشاء مصانع مختبراتية لصناعة الخلايا والأنسجة الحية. ولكي نخترع جهازا آليا ذا مشاعر فعلينا فقط (فقط؟) أن نزوِّج جهد دارة متكاملة مصممة بحجم صغير جدا إلى جهد خلية حية. فإذا تيسرت الوسائل لإنشاء مثل هذه البيئة الآلية، بالحصول على أنواع محددة من الاستجابات التي نسعى إليها، وبالقضاء على تلك الاستجابات التي نعدها غير مرغوب فيها (نحتاج أيضا لوقت طويل جدا)، فإنه لا يوجد أي سبب يدعونا إلى الشك في إمكان إنتاج «كمِّيرا» (حيوان خرافي له رأس أسد وجسم شاة وذنب ثعبان) مصنوع من رقائق السيليكون، حي يتنفس ويمكن له أن يتوالد، انفعالي وذي خلايا ذاتية النشاط. (ربما يقول قائل إننا سنكون عندئذ في خطر حقيقي!)

لا أحد يعلم بالضبط ما كان يريده تورينك في عمله غير المكتمل حول التكون الشكلي (أشكال المادة الحية). وبافتراض أن ذلك لم يكن مجرد تحول عن الخطة الرئيسية في عمله، فإن التفسير الممكن هو أنه أراد معالجة هذه المشكلة بالذات، وكما فجرت مقالته (الأعداد القابلة للحساب) ثورة في إدراكنا للآلة، فإنه ربما يكون قد اعتقد أن فكرة بحثه في التكوين الشكلي قد تزودنا بالمبادئ الأساسية الضرورية لإنجاز التزاوج بين الحاسوب والخلية الحية. وبالفعل فقد قدم عدة أحاديث إذاعية في المواضيع التي تم ذكرها آنفا، مع تأكيد مماثل لوجهة النظر التي تبنيناها.

16 الحاسوب الإلكتروني

إن فرضية الثنوية binary assumption هي أحد أهم المواضيع الكثيرة التي استولت على تفكير الإنسان وأدهشته طوال تاريخ الفكر البشري، وهي تقول بأنه يوجد في هذا الكون وعلى نحو دائم نقيضان. ويمكن وصف ذلك بعبارات متنوعة مثل مبدأ الذكر والأنثى، الزيادة والنقصان عن «المتوسط الذهبي»، الكمية الموجبة والكمية السالبة. ويرى البعض أن هذه الأضداد يبحث الواحد منها عن الآخر طوال الوقت ليتحد معه مكونا الوحدة الأصلية. فمثلا يرى أفلاطون أن حياة الإنسان هي تسجيل لبحثه عن ذاته الأخرى (عن الأنا) التي انفصل عنها الفرد قبل ولادته، وأن الفرد يصبح طليقاً من كل التوترات والصراعات عندما تتحد الذاتان. وبالعكس، يرى آخرون أن هذه الأضداد تبقى في صراع أبدي بعضها مع البعض الآخر. ويعتقد هيجل (Hegel) مثلا بجدلية الصراع بينها في جذور الحتمية، وأن هذا الصراع هو مصدر الخلق والتوليد لاستمرار الحياة.

وفي القرن السابع عشر عندما بدأ جيلبرت (Gilbert) وعلماء آخرون بدراسة المغنطيسية دراسة جدية وارتباطها بالملاحة بواسطة البوصلة قبلوا

«أشرح سلوكي عندما أجلس هنا وأقول: لا يوجد عقرب أسود يسقط على هذه الطاولة».

أ. وايتهيد، مجادلاً ب. سكينر في المذهب السلوكي في جامعة هارفارد.

جميعاً بالمبدأ الصيني القائل بالتقسيم الثنائي إلى قطبين شمالي وجنوبي، وأن كلاً منهما يبحث عن الآخر. وفي القرن التاسع عشر جرى التقسيم إلى كهربائية سالبة وأخرى موجبة لوصف ما تم اكتشافه.

ومنذ مائة عام خلت حدث تطور مفاجئ في دراسة الطريقة التي تكونت بها المادة. إن اكتشاف النشاط الإشعاعي من قِبَلِ مدام كوري وزوجها، والأشعة السينية من قِبَلِ (بيكيريل) Becquerel، والإلكترون من قِبَلِ (J. J. طومسون) J. J Thomson مهد الطريق لنظريات جديدة في المادة ولنموذج (رذرفورد) Rutherford للذرة (عام 1911) الذي يعد الآن أساساً لتصورنا عن الكون المادي. إن البرنامج الاختباري الذي يقف وراء هذا النموذج واسع جداً. إلا أن أهم تجربة أجريت في هذا المجال نُفذّت في مختبر طومسون في جامعة كامبريدج باستخدام أنبوب الأشعة الكاثودية (المهبطية) الذي اخترعه براون (Braun) عام 1897. وكان أقدم أنبوب يتكون من حبابة زجاجية مفرغة من الهواء، وبداخلها قطعتان من البلاتينيوم موصولتان بمنبع كهربائي. وتشكل هاتان القطعتان الآنود (القطب الموجب) والكاثود (القطب السالب). فإذا أغلقنا الدارة وجعلنا التيار يمر فإن الآنود يبدأ بالتوهج، ويتابع التوهج حتى بعد إيقاف مرور التيار. فإذا وضعنا جسماً صلباً (قطعة معدنية بشكل صليب مثلا) بين الآنود والكاثود، فإن صورته سوف تظهر واضحة في منطقة الآنود. ويبين ذلك أن شيئا ما قد مر من الكاثود إلى الآنود. ثم وجد طومسون أن هذه الأشعة يمكن أن تنحرف عن مسارها بواسطة مغنطيس، وقد استطاع أن يبين أن هذه الأشعة مكونة من جزيئات صغيرة جداً مشحونة كهربائياً وعرفها بأنها «الالكترونات» التي افترض أنها أحد المكونات الأساسية للذرة، وهكذا سجل العام 1890 بداية علم الإلكترونيات.

الترانزستورات

اخترع الترانزستور من قِبَلِ (براتين) Brattain و(باردين) Bardeen و(شوكلي) Shockley عام 1948. وقد فتح الترانزستور عهدا جديدا في تصنيع أجهزة الراديو والتليفزيون، وكان له أثر فوري تقريبا في حقل الحاسوب. والترانزستور هو جهاز يحل محل أنبوب الأشعة الكاثودية والصمامات التي استخدمت سابقا في أجهزة الراديو والتليفزيون. ويولّد الترانزستور

الإلكترونات التي تتحرك عبر السيليكون أو الجرمانيوم، وهما المادتان اللتان صُنِعَ منهما الترانزستور. ويمكن تصنيع ترانزستورات صغيرة جدا بكلفة زهيدة جداً، وهذا الحجم الصغير مناسب جدا للحاسوب. وقبل اخترع الترانزستور كان يجري إنتاج الإلكترونات باستخدام الأنابيب الكهروحرارية (الصمامات) بواسطة تسخين فتيلة بواسطة الكهرباء، أو باستخدام أنابيب الأشعة المهبطية (الكاثودية). وغالبا ما كان يجري تبديل 10,000 صمام أو أكثر في الحواسيب ذات الحجم الكبير بسبب الحرارة المتولدة التي تحرق هذه الصمامات وتجعلها غير صالحة للاستعمال.

يصنع الحاسوب الرقمي الحديث حاليا من عدد كبير من الترانزستورات يحتوي الحاسب الصغير من نوع IBM الذي تم فيه تخزين مخطوطة هذا الكتاب على 655,360 بايت (كل بايت يتكون من ثمانية أرقام) في ذاكرة التداول العشوائي (RAM) التابعة له، أي 1024 x 640. ويعبَّر عن ذلك عادة بوحدة أخرى تسمى كيلوبايت (K) وهي عبارة عن 1024 بايت. وهكذا فإن سعة الـ RAM هي 640K. إن هذا العدد الضخم 5242880 (1024 x 640 x 8) من القلابات الترانزستورية (انظر الصفحة 231) والمكثفات (التي تعمل كوحدات تخزين) إضافة إلى «القرص الصلب» و«القرص المرن»، يوفر أكثر من 10 ملايين بايت إضافية لتخزين مخطوطة أو لإجراء حسابات عددية وتخزين أعداد. (إن الأقراص التي تحفظ عليها المعلومات لا تعمل بالطبع كترانزستورات.)

في هذه الأيام تُرَكَّب القلابات في مواضع على اللوحة الأم كدارات كهربائية متكاملة. ويتم وضع الترانزستورات بصورة مناسبة تجعلها تعمل كالعناصر الكهربائية الأساسية مثل الوشائع والمفاتيح والمقاومات والمكثفات. وتؤدي الترانزستورات الوظائف الأساسية الأربع للحاسوب: المُدخلات ـ المُخرجات، الذاكرة، وحدة الحساب المنطقية، وحدة التحكم المركزية. (مع أن الحديث التالي حول البُنى والوظائف يتصف بالعمومية، إلا أنه بُني على الحاسوب الصغير من نوع IBM الذي هو الأساس في مثل هذه الآلات.)

المُدخلات ـ المُخرجات

يشبه قسم المدخلات ـ المخرجات في الحاسوب آلة كاتبة كهربائية زُودّت

بمفاتيح إضافية هدفها التحكم والإشراف على سير المعلومات بين مُشغِّل لوحة المفاتيح والحاسوب. وتُعْرَض (شاشة) Monitor (أنبوب أشعة مهبطية تشبه شاشة التليفزيون)، حيث تتم رؤية نتائج العمل المنجز على لوحة المفاتيح وأيضا نتائج عمل سابق تم إنجازه وتخزينه في الذاكرة.

إن أقسام المدخلات ـ المخرجات تعمل كحاجز بين الحاسوب العالي السرعة وبين الملحقات الأبطأ كثيراً، كالطابعة والمشغل. إن الوظيفة الطبيعية لمثل هذه الأقسام كانت مكرسة تاريخيا للسماح للمشغّل بطرح المسائل وتقديم البرامج الفرعية للحاسوب والاتصال به والحصول منه على النتائج. ويتم عمل ذلك «بتحميل» الحاسوب ببرنامج الأوامر، ثم إدخال المعطيات فيه، ثم تتم طباعة النتائج وفق تسلسل الأوامر المعطاة بالبرنامج. ويظهر التقرير عن المسألة، أي حلها، «كمخرج» على الشاشة أو مطبوعا على الورق أو مخزونا على قرص أو شريط.

الذاكرة

الذاكرة في الحاسوب تشبه (المخزن) في تصميم ببيج لنموذجه الأولى لآلته التحليلية ذات الدواليب والمسننات. وبدلا من أقراص ببيج (الدواليب المثلّمة بالأرقام 0 إلى 9 على أحرف الدواليب، فإن الترانزستورات هي التي تنفذ العمليات الحسابية. ويُنَفَّذُ هذا العمل باستخدام البايتات. وعندما تُستخدم الكلمات (سواء كانت كلمات نص أو كلمات أوامر في البرنامج)، فإنه يجري تحويلها برموز تشفير مبيتة في الحاسب قبل تخزينها أو إخراجها من الذاكرة وفق مجموعة تشفير خاصة يرمز لها بـASCII وهو اختصار لـ (التشفير الأمريكي النموذجي لتبادل المعلومات) American Standard Code for Information Interchange. إن وجود كل شيء داخل الذاكرة على شكل أرقام، يسمح للكلمات والمنحنيات أن تعالج بمخططات وخوارزميات معينة سلفا بالطريقة نفسها التي تعالج بها الأرقام.

الوحدة الحسابية المنطقية

تنجز وحدة المعالجة المركزية الحسابية المنطقية نوعين من العمليات: العمليات الحسابية والعمليات البولية المنطقية (انظر الصفحات 213 ـ 215).

وتنجز الوحدة الحسابية جميع الحسابات المطلوبة في البرنامج: ليس فقط الجمع والطرح والقسمة والضرب، بل أيضا العمليات الأسية (الرفع إلى قوة، الجذر). كما أن جداول اللوغاريتمات وجداول الدوال المثلثاتية هي أيضا تحت الطلب. وتقوم الوظائف المنطقية البولية بمساعدة العمل الحسابي.

وحدة التحكم المركزية

يشرف قسم التحكم على العمليات الأوتوماتيكية للحاسوب. فهو مثلا (يقرأ) البرنامج ويرسل الإشارات إلى الأجزاء المختلفة للحاسوب، كما ينظم الفعاليات الضرورية لإنجاز البرنامج. وهو يفصل الأوامر عن المعطيات ويرسلها إلى أجزاء مختلفة من الذاكرة. ويقوم بتحويل كلمات المعطيات إلى أرقام تُرسل إلى المسجلات في وحدة الحساب، أما كلمات المعطيات فتُرسل إلى مُسَجِّل الأوامر في وحدة التحكم ويوجد مع الحاسوب ميقاتية دقيقة تمكنه من مواءمة العمليات المحددة في البرنامج بدقة في جزء من مائة من الثانية، وهذه الساعة ضرورية جداً لجميع عمليات الضبط.

المُسجل

يمكن القول إن 90 في المائة من عمل الحاسوب يتكون من نقل المعلومات بشكل بايتات من مسجل لآخر. ويتكون المسجل عادة من ثمانية مواقع (يسمى كل منها رقما ثنائيا) أو خانة. وكل رمز يُعبّر عنه ببايت). وتعمل بعض الحواسيب بمسجلات ذات 4 أرقام ثنائية وبعضها يعمل بمسجلات ذات 16 رقما ثنائيا أو أكثر. وتقوم المسجلات بتخزين الكلمات في الذاكرة. ونشير مرة ثانية إلى أن عبارة «الكلمة» التي نستخدمها هنا يمكن أن تشوِّش غير المختصين. ولا تعني الكلمة هنا المعنى المألوف لها (مثل كلمات هذه الصفحة)، ولكنها مجموعة من الرموز (أعداد وليس أحرفا) يجري تخزينها ونقلها أو معالجتها. وهكذا فإن «الكلمات» تعني مجموعات من الأرقام المشفَّرة لتمثل أي شيء آخر مثل الأعداد، والأحرف الأبجدية، ونص مستمر، ورموز يابانية، أوامر مطبوعة على هيئة رموز، ورموز الفراغات وحذف الحروف أو تحويلها، وإنشاء فقرة جديدة...

إن أكثر المسجلات أهمية في الحاسوب هو ما يعرف بالمُركِّم ويسمى المسجل A. ويتم إجراء جميع الحسابات حالما يتم تحريك (الكلمة) إلى المسجل، ثم تُنقل إلى وحدة المعالجة المركزية التي تقوم بإنجاز العمليات، ويجري بعد ذلك إعادة الكمية المعالجة إلى المُركِّم ثم إلى مسجل آخر في الذاكرة.

إن طريقة التخزين أو التثبيت لكل بتة (رقم مفرد) في الذاكرة تُنَفَّذُ بواسطة ما يسمى (قلّابة) flip - flop. وهي أداة تبقى في حالة (1) أو تعدَّل إلى (0) حتى يتم تغيير حالتها ثانية. وهي تشبه مفتاحا (ON, OFF) أو بوابة (مفتوحة، مغلقة) التي تتحكم حالتها بمسار الإلكترون، ومن ثم تؤثر في الرسالة المرحَّلة عبر الحاسوب. ولكي نضبط القلابات فإننا نحرر كل قلابة من حين لآخر، بجزء من ألف من الثانية، بواسطة شحنة كهربائية.

وبخلاف القلابات (التي هي ثنائية الاستقرار، أي أنها يمكن أن توضع بإحدى حالتين فقط)، فإن المسجلات يمكن أن تستخدم بعدة طرائق لتغيير الأعداد الأولى الموضوعة فيها. فمثلا لو أخذنا (الكلمة) 00001111 التي تشير إلى العدد 15 فإنه يمكن تحريكها خانتين إلى اليسار لتصبح 00111100 (أي 60)، أو أربع خانات إلى اليمين لتصبح 00000000 (أي صفرا). وهكذا فإن كل التبديلات المكنة لمثل هذه الحركات تسمح للحاسوب بمعالجة المعطيات (الأعداد).

«العَلَم» (المؤشر)، أو المسجل F، هو مسجل ذو 8 بتات تضبط قلاباته الثمانية بحسب الحاجة من قِبَلِ الوحدة الحسابية المنطقية في الوقت الذي تُنجز فيه العمليات الحسابية والمنطقية المختلفة. والمؤشرات هي في الواقع تقارير عن حالة المركِّم أومنطقة العمل. وكما يشير اسمه، فإن كل مؤشر هو إشارة صفر أو واحد في مسجِّل المؤشر. ويقوم نظام التشغيل بتدقيق وتفحص هذا المسجل والمؤشرات الحساسة الأخرى على نحو نظامي ومنهجي. فلو فرضنا أن المركَّم صفر، فإنه تُرسل إشارة إلى وحدة التحكم (برفع) علم الصفر: بوضع الـ 1 في مسجل علم الصفر.

إن العلم Z (الصفر) هو واحد من عدة أعلام منها العلم P (علم (التكافؤ) Parityالذي يرسل إشارة عمّا إذا كان مجموع البتات في المجمع فرديا أو زوجيا. ومن المؤكد أنه لا يوجد أي جزء مفقود من الرقم). هناك أيضا علما

الـ C وA/C (علما الحمل والحمل المساعد اللذان يشيران إن كانت عمليتا الجمع والطرح قد أنجزتا بنجاح). ثم هناك علم S (علم الإشارة الذي يشير إلى أن المركِّم سالب).

وتقرأ وحدة التحكم وتفسر على نحو دائم إشارات الأعلام كجزء من دوراتها (عملها) وتراقب تغيرات إشارات الأعلام، كما تقوم بالفحص والاختبار حتى يستطيع الحاسوب أن يقرر أن سير العمليات يجري على نحو مقبول، أو أن هناك حاجة للتعديل من أجل تجنب العجز. ويقوم الحاسوب بجميع هذه المراجعات آليا باستمرار، أما المستخدم فيبقى بعيدا عن رفع وتضارب الأعلام دونما عناء.

الحاسوب كمعالج عددي

قبل أن نشرح كيفية تعامل الحاسوب مع الأعداد، نحتاج إلى التذكير بحقيقتين، أولاهما: أن الحاسوب يقوم بعمله بسرعة لا يمكن تصورها: فالعملية الحسابية، كجمع عددين، يمكن أن تُنْجَزَ بأقل من جزء من مليون من الثانية. وهكذا عندما نحسب زمن العمليات في الحاسوب فيجب أن نتعامل بوحدات زمنية قصيرة هي نانوثانية التي تساوي 10^{-9} ثانية (أي جزء من ألف مليون من الثانية).

الحقيقة الثانية هي أن الحاسوب يعيد كل العمليات الرياضياتية (بما فيها الطرح والضرب والقسمة) إلى عملية واحدة هي الجمع. ولكي نجد ما يشبه ذلك، فعلينا أن نعود بالزمن إلى الوراء عبر تاريخ الإبداع للجنس البشري.

علينا أن ننسى المهارات العددية التي تعلمناها في المدارس، ونهمل كل طرائق العد المعقدة التي اختُرعت في الألف سنة الماضية لتسهيل التفكير المجرد حول العدد وتبادل البضائع والخدمات.

علينا أن نعود إلى الأساس، إلى العمليات الأصلية التي كانت تنفَّذ بواسطة (العدّادات)، والتي كان يقوم بها أسلافنا القدامى خلال حملات الصيد وتقاسم الطعام. ومهما يكن من أمر، فإن سر عمل الحاسوب يبدو واضحا في الفرق في سرعة إجراء العملية، أما الأساس فإنه لا يختلف أبدا عن أبسط العمليات الرياضياتية التي ابتكرها الجنس البشري.

خوارزميات بسيطة للعمليات الأساسية

كيف يُبَسِّط الحاسوب العمليات الحسابية الأربع؟ نأخذ في مثالنا العددين 5 و10 ونعبر عنهما أولاً بالنظام العشري، وعندئذ تكون العمليات الأربع هي:

الجمع	الطرح	القسمة		الضرب
10	10	10		10
		5	x	
+ 5	− 5	−2		5
15	5			50

إن كل عدد من هذه الأعداد سوف يظهر في النظام الثنائي بثمانية بيتات أي بايت واحدة، وسوف تُظهَرُ جميعَ الأعداد الثنائية إما كمجموعتين كل منهما أربع بيتات (أي قضمتين) أو (كقضمة واحدة إذا كان ذلك كافيا). وسنوضح الآن العمليات الأربع باستخدام التمثيل الثنائي للعددين 10, 5. (سوف تكفي قضمة واحدة لكل عدد، حيث يمكن أن تمثل القضمة الأعداد الواقعة بين 0000, 1111، أي 0, 15 في النظام العشري).

(10)	1010	1010	1010	1010
(5)	+ 0101	− 0101	101	x 0101
	1111	101	= 0010	110010
	(15)	(5)	(2)	(50)

من المحتمل، في مرحلة الأمية بالرياضيات، أن تكون العيدان والأحجار الصغيرة قد استخدمت كعدادات على النحو المبين في الأسفل (استخدمنا التمثيل العشري للسهولة).

الجمع	الطرح	القسمة	الضرب
10	10	10	عشرة واحدة 10
11 = 1+	−1 = 9	خمسة واحدة = − 5	+1, 1, 1، . . . 10
12 = 1+	−1 = 8		
13 = 1+	−1 = 7	5	عشرتان = 20
14 = 1+	−1 = 6	−1=4	+1, 1, 1، . . . 10
15 = 1+	−1 = 5	−2=3	
		−3=2	ثلاث عشرات = 30
15 = 5+10	10 − 5 = 5	−4=1	+1, 1, 1، . . . 10
		لا يبقى شيء (صفر)=5−	
			أربع عشرات = 40
		خمستان = 10	+1, 1, 1، . . . 10
			خمس عشرات = 50

ويبيِّن الجدولُ نفسُه في النظام الثنائي هذه العلاقات العددية كما يلي:

الضرب	القسمة	الطرح	الجمع
———	———	———	———
عشرة واحدة 1010	1010 10	10 1010	10 1010 = 10
			عشرة
عشرتان 1010	-1010-5	-1 = 1001	+1 = 1011 = 11
3 عشرات 1010	———	-1 = 1000	+1 = 1100 = 12
4 عشرات 1010	0101- 1	-1 = 0111	+1 = 1101 = 13
5 عشرات 1010	0100- 2	-1 = 0110	+1 = 1110 = 14
———	0011 - 3	-1 = 0101	+1 = 1111 = 15
110010 = 50	4-0010		
	1000 - 5	10 - 5 = 5	10 +5 = 15
10 x 5 = 50	0000		
	خمستان = 10		
	$\frac{10}{5} = 2$		

إن هذه العمليات الثنائية مملّة جدا لأغلب الناس، لذلك فقد تمت برمجتها وإدخالها إلى الحاسوب في ذاكرة القراءة فقط (ROM). وهذا يعني أنه لا يمكن مسحها أو تغييرها. (ROM) دائمة. وبطريقة الأعلام نفسها يمكن للمستخدم أن يتصرف كما لو كان جاهلا تماما بالنظام الثنائي، وعليه فقط إخبار الحاسوب عن طبيعة العملية المطلوبة، ثم يتركها له لإجراء جميع الحسابات والعمليات البولية في النظام الثنائي دون مساعدة (ما عدا تلك البرامج الموجودة على الـ (ROM).

العمليات الحسابية الأربعة ومؤثرات بول

تُنَفِّذ الحواسيب العمليات الأربع من جمع وطرح وضرب وقسمة بتحويلها إلى جمع تكراري باستخدام مؤثرات بول مع عَلَمِ الحَمْلِ. وطالما أن العمليات البسيطة قد أدخلت بسرعة إلى الـ ROM فمن الممكن أن نوسّع مدى العمليات بإضافة برامج لحساب أشياء أخرى مثل الجذور التربيعية، واللوغاريتمات والدوال المثلثاتية الجيوب، جيوب التمام،... وقد استطاع علماء الرياضيات سابقاً حساب كثير من مثل هذه الخوارزميات باستخدام العمليات الأربع فقط: الجمع والطرح والضرب والقسمة.

الجمع

يُنَفَّذ الجمع بتطبيق مؤثر بول المعروف بدالة أو (OR) الحصرية (التي تكتب بالشكل (XOR. ويمكن لهذا المؤثر القيام بعدد من المهمات كمقارنة الأعداد الثنائية من ناحية الكبر وإضافتها لبعضها. ويبين جدول الحقيقة التالي النتائج الأربعة الممكنة. إذا A أو B (A OR B) موجباً (وليس كلاهما) فإن قيمة XOR تكون موجبة أيضا. لكن إذا كانت A وB موجبين معا أو سالبين معا فإن الناتج يكون صفرا. ونقرأ XOR كما يلي: «إما A أوB، ولكن ليس كلاهما».

	A	B	A XOR B
1	0	0	1
2	0	1	1
3	1	0	1
4	1	1	0

إن جمع أكثر من بتة واحدة، هو بالطبع أكثر تعقيدا، وربما تضمن عَلَمُ الحَمْلِ الذي يوضع على 1 عندما تكون البتّتان 1، وعلى صفر فيما عدا ذلك. (وتعطى قيمة العَلَم بمؤثر بول المعروف باسم AND). وتعرف الدارة التي تضيف 1 مع وجود علم الحمل باسم «المضيف الكامل»، وتستخدم تراكيب المضيفات الكاملة لجمع البايتات معا. (إن سبب التسمية هو أن المضيف بدون حمل يؤدي فقط نصف العمل المطلوب ولذا فهو يسمى مضيف نصفي. ولو وضعنا ثمانية مضيفات كاملة معا فسوف تجمع بايتات كاملة، وتعرف باسم مضيفات الـ 8 بتات).

الضرب كعملية جمع

تقوم الحواسيب بإجراء عملية الضرب عن طريق تكرار الجمع عددا من المرات. فلو أضفت 5 إلى نفسها ست مرات، أي 5+5+5+5+5+5 فسوف تحصل على 40 أي 6 x 5. وينطبق ذلك على أية عملية ضرب. وهكذا فإن 259 x 13 تعني جمع 13 لنفسها 259 مرة. ويضجر الإنسان بسرعة من هذه

الطريقة، الأمر الذي أدى إلى تعليم تلاميذ المدارس الطرائق المختصرة لجداول الضرب، والضرب المطول، والهدف الوحيد من ذلك هو التخلص من سلسلة عمليات الجمع اللامتناهية. إن الموضوع لا ينحصر فقط في أن الحواسيب يمكنها ألا تضجر وإنما يمكنها أن تقوم بملايين عمليات الجمع في ثانية واحدة. ومن السهل تصميم دارات للضرب: وكل ما نحتاجه لضرب عددين منهما مكون من 8 بتّات، هو زوج من المضيفات ذات الـ 8 بتّات مرتبطة معا ودارة لعد عمليات الجمع التي أجريت.

الطرح

يحوّل الحاسوب عملية طرح عدد من آخر إلى الاستعاضة عن المطروح منه بمتممه وإجراء عملية الجمع. ويُجْرَى الحساب في النظام الثنائي كمثيله في النظام العشري، وهكذا فإن (128 -) + 255 = 128 - 255. ويعطى المتمم في النظام الثنائي بمؤثر بول NOT (توجد بعض المسائل التي تحتاج إلى توليد أعداد «جمل» إضافية في النهاية ولكن التعديل يجري ببساطة). فلو كُلِّفَ الحاسوب بإجراء العملية 95 - 243 فإنه ينفذها كما يلي:

11110011 (243)

-01011111 (95)

هذا هو تماما مثل

(01011111) NOT + 11110011

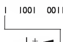
أي

11110011

+10100000

وأخيرا نحصل على (403) 110010011.

أما ال 1 الإضافي في نهاية العدد (الأول من اليسار) فيجري تحريكه إلى البداية (وهذا واحد من التعديلات المذكورة آنفاً) وجمعه أي:



لكي نحصل في النهاية على: (148) 10010100

القسمة كعملية طرح

إن عملية قسمة عدد على آخر تعني طرح المقسوم عليه من العدد مرات متتالية. فلقسمة 478 على 94 فإننا نطرح 94 خمس مرات من 478 ويبقى 8، وباستخدام النظام الثنائي فإن عملية القسمة تأخذ الشكل الموضح في الجدول التالي:

478	1	1101	1110	
- 94		0101	1110	
384	1	1000	0000	مرة
- 94		1010	1110	
290	1	0010	0010	مرتين
- 94		0101	1110	
196		1100	0100	ثلاث مرات
- 94		0101	1110	
102		0110	0110	أربع مرات
- 94		0101	1110	
8		0000	1000	خمس مرات
إذن	1	1101	1110	(478)
مقسوما على		0101	1110	(94)
يساوي		0000	0101	(5)
والباقي		0000	1000	(8)
أي أن 5 =	$\frac{478}{94}$			
(والباقي 8)				

معالجة البرنامج - CPU

تتكون CPU أي (وحدة المعالجة المركزية) central processing unit، من عدد من المسجلات الصغيرة نسبيا، وهي في مجملها خمسة تقريبا، ومهمتها مراقبة سير البرنامج. وهي مسجل عنوان الذاكرة، وعدّاد البرنامج، والمركِّم أو المسجل A، والمسجل الإضافي B ومسجل الأوامر. وهذه المسجلات تنشط في إنجاز المهام الضرورية التي تضمن التنفيذ الدقيق جداً للتعليمات والتحقق من صحة التسلسل في التنفيذ وتوقع القصور الناجم عن العبء الإضافي الذي قد يقع على أحد المسجلات.

ويراقب سجل عنوان الذاكرة البرنامج مشيرا إلى أرقام السطور، كما يستلم المدخلات من عداد البرنامج ومسجل التعليمات، ويستلم أيضا عناوين (أرقام السطور) الكلمات المخزنة في الذاكرة، ويَكُون رقم السطر أو عنوان البرنامج عادة جزءا من التعليمات، ويراقب عدّاد البرنامج عنوان الأمر عند استقباله وتنفيذه، ويضاف رقم السطر في عدّاد البرنامج في الوقت نفسه الذي يتم فيه تنفيذ الأمر، أما المركِّم وطريقة عمله فقد تم شرحهما سابقا، ويقوم المسجل B عادة باستلام وإعطاء الرقم الثاني اللازم للعملية الحسابية، في حين يقوم مسجل الأوامر بتخزين الأمر الذي يؤتى به من الذاكرة إلى المكان المطلوب وتحليله لمعرفة طبيعة العملية. أما العلاقة بين جميع المسجلات فهي ديناميكية وتتغير باستمرار عندما يتهيأ الحاسوب لمواجهة الأحداث غير المتوقعة والتعامل معها.

العد بالقلابة:

في الآلات الحاسبة الميكانيكية التي تعمل بالمسننات والأسنان، كل سن يوافق رقما مختلفا عن الآخر بين 0 و9. أما العدّادات الإلكترونية فتعد النبضات الكهربائية بزمن لا يتعدى أجزاء من مليون من الثانية مقاسا بالساعة الإلكترونية. إن عملية ربط الأوضاع المتغيرة للقلابة بالنبضات الكهربائية (المؤقّتة) timed هو الذي يسمح لعملية العد أن تنفذ أصلا.

ولكي نتمكن من العد فإن علينا إيجاد طريقة لتخزين وتسجيل عدد الأرقام أو النبضات التي تشكل الوحدات المنفصلة التي يتكون منها المجموع الإجمالي. فإذا كنا نشتغل بالعد العشري، فنحن بحاجة إلى الأعداد من 0 إلى 9. أما العدد التالي 10 فيضع عداد الآحاد عند الصفر ويسجل حمل 1 إلى خانة العشرات. وهكذا فإن العداد العشري يحتاج على الأقل إلى 10 عناصر من 0 إلى 9 لخانة الآحاد، والشيء نفسه صحيح من أجل الخانات الأخرى العشرات والمئات و... كما أن الرموز نفسها عند ربطها بقيم الخانات مناسبة تماما لتحديد أي عدد مهما كان كبيراً.

ومع أن الحواسيب القديمة كانت تستخدم النظام العشري، فقد اتضح بسرعة أن العد الثنائي أفضل إذ إنه يتطلب تخزين رقمين فقط: وهما الصفر والواحد. وينفذ العد بواسطة القلابات التي تشير إلى إحدى حالتين

الصفر أو الواحد.

وهناك شبيه جيد للطريقة التي يعمل بها العداد الإلكتروني وهي الطريقة نفسها التي كان الناس يعدون بها خرافهم وكان العمل يؤدى بكفاءة بشخصين فقط. كان أحد الأشخاص يعطي لكل خروف رقما بين 1 و10 ويضع على الأرض علامة كلما مر خروف ذاهبا إلى الحقل، وبعد كل عشرة خراف يسجل الشخص الثاني خطأً. وعندما تغلق البوابة وراء آخر خروف تضاف العشرات إلى الواحدات للحصول على الإجمالي. ويجري الحاسوب الإلكتروني من حيث الجوهر هاتين العمليتين تماما، إذ تغير القلابة حالتها تكرارا. ويخلق كل تغيير إشارة تقابل التسجيلات المفردة. ويُرْبَطُ ذلك مع إشارة ثنائية أخرى من المؤقِّت، وتمر الإشارتان عبر بوابة الـAND. ثم يولِّد المؤقِّت متتالية: نبضة/ لا نبضة، أما الإشارة الأخرى فتتكون من نبضات الوضع / التغيير (أي الصفر والواحد) التي تشير إلى حالتي التناوب للقلابة. ويتم كل ذلك بعدد قليل من أجزاء من مليون من الثانية.

مستقبل العدد والحسابات الآلية

يوجد للبحث في الحواسيب رافدان: الأول هو اكتشاف تطبيقات جديدة للحساب وتطوير التطبيقات القائمة، والثاني هو تطوير حواسيب أسرع وأقوى.

ومن الصعب التنبؤ بالتطويرات المستقبلية في حقل التطبيقات الجديدة، ذلك أن التحسينات التي عُمِلَت في الماضي كانت على نحو غير متوقع: فقد فكر شخص ما في طريقة جديدة تعمل بها الحواسيب لجعل الحياة أسهل. ونورد فيما يلي وصفاً للخطوط العريضة للبحوث القائمة حاليا في مجال الحواسيب.

تمثيل الخلايا والعمليات البيولوجية

تحدثت في الفصل السادس عشر عن الاهتمام البحثي الآخر لتورينك، ألا وهو التكون الشكلي (أي أصول أشكال الأجسام). فمن الممكن أن نسأل مثلا: لماذا يختلف شكل حيوان القنغر عن شكل الكائن البشري؟ ولماذا يختلف الأخطبوط في مظهره عن الدب القطبي؟ عند الإجابة عن مثل هذه

الأسئلة علينا أن ندرس قضيتين: الأولى هي قضية النمو (النشوء) (أي استجابة العضوية للقوى الخارجية وبخاصة الصراع من أجل البقاء)، الثانية هي مشكلة القوى الداخلية (أي كيف يؤثر تطور كل خلية في الخلايا الأخرى؟). ولربما طلب عالم رياضيات متخصص بالحواسيب مثل تورينك، اختراع نوع من الحساب ونوع جديد من الحواسيب المعتمدة على تمثيل آثار مثل هذه المسائل في تشكُّل الخلية وتطورها. ومما لاشك فيه أن التمثيلات الحاسوبية التي بدأت تستخدم بالفعل في كل وجه من أوجه المعرفة والنشاط الإنساني، سوف تبقى في الصدارة في مجال التعليم والبحث في تطور العدد.

الذكاء الاصطناعي

أصبح موضوع البحث عن الذكاء الاصطناعي واحدا من أهم مواضيع البحث في تطبيقات الحاسوب. وتستطيع الحواسيب حتى هذه اللحظة أن تنجز مهمات برمجية فقط مهما كانت هذه البرامج شديدة التعقيد. ولكن حالما يظهر هناك خطأ أو خلل غير متوقع، فإن أفضل ما تفعله الآلة هو إيقاف البرنامج واستدعاء الإنسان للمساعدة. (تصدر الآلة صوتا خاصا يذكرنا بفكرة الجرس التي استخدمها بيبج في آلته التحليلية.) فلو تم تطوير حاسب ذكي - ينجح في امتحان تورينك - فإنه يمكن أن يرتجل حلا للمشكلة الطارئة ربما كان أسهل من الحل الذي يقترحه المُشَغِّل.

وربما يكون أكثر أشكال الحواسيب اقترابا من الذكاء الاصطناعي هذه الأيام هي الحواسيب المتعلِّمة، التي تُبَرْمَج بقواعد لعبة ما (أشهرها لعبة الشطرنج)، ثم جعلها تلعب معاً وتلعب ضد البشر وتتعلم طوال الوقت من أخطائها. إن البحث في مثل هذه الآلات يحظى بنتائج هائلة في تحسين التعليم في المدارس وروضات الأطفال والجامعات والبيوت.

الرقائق البيولوجية

الرقائق البيولوجية هي ذلك التطوير الذي يضعنا بالتأكيد في بداية طريق طويلة مستقبلية. إنها الحواسيب التي تدخل في بنيتها المادة الحية. الفكرة هنا أن هذا الأمر سوف يقدم للباحثين عنصر المفاجأة الذي يمكنهم

من استدعاء الحدس عند الضرورة، وبعبارة أخرى، التفكير في جوهر المسألة. (وهذا أيضا هدف كبير للذكاء الاصطناعي.)

المشاكل الأخلاقية

تعد المشاكل الأخلاقية تحديا كبيرا للبحث في الذكاء الاصطناعي والرقائق البيولوجية. ويعتقد الكثيرون أن أية محاولة لإنتاج حاسوب بعقل بشري هي إمعان في الكفر. وبعيدا عن رد الفعل هذا (الذي يؤثر حتى في نجاح البحث في هذا الاتجاه)، فإنه توجد مشاكل أكثر تعقيدا لابد من ذكرها. هل يمكن لحاسوب اجتاز اختبار تورينك أن يُصنَّف كإنسان يمكن له أن يمتلك الحقوق نفسها التي يمتلكها الكائن البشري؟ هل ستكون هناك حركات تحررية للتخلص من الحواسيب والعبودية للبرامج؟ إن هذه المشاكل في وقتنا الحاضر هي مجرد أفكار كما أن التفكير بحلول لها مازال أمرا بعيدا. إنها تظهر الآن في قصص الخيال العلمي فقط الذي يعلن فيها الحاسب تمرده وعصيانه ضد التحكم البشري ويخلق الدمار نتيجة لذلك. إن ثورة من هذا النوع هي شيء غير مرغوب فيه أبدا. ولابد من وضع ضوابط كافية على هذه الأنظمة من قِبَلِ أولئك الذين أسسوها، حتى تجعل هذا التصرف مستحيلا؛ هذا ما نأمل!

قوة الحواسيب

بَيَّنَ علماء الرياضيات فيما مضى أن مجموعة العمليات التي يقوم بها الحاسوب محددة تماما، وأن أبسط حاسوب (كآلة تورينك مثلا) يمكن أن يقلد جميع وظائف أية آلة أخرى شديدة التعقيد. وبسبب ذلك فإن الحاسوب الأقوى لن يقوم بأكثر من هذه الوظائف، ولكنه يستطيع فقط أن ينفذ الأعمال نفسها ولكن على نحو أسرع. ذلك يعني أن البحث في هذا الموضوع قد تركز في تصميم حواسيب يمكن أن تنجز عددا أكبر من العمليات في الثانية. ولقد صمّم مهندسو الحواسيب دارات تعمل بفعالية أكبر. حيث تم تصميم حواسيب محددة المهمة تقوم بعمليات محددة لا تفعل غيرها، كما اخترعوا مكونات أصغر فأصغر لصناعة الحاسوب (رقائق السيليكون حلت محل الترانزستورات التي حلت محل الصمامات أو «الأنابيب» كما يسميها

الأمريكيون)، وجددوا في طرائق إنتاجها.

الحواسيب الليزرية:

هناك انسياب (جريان) للإلكترونات في أية دارة كهربائية. ومع أنه يبدو أن المصباح يضيء في اللحظة التي نكبس فيها زر التشغيل (أي نسمح للإلكترونات بالسير عبر المصباح) فإنه يوجد تأخر زمني ميكروسكوبي لأن الإلكترونات لا تسير بسرعة الضوء. إنها تسير بسرعة تقارب سرعة الصوت أي أقل من سرعة الضوء بألف مرة تقريبا. وقد بلغت الحواسيب الحديثة اليوم مفترق الطرق الذي يبدو عنده أن هذا الموضوع هو العامل الذي يحد من سرعة الحسابات فيها، وليس حجم المكونات وفعاليتها. وتعتمد فكرة الحاسوب الضوئي على إحلال حزم ليزرية مصغَّرة محل رقائق السيليكون، وهذا يضاعف سرعة الحسابات إلى ألف مرة. إن التقنية في هذا الاتجاه لم تستكمل بعد، ولكن ذلك سيتم على ما يبدو خلال بضع سنوات، الأمر الذي سيحدث ضجة كبيرة.

المعالجات المتوازية

لقد حدث تطور حديث آخر من أجل تسريع الحسابات هو المعالج المتوازي. تجري المعالجة في الحاسوب العادي تسلسليا، أي أن المعالج يقوم بإنجاز مجموعة من العمليات المتتالية، واحدة كل مرة. أما المعالج المتوازي فيعمل بمبدأ مختلف تماما حيث تعمل سلسلةمعالجات معا على نحو مستقل، وينجز كل منها جزءا واحدا فقط من المتتالية الكلية للعمليات. وبما أن هذه المعالجات تنفذ العمل بوقت واحد، فإن من الواضح أن ذلك يسرع العمليات. وهكذا يخفِّض معالجان متوازيان زمن الحسابات إلى النصف، و25 منها تجعل الزمن مساويا 25 / 1 من الزمن الأصلي اللازم.

إن هذه التقنية هي مرحلة مبكرة من التطور، إذ إن كثيرا من المشاكل لابد من التغلب عليها. فمثلا، ليس بالإمكان دوما أن تكون المعالجات مستقلة تماماً بعضها عن البعض الآخر. ففي الأغراض التطبيقية سوف تؤثر نتائج عملية واحدة في عملية أخرى. وهذا يعني أن المعالجات بحاجة للاتصال مع بعضها. وهذا الأمر يشكل تحدياً هائلاً بحد ذاته ويقود إلى مشاكل

إضافية. وأكبر هذه المشاكل هي أن الطريقة الأكثر فاعلية لوصول المعالجات من أجل مهمة ما، ربما تختلف بشكل ملحوظ من أجل مهمة أخرى. ويجب على أي معالج متواز له مهمة عامة أن يمتلك طريقة لتغيير الوصلات بين معالجاته التسلسلية المكونة له. وتعني هذه المشكلة في الوقت الحاضر أن حواسيب المعالجة المتوازية هي ذات مهمة محددة، ومصممة لعمل نوع واحد من الحسابات ولكن بسرعة وفعالية عظميين.

البطاقات الذكية

البطاقات الذكية هي تحسين لبطاقة الرصيد، وتعد بحد ذاتها قفزة غير متوقعة للبحث في تخزين المعطيات على الأشرطة المغنطيسية. وتحتوي البطاقة الذكية على حاسوب مصغَّر، يقوم بتخزين المعلومات مثل أرقام الهواتف، والالتزامات، والمعاملات التجارية المصرفية وملفات التأمين الاجتماعي والملفات الطبية. وقد بدأ بالفعل إنتاج مثل هذه البطاقة. المُشّكِلة التي مازالت بحاجة إلى حل هي تحسين البطاقات لتصبح رخيصة إلى حد ما، وصغيرة بشكل معقول. وعلى أية حال، فإن حل مثل هذه المشاكل هو مسألة وقت.

الهندسة الكسورية

هناك مجال آخر في التطوير أصبح في الآونة الأخيرة أكثر وضوحا هو الهندسة الكسورية. وتسمح لنا الكسوريات بتحضير أشكال بصرية تمثل الأجسام أو بعض الفرضيات. وتتكون الكسوريات من معادلات نموذجية وحسابات متكررة لنوع بسيط (بالنسبة للحاسوب طبعا). أما النتائج فتعد أجمل وأعقد الأعمال الفنية التي تَفَتَّقَ عنها فكر الإنسان وخبرته على مدى التاريخ. كما تبين، بعكس ما يُعتقد، أن الرياضيات هي أبعد ما يكون عن أي شيء ممل. (لا توجد مواضيع مملة، فقط يوجد معلمون مُمِلّون). ومن أبرز من اشتغل في هذا الحقل هو ماندلبروت (Mandelbrot).

أهمية الحاسوب

إن جميع وسائل الحساب من الخوارزميات إلى جداول اللوغاريتمات،

من ذوات العقد إلى اللوحات الإلكترونية، قد بُنيت لتسريع وتسهيل تناولنا للأعداد. إنها تساعدنا في كل أوجه الحياة الإنسانية، في نشاطاتنا التطبيقية، وفي مجال البحث في نشوء الكون وعمله، وفي البحوث المتعلقة بذاتنا، وفي ترتيب واستخدام الأفكار المجردة. إن هذه الفعاليات ممكنة - وقد تم إنجازها في العصور الماضية - دون الاستعانة بالأدوات العددية المعقدة، ودون المكونات الصلبة للحاسوب، وأيضا من دون البهرجات الحديثة. لقد كانت هناك عبر التاريخ، علاقة مباشرة بين مستوى التعامل مع العدد في المجتمعات (فيما يتعلق بالتعقيد والسرعة) ومستوى «الحضارة». وبالطبع فإن وجود الخبرة العددية والأدوات المساعدة لها لا يضمن وجود حضارة «عالية»، إلا أن عدم وجودها قد برهن على أنه يشكل عائقا أمام الحضارة.

وعلى مستوى بسيط، فإن الحاسوب هو آخر هذا الخط الطويل من الوسائل المساعدة في الحساب. فهو يسمح بإنجاز فعاليات الأعمال العددية بل واللغوية بسرعة فائقة متناهية لم يكن يتوقعها أي جيل سابق. إن حاسوبا موضوعا في مكتب أو في مصرف، يمكن أن يقوم بالعمل الذي كان يأخذ في السابق وقت وطاقة مئات، بل أحيانا، آلاف الكتبة. ويمكن للحاسوب أن ينجز خلال 20 دقيقة تلك الحسابات التي تطلب إجراؤها 20 سنة (الجداول اللوغاريتمية مثلا). ولقد كانت الحواسيب عند اختراعها موضع شك وارتياب لا يستهان بهما، ليس فقط من قبل الأشخاص العاديين، ولكن من أولئك الذين يفترض أنهم على مستوى أعلى من المعرفة، بمن فيهم المعلمون وعلماء الرياضيات المحترفون. إن تَقَبُّل معظمنا للحاسوب بصورة روتينية، والثقة التي أوليناها له في سرعته ودقته، تجعلنا ننطلق إلى عوالم متصلة بالأعداد المعقدة بشكل هائل وبعيدة المنال حتى الآن، إضافة إلى العلم المرتبط بها.

ولم تَعُدْ الحواسيب الآن مجرد آلات للحساب، إذ إنها تختلف عن أية آلة سابقة أخرى في أنها مزودة بطاقة لا نهائية. فهي تستطيع أن تفهم وتعالج أي شيء على الإطلاق طالما يمكن تحويله إلى أعداد. ويمكن برمجة الحواسيب لمعالجة الكلمات والمخططات والبيانات والتصورات مهما كان نوعها، ولاتخاذ القرارات حول توقيت شراء أو بيع البضائع المخزونة أو الأسهم. كما أنها تشغّل عمليات تتابعية من أي نوع ابتداء من عمليات التصنيع حتى الرحلات الفضائية. إنها تخزن السجلات وتساعد على إجراء

الفحوصات الطبية وفي تشخيص الأمراض، وتسهل أعمال التصميم والهندسة والفنون. ولم يبق أي جانب من جوانب الحياة الإنسانية في المجتمعات المثقفة حاسوبيا، إلا ودخله الحاسوب. ففي الولايات المتحدة الأمريكية مثلا، وباستخدام الخدمات الحاسوبية، يمكنك أن تتصل تليفونيا من بيتك بجميع خطوط الطيران في أمريكا الجنوبية بغية الحصول على أرخص رحلة للعودة إلى هاواي (Hawaii) مثلا، وأن تحجز مقعداً. إن عمل ذلك يكلف أقل من أخذ تاكسي إلى وكالة السفريات في قلب المدينة مع كل مشاقها، كما أن الواضح أنه مريح جدا.

باختصار، فقد تم في الأربعين سنة الماضية تسريع الحواسيب وجعلها تسهل الحياة البشرية إلى درجة لم يسبق لها مثيل. وفي الوقت نفسه، فقد تطور الجنس البشري فكريا أكثر من تطوره في الألف سنة الماضية. وحول ما إذا كان ذلك يعني أننا وصلنا إلى قمة الحضارة مقارنة بأسلافنا الذين كانوا دون حواسيب؟ فهو سؤال لا يمكن الإجابة عليه بدقة حتى نعرف ماذا سيحدث فيما بعد.

ويبدو أن شيئا واحدا مؤكدا سيفعله أجيال المستقبل هو أنهم سيفكرون بنا الآن وبمصطلحاتنا الحاسوبية بصورة تشبه إلى حد كبير الأسلوب الذي ننظر به نحن إلى الوراء، إلى بناة المَغْليث (وهو حجر ضخم أثري غير منحوت) وإلى الإنش والياردة اللَّذين كانوا يستعملونهما في العصر القديم الذي كانوا يعيشون فيه.

17 طبيعة التغير العلمي

الثورات العلمية

كثيرا ما كانت تجتاح التاريخ السياسي للمجتمعات البشرية حقب حادة وقصيرة نسبيا من التغيير الثوري. وكانت هناك حركات مدمرة تتحدى علاقات القوى ضمن المجتمع. وعندما يصبح التحدي كبيرا لدرجة يكون فيها مزعجا، فإنه يسبب رد فعل عنيفا من قبل الزمرة الحاكمة، حيث يؤدي ذلك إلى مرحلة من تصعيد العنف وإراقة الدماء، وتبعا لعلاقات القوى القائمة، فإما أن تتمكن القوى الثورية من الاستيلاء على الحكم، وإما أن تستطيع القوى المعادية للتغيير إبعادها والتخلص منها.

إن المقدرات النسبية للقوى المتناحرة، ومدى إخلاصها في العمل السياسي والعسكري، والتحالفات التي يستطيع كل طرف أن يستقطبها، والدعم الذي يجندها لخدمته، عندما يبدأ القتال، تشكل بمجموعها العوامل التي تحسم إلى حد كبير الصراع.

وفي العلم أيضا، هناك عهود ثورية تشترك ببعض الصفات مع الثورات السياسية، ونظرا لأن الثورة العلمية، لاتنطوي على دوافع العنف الجسدي والصراعات الدموية، وهي الدوافع التي ترافق

«العلم هو الترياق العظيم ضد سم التعصب الديني والمعتقدات الخرافية»

آدم سميث، عام 1776:

«إن أبسط تلميذ في المدرسة اليوم يحيط بالحقائق التي كان أرخميدس سيضحي بحياته من أجلها».

إرنست رينان، عام 1883

الثورات السياسية والاجتماعية، فإن هذه الثورات، هي أشبه ما تكون بحوار منهجي، ينشأ ويستمر بين الطرفين المتعارضين، ولا يكون هنا عادة قسم بالولاء، واللجوء إلى القوة، هو أمر نادر جدا، إن لم يكن معدوما. ويأخذ النقاش شكل حجج مسوغة، يصيغها جميع المتحاورين بلغة تميل إلى الاعتدال وبأقل قدر من التهديدات. إن ميثاق «همهولتز ـ بروكش Hermholtz-Brucke الفيزيولوجي 1840 (بأن القوى الفيزيائية العادية والقوى الكيميائية هي القوى الوحيدة المسؤولة عن تفسير العمل الوظيفي للمادة الحية)، قد أعد كإعلان ضد المولرية anti-Muller ، وضد المذهب الحيوي الذي وضعه مجموعة من ألمع تلاميذ مولر.

كان مولر إمام المذهب الحيوي القائل بأن الحياة على الأرض لم تبدأ من قوى فيزيائية وكيميائية فقط، ولابد أنها أحدثت بواسطة «مبدأ حيوي» خارجي إن الصيغة الشكلية لهذه الوثيقة، وما عبرت عنه من التزام، قد جعل منها وثيقة غير اعتيادية في تاريخ العلم.

وتأتي الثورات العلمية عادة نتيجة تحالفات غير رسمية مع منهج قائم أو فكرة جاهزة، تأخذ شكل مراجعة أو برنامج عمل مصمم لتعميق إدراك المحترفين في حقل من الحقول، والمثال الذي يتبادر إلى الذهن هنا هو المناظرة حول نظرية التطور الداروينية Darwinian بين توماس هكسلي Tomas Henry Huxley وبين بيشوب ويلبرفورس Bishop Wilberforce في اجتماع الرابطة البريطانية بأكسفورد عام 1860.

عملية التغيير

جرت محاولات عديدة لشرح نشوء الثورة الاجتماعية وتطورها. فالنموذج واضح، إذ إن هناك تصادما للمصالح بين زمرتين أو طبقتين اجتماعيتين من أجل تقسيم مصادر الثروة والفرص والقوة السياسية.

وبحكم سيطرة الزمرة الحاكمة على هذه المنابع، فإنها تحتكر سلاح العنف وتستخدمه (بالقانون أو بصورة غير شرعية) لقمع المعارضة. وفي الدول التي لايوجد فيها إمكان للتغيير الديموقراطي، مهما كان السبب، فإنه لاتوجد وسائل سياسية فعالة، تحول دون احتكار القوة وإساءة استخدامها من قبل الفئة الحاكمة، اللهم إلا بعض المقاومة السلبية. وفي

مثل هذه الحالات، فإن البديل الوحيد للمضطهدين هو أن ينزلوا إلى الشارع ويستولوا على السلطة بالسيطرة على إدارات الدولة: المكاتب البرلمانية، والوزارات، والمؤسسات التجارية والصناعية، والشرطة والجيش والإعلام... وفي الثورات الناجحة فإن انتقال السلطة يتضمن عادة شيئا من العنف. ذلك بسبب أن غالبية الناس متفقون على أن نظام الحكم المعزول فقد حقه في الحكم، خاصة وأن الأغلبية تكون قد عانت من العنف والفساد أو من آثارهما.

أما الثورات في العلم وفي الرياضيات، فتبدأ عادة من إدراك أن جسم المعرفة القائم قد تصدع، وأصبح غير قادر على تفسير مسائل أساسية، أو أنه قد وصل إلى نقطة أصبح فيها عاجزا عن تحقيق أي تقدم. إن منظومة القيم التي يعتمد عليها البحث العلمي، هى عادة منظومة تميل نحو التغيير والانفتاح. وينتظر من العلماء أن يتأملوا في نتائجهم من وجهة نظر التساؤل المبني على الحجة. وعلى وجه التحديد، فإنه ينتظر منهم أن يبنوا استنتاجاتهم على نتائج تطبيق معايير المنطق الاستقرائي على التفاصيل الدقيقة للتجارب الجديدة المصممة لاختبار مدى صحة تفسيرات مقبولة للظواهر.

إلا أنه توجد عوائق أمام جميع منظومات القيم المثالية والإجراءات العملية الخاصة بهذه المنظومات. وبما أن العلم المعاصر قد طور بنية مهنية اعتمدت على إقامة الدورات التدريبية للطلاب، وعلى شروط خاصة للتعيين في الجامعات وللترقيات. فقد أصبح العلم المعاصر مؤسسا على مثل هذه الأشياء كأنماط العمل، وفرص المهنة، والجمعيات الوطنية، ومنح البحث العلمي، والقنوات التجارية والصناعية، والمؤسسات الفرعية. وتطورت الهرمية التي تعتمد ظاهريا على الأهلية في كل المناصب العلمية. أما ترتيب المعايير بحسب الأهمية فهو:

أولا: العمر، مع الأخذ بعين الاعتبار مدة الخدمة في المناصب والمؤسسات العلمية ذات المستوى الرفيع.

ثانيا: الكفاءة التي تقدر بصورة موضوعية من خلال القدرة على تحقيق قفزات مفاجئة في فهم الحقائق العلمية.

ثالثا: حكم العلماء الأنداد حول موثوقية مساهمات العالم العلمية، وتسمى

هذه المفاضلة في عصرنا الحالي، ربما بشيء من السخرية «سلطة الأستاذ».

هناك عامل آخر يقف حائلا أمام التغيير هو الأيديولوجية. فالأساتذة يميلون لأن يكونوا من بين أكثر الفئات محافظة في المجتمع؛ بسبب التصاقهم بالمعرفة القائمة الراسخة. أما الثورية بين العناصر الأكثر شبابا في المهنة، فتصطدم بالميول المحافظة لأولئك الذين يشغلون المناصب العلمية الرفيعة.

إن المأزق الذي تخلقه علاقات النفوذ العلمي هذه أدّى إلى وجهة نظر تقليدية كان ماكس بلانك Max planck أول من عبر عنها بالقول بأن التقدم العلمي لا يأتي نتيجة قبول الاكتشافات الجديدة نتيجة لانتصار الحجج المؤيدة لها في مناظرة عقلية، ولكن لأن الجيل الأكبر سنا من العلماء يتقاعد عاجلا أو آجلا أو يموت.

العائق الإضافي الذي يقف أمام التغيير هو تأثير المعتقدات الدينية والخرافة . وهناك أمثلة صارخة من الماضي تتمثل في التأثير الضار، عبر القرون ، للأفلاطونية والفيثاغورية في تاريخ الرياضيات الغربية، والعداء المستمر للكنيسة المسيحية في القرون الوسطى الموجه ضد التفكير العلمي الحر مهما كان نوعه. أما في العصر الحاضر، فإن محاولات القيادات الدينية التحكم بالتفكير تلقى مقاومة أكثر نجاحا.

أما في وقتنا الحاضر، فإن إحدى نتائج النجاح الذي حققته نظرية داروين حول النشوء والتطور في تغيير العلوم البيولوجية والطبيعية بل في تغيير جميع العلوم الأخرى، هى أننا أصبحنا معتادين على القيام بتمييز إضافي بين العلم «العادي» والنموذج العلمي. ولقد أشار توماس كوهن Thomas Kuhn (وهو مصيب في ذلك) إلى أن هناك عناصر أسطورية قوية في الصورة القابعة في أذهان العلماء عن تاريخ الموضوع الخاص الذي يدرسونه وعن تاريخ العلم بصورة عامة.

وبعكس ا لاعتقاد السائد، فإن البحث العلمي يتكون من بعض المهمات الروتينية المملة، وبشكل رئيسي القياسات، والتحقيق وإعادة التوثق من حقائق معروفة بدرجة عالية من اليقين. واستهلكت مثل هذه المهمات معظم الجهود لفترات طويلة، وشغلت الغالبية العظمى من أنصار العلم الذين يعرفون، أو ينبغي لهم أن يعرفوا القليل حول تاريخ موضوع تخصصهم أو مكانته في سلم المواضيع.

	النودح القديم	حل محله	الفعاليات "العادية"
الفلك	نظام بطليموس	نظام كوبرنيكس	حرائط النحوم
الجيولوجيا	اليابسة	انزياح القارات	وضع الخرائط المساحية
الفيرياء	نظام نيوتن	النسبية	علم القذائف ، مثلا
العلوم الطبيعية	الصيرورة	الدروينية	وصف الأنواع والفروع
الكيمياء	نظرية اللاهوت في الاحتراق	نظرية الأكسحين في الاحتراق	تحليل المركبات
الرياضيات	الهندسة اليونانية	الهندسة اللاإقليدية	المحاسبة والحوسبة

تجري نشاطات العلم «العادي» في إطار نظرية من الافتراضات حول طبيعة الحقيقة، وحدود الطرائق المستخدمة لدراستها، مع فهم عميق لحقل متخصص من حقول العلم، يجري اختياره على نحو خاص. إن هذه المعرفة، ووجهات النظر الأيديولوجية هي بمجموعها «إطار الإسناد»، أو إنه الوسط الذي ينمو فيه العلم.

وفي بعض الأحيان، وعلى نحو مفاجئ تماما، بينما يكون الباحث غارقا في مهمة ما يمليها العلم «العادي»، يلاحظ هذا الباحث شذوذا، كفشل نتيجة متوقعة أو بعض الخروج عن البروتوكول.

وبإدراك أن ذلك ربما يفتح باب العمل من جديد، وبعد أن ينبه مشاركيه في العمل (ليسجل لنفسه أنه قد قال كذا...) فإن الباحث عندئذ يسعى لتفحص الحالة أكثر فأكثر. ويمكن لهذا العمل ألا يؤدي لأي شيء أو ربما يتعارض مع النموذج السائد، وفي مثل هذه الحالة، وبعد دراسة مستفيضة وكم هائل من المناقشة، فإنه يتم تغيير النموذج لينسجم مع نتيجة العمل المنجز.

وقد تم تمييز هذه العملية الثورية، فيما مضى، ليس في العلم ولكن في المناقشات الفلسفية، ولقد أشار أتباع مبادئ كنت الجدد neo-Kantians إلى تبدل النموذج هذا على أنه تغير في الفهم العام لطبيعة الحقيقة. لقد قالوا بأن ذلك كان «إعادة تقييم لكل القيم».

ولقد سجلنا بعض هذه التبدلات في النموذج المبين في الجدول السابق. وكان بعض هذه التبدلات نتيجة للتخلي عن التفسيرات الدينية لخلق الكون، في حين كان بعضها الآخر نتيجة جهد تخصصي أكثر واقعية.

مناطق النفوذ

تماما كما أن أشكال الحكم والتحالفات والعداءات القومية والنظم القانونية، وحدود المناطق تتغير عبر القرون، كذلك فإن أنماط المعرفة وتطور هذه الأنماط وتنظيمها تتبدل أيضا بمرور الزمن. ولقد تأثر العلم أيضا بعوامل خارجية، ارتبطت بتغيرات النموذج بالطريقة نفسها، التي تأثر فيها بالعوامل الداخلية. وعلى مر الزمن يصبح التناقض بين المشاهدات الحديثة والتفاسير القديمة واضحا أكثر فأكثر وغير مقبول.

منذ حوالي عام 1789م (بداية الثورة الفرنسية) كانت الفكرة السائدة في جميع أنحاء العالم هي أن الموضوع الذي يجب أن يكون موضع الاهتمام السياسي والتحليل التاريخي هو حالة الدولة، ونحن عادة نفكر، ونكتب، ونتحدث مستخدمين عبارات عادية عن المساهمات المعاصرة في الكيمياء للفرنسيين والألمان، وعن تأثير البريطانيين والصينيين في الرياضيات، وعن إنجازات الأمريكيين والسوفييت في رحلات الفضاء.

من السهل أن نقبل أن العلاقات السياسية بين الدول المختلفة يمكن أن تفسر حسب نظرية «مناطق النفوذ»، فالدول القوية تسحق الدول الأضعف، وتشكل الأمم المغلوبة على أمرها تحالفات ضد عدو مشترك، وربما تمارس دولة ما نفوذها لأنها تعد رائدة في أزياء الملابس أو أسلوب الحياة أو الإبداع الثقافي (بما فيه الإبداع العلمي). إن مفهوم «الدولة التابعة» معروف تماما لدى الاقتصاديين والمؤرخين. وفي جميع مراحل التاريخ، فإن بعض الأمم تسيطر وبعضها الآخر يخنع.

ويعتبر العلماء أن مثل هذه الخصوصيات الأممية هى مجرد عبارات وصفية فقط، وقد قاوموا تماما فكرة وجود فروق قومية حقيقية في العلم. فإذا تبين أن هذه الفروق موجودة بالفعل، فإنها ليست سوى مصادفات تاريخية ولا يوجد أي شيء منهجي حولها. ولقد سجل التاريخ أمثلة كثيرة يجري فيها تسجيل الاكتشاف نفسه على أنه أصيل ولأول مرة، عدة مرات عبر التاريخ، أو يجري فيها التوصل إلى اكتشاف المبدأ أو القانون ذاته في وقت واحد، من قبل علماء في أجزاء متفرقة من العالم. ففي الرياضيات مثلا نجد أن طريقة روفينو (Ruffino) لحل معادلات من درجات عليا، كانت معروفة لدى قدامى الصينيين كما نجد أن عمر الخيام وكثيرين قبله قد

عرفوا المثلث الحسابي الذي نسب فيما بعد إلى باسكال. وهناك ثلاثة أشخاص اعتقد كل منهم أنه قد اكتشف الهندسة اللاإقليدية، إلا أن السبق فيها قد أعطي لأولر (Euler) وعلى هذا النحو يمكن القول بأن ليبنتز «لم يكتشف الحساب التفاضلي» بل اكتشفه نيوتن، كما أنه لم يخترع نظام العد الثنائي بل اخترعه الصينيون. وأكثر من ذلك، يمكن القول بأن ليبنتز قد «استعار» فلسفته حول «العناصر الأولية للوجود» Monadology من السيدة آن كونويه Ann Conway، وأنه نسب هذه الفلسفة إلى تلك السيدة.

وباختصار، فإنه بقدر ما يكون تاريخ العلم معنيا، فإن الفكرة التي أتت بعد 1789 حول الدولة القومية هي مفهوم ضيق جداً وكما تبين الوثائق فإن آراء وولاءات العلماء وتنظيمهم غير الرسمي في مدارس، والتنظيمات الأكثر رسمية في مجامع وطنية، قد تأثرت بظاهرة أكثر اتساعا إلى حد بعيد، وهي تلك التي يمكن تسميتها (مناطق النفوذ) أو «مجالات التأثير»، ولقد صيغت هذه الكلمة عند قدماء اليونان لتعني أن «كل الناس وفي أي مكان يفكرون مثلنا»، كما استخدمت فيما بعد من قبل المسيحيين؛ لوصف عموم المسيحيين من جميع الفئات وفي جميع الدول: إنه مفهوم يرمز إلى وحدة قائمة بالدرجة الأولى على مستوى الفكر والمفاهيم المتبناة، وليس على المستوى الجغرافي. ويمكن تطبيق هذه الكلمة على العلوم بمعنى مشابه، ففي تاريخ العدد مثلا، وكما بينا في هذا الكتاب، فإن مناطق النفوذ بين فترة وأخرى من التاريخ كانت للرياضيات البابلية واليونانية والصينية والهندية والعربية والإنكليزية، وربما كان هناك العديد من الحقب لمثل هذه السيطرة في التاريخ الفكري للجنس البشري، حيث تقوم فئة أو أخرى بأخذ موقع الصدارة في حقل محدد للخبرة البشرية. ويكون السبب أحيانا صدفة تاريخية. ونأخذ كمثال الإمبراطورية السياسية العربية من القرن الثامن حتى الخامس عشر، والتي أثرت في كثير من الأمم: السوريين والأتراك والمصريين والتونسيين والفارسيين والعراقيين . وقد أدى ذلك إلى نوع من الوحدة لجميع العرب، وإلى وحدة ثقافية وفكرية مميزة. ولقد تبنت الأمم التي أصبحت تابعة اللغة العربية والدين الإسلامي والثقافة العلمية لأسياد تلك الحضارة. وعندما يتعلق الأمر بالرياضيات فإن مناطق النفوذ يمكن أن تدرج كما يلي:

1 - العصر الحجري، عصر الظلام ما قبل العلم في أوروبا وأمريكا الشمالية.

2- السومريون، والبابليون، والأكاديون، والكلدانيون، والفينيقيون.

3 - المصريون.

4- اليونان/ الرومان.

5- الصينيون، واليابانيون، والكوريون.

6- العرب، والهنود، والسوريون. الثورة العلمية الأولى.

7- الكاثوليك الرومان، والأوروبيون في القرون الوسطى.

8- عصر النهضة الأوروبية، والمسيحيون، والأوروبيون (خاصة الإيطاليون).

9- أوروبا الغربية (خاصة الإنكليز والفرنسيون والألمان). الثورة العلمية الثانية.

10- العلوم والرياضيات الأوربية القديمة . العلم العالمي.

ويتضح من هذه القائمة أن البحث الفكري الموضوعي لابد من أنه كان الشيء الأخير في عقول كثير من الشعوب التي صنعت أو قادت التطورات الكبيرة. وقد كانت بعض هذه الشعوب من محبي المغامرات العسكرية، وكان آخرون من المقاولين، وأما البعض الآخر فقد كان يمتلك ثروة هائلة من الموارد المحلية أو المجلوبة من الخارج. وفي كل حالة تقريبا كان الحافز الأساسي - بل في الواقع الحافز الوحيد ـ هو تحسين المهارات الحسابية كأدوات عملية فعالة. إن أولئك المفكرين الذين جعلوا العدد محور دراستهم، قد فعلوا ذلك لخدمة أفكار سخيفة معقدة (لا علاقة لها بالعلم) تتعلق بتشكل الكون وبالشروط الخارقة للطبيعة اللازمة لاستمراره. واستنادا إلى الأسس الأخلاقية الرفيعة نجد أن لدينا سببا وجيها لإدانة الفاتحين والإمبرياليين والقراصنة وآخرين طوقت نشاطاتهم العالم واستعبدته في الوقت نفسه. ويبقى هناك سؤال مثير للجدل، وليس له إجابة متفق عليها: هل وصلت فوائد الثقافة التي امتلكتها الشعوب التي بنت وقادت تلك الحضارات إلى المجتمعات التي كانت تستعمرها؟ وهناك حقيقة كبيرة الأهمية نلمسها اليوم. ففي حين أن العلم المتطور باستمرار يرسم ملامح حياتنا المعاصرة، فإن هذا العلم يبقى بمثابة كتاب مغلق أمام معظمنا.

مستقبل الرياضيات

مما لا شك فيه أنه بفضل اختراع الحاسوب الإلكتروني، ونظرا للتطورات التي ذكرناها سابقا، فإننا سرعان ما سنجد أنه لم يعد من الممكن الحديث عن العدد بالأسلوب القديم الذي نستخدم فيه تلك اللغة التي اعتدنا عليها. فاليوم هناك، فعلا، بين طلاب الجيل الجديد الأكثر تألقا (وهم ليسوا بالضرورة الأكثر كلاما) من يمتلكون رؤية جديدة، وحسًا مختلفا للقيم. وبعد قيام الثورة البيضاء التي شعارها الحاسوب كقاعدة لبناء «مجتمع المعلوماتية»، فإن نظاما جديدا يصارع من أجل أن يولد. إن النظام القديم يتغير، ولكن ببطء شديد في دائرة الجيل الحالي من العلماء.

إن الأمر الأساسي والمهم، هو التحرر من سيطرة العادات والسلطات المقدسة التي وجدت منذ أزمان سحيقة. وهذا الأمر يصح بوجه خاص في ذلك الفرع الأكثر محافظة من فروع العلم، ألا وهو الرياضيات في فرضياتها، وأسسها النظرية، وأسلوب تعليمها. إن روحا جديدة تنبعث في هذا الحقل من الدراسة والتطبيق: إنها عملية تغيير تجري؛ نتيجة سيطرة الحاسوب على معظم الوظائف الفكرية والعلمية، ويمكننا أن نرى صورة المستقبل في الدول الأكثر ازدهارا - اليابان، الولايات المتحدة الأمريكية، ألمانيا. أما مسألة ما إذا كنا نحب أو لا نحب ما نراه، فهي موضوع مختلف كليا، يتجاوز نطاق هذا الكتاب.

المؤلف في سطور:

جون ماكليش

* عمل أستاذا للرياضيات في جامعات جلاسجو وليدز وبرادفورد وكامبريدج.

* يعمل حاليا أستاذا للرياضيات في جامعة فيكتوريا.

المترجمان في سطور

د. خضر الأحمد

* من مواليد فلسطين العام 1932.

* حصل على الدكتوراه في العلوم الرياضية (فرع الميكانيك السماوي) من جامعة موسكو العام 1964.

* عضو هيئة التدريس في جامعة دمشق. وعمل أيضا في الجامعات السعودية.

* له بحوث عدة في فروع مختلفة من علوم الرياضيات.

د. موفق دعبول

* من مواليد دمشق العام 1936.

* حصل على الدكتوراه في العلوم الرياضية (فرع ميكانيك السوائل) من النمسا العام 1961.

* عضو هيئة التدريس في جامعة دمشق. وعمل أيضا في الجامعات الليبية.

* له نشاط علمي يتجلى في بحوثه المختلفة في عدة فروع من الرياضيات.



النهضة العربية
والنهضة اليابانية

تأليف:

د. مسعود ضاهر

المراجع في سطور:

د. عطية عاشور

* من مواليد دمياط بجمهورية مصر العربية العام 1924.

* حصل على درجتي دكتوراه الفلسفة 1948 ودكتوراه العلوم 1967 من جامعة لندن.

* أشرف على الكثير من شهادات الماجيستير والدكتوراه في مجال الكهرومغنطيسية ومسائل الشروط الحدية المختلطة.

* له أكثر من خمسين بحثا علميا نشرت في دوريات عالمية مرموقة.

* عضو مجمع اللغة العربية بالقاهرة، وقد أشرف على معجمين لمصطلحات الرياضيات أصدرهما المجمع.

* منح خمسة من أرفع الأوسمة في مصر، ووسامين مرموقين من فرنسا.

* له نشاط دولي مكثف في أعمال الاتحادات الدولية والمجلس الدولي للعلم وهيئة اليونسكو. وكان رئيسا للمركز الدولي للرياضيات بفرنسا وللاتحاد الدولي للفيزياء الأرضية. كما عمل أستاذا زائرا وممتحنا في جامعات أمريكية وأوروبية وأفريقية وآسيوية.

هذا الكتاب

يحكي هذا الكتاب قصة نشوء العدد وتطوره منذ فجر التاريخ المكتوب حتى يومنا هذا، (ويتمنى المؤلف لو أنه عرف قصة التاريخ غير المكتوب لماضي العدد، فربما كان سحره يطغى على ما عرفناه عنه!) ومما لا شك فيه أن ابتكار العدد دليل على عبقرية الإبداع البشري، وهذا الكتاب يسرد مسيرة هذه العبقرية التي توصلت إلى وضع الأنظمة العددية المختلفة في مجتمعات مختلفة، والكيفية التي مكّنت كل نظام منها من تطوير المجتمع الذي ابتكر هذا النظام.

وقد فصل المؤلف شرحه لإسهامات الهنود الأمريكيين، وقبائل الإنكا، والسومريين، والبابليين، والمصريين، والصينيين، واليونانيين، والعرب، في تطوير فكرة العدد والأنظمة العددية، وأفرد الكتاب فصلا خاصا بمنجزات العرب والمسلمين في هذا الموضوع، ذلك أن الفضل يعود إليهم في جعل المعارف العددية التي توصلوا إليها في متناول الغرب، الذي كان قابعا في تخلفه في هذا المجال، بسبب ما نقله إليه اليونانيون من تراث مشؤوم نتيجة تعاملهم مع العدد على أنه كائن مقدس، ومن ثم أبعدوه عن المتطلبات الحياتية، وأحاطوه بهالة من الدين والفلسفة.

ويتحدث الكتاب عن بعض الأعلام الذين أسهموا في وضع أسس الأسلوب العلمي الحديث، والطرق الجديدة في التفكير العلمي: فرانسيس بيكون، وجون نابيير، واسحق نيوتن، ثم يتحدث عن تشارلز بابيج وآلته الحاسبة، وجورج بول ومنطقه البولي وعلاقته بالحاسوب، وعن ألان تورينك وآلته التحليلية. وأخيرا تحدث عن الحاسوب الإلكتروني وطبيعة التغيرات نتيجة سيطرة الحاسوب على معظم الوظائف الفكرية والعلمية.